UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

JHONATAN NUNES SOUZA

FABRÍCIO MEDEIROS SABINO

APLICAÇÕES MATEMÁTICAS NA EXPLORAÇÃO ESPACIAL: ALGUNS DESAFIOS ENVOLVIDOS NA MISSÃO DO TELESCÓPIO ESPACIAL JAMES WEBB

Tubarão/SC

2022

JHONATAN NUNES SOUZA
FABRÍCIO MEDEIROS SABINO

APLICAÇÕES MATEMÁTICAS NA EXPLORAÇÃO ESPACIAL: ALGUNS DESAFIOS ENVOLVIDOS NA MISSÃO DO TELESCÓPIO ESPACIAL JAMES WEBB

Projeto de Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade do Sul de Santa Catarina, Campus Universitário de Tubarão, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. MSc. Dalmo Gomes de Carvalho

Tubarão/SC

2022

JHONATAN NUNES SOUZA

FABRÍCIO MEDEIROS SABINO

APLICAÇÕES MATEMÁTICAS NA EXPLORAÇÃO ESPACIAL: ALGUNS DESAFIOS ENVOLVIDOS NA MISSÃO DO TELESCÓPIO ESPACIAL JAMES WEBB

Projeto de Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade do Sul de Santa Catarina, Campus Universitário de Tubarão, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Professor e Orientador Dalmo Gomes de Carvalho, MSc.
Universidade do Sul de Santa Catarina

Prof. João Nicoladelli de Figueiredo, MSc.

Documento assinado digitalmente
JOAO MICHELS CARDOSO
Data: 05/07/2022 20:33:23-0300
Verifique em https://verificador.iti.br

Prof. João Michels Cardoso, MSc.
Universidade do Sul de Santa Catarina

Dedicamos este trabalho às nossas famílias e amigos, que sempre nos incentivaram a conquistar nossos objetivos.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao professor Dalmo, pelas orientações, dedicação e disposição e com toda paciência nos guiou para a elaboração desta monografia.

Agradecemos aos demais professores do curso de matemática, que no decorrer desta jornada, transmitiram um pouco do seu conhecimento.

Agradecemos às nossas famílias, que estiveram sempre ao nosso lado nos momentos difíceis.

A todos os nossos amigos próximos e colegas de turma pelas risadas e companheirismo durante o decorrer do curso.

E por fim, um agradecimento mútuo a nós mesmos, quando fomos os únicos calouros a entrar no ano de 2017/2, e agora com muito esforço e dedicação, concluímos uma monografia juntos, apesar das dificuldades, finalizamos com sensação de dever cumprido.

“Mais fácil me foi encontrar as leis com que se movem os corpos celestes, que estão a milhões de quilômetros, do que definir as leis do movimento da água que escoa frente aos meus olhos” (Galileu Galilei, 1564 - 1642).

RESUMO

O James Webb Space Telescope (JWST) foi construído para ser o grande sucessor do telescópio Hubble lançado em 1990, dando início a nova era da observação espacial. O telescópio espacial James Webb está em um ponto do espaço conhecido como Ponto de Lagrange L2 no sistema Terra-Sol, que está a aproximadamente 1,5 milhões de quilômetros da Terra, posição a qual não está prevista qualquer manutenção. A partir disso, este trabalho pretende apresentar o cálculo do posicionamento do James Webb no espaço, as forças envolvidas no cálculo da posição de Lagrange L2 no sistema Terra-Sol, atribuindo expressões matemáticas para referenciado ponto, a física envolvida no lançamento de foguetes e o porquê de lançar o foguete Ariane 5 na faixa equatorial do planeta Terra. Para isso, foi considerado o estudo da gravitação de Newton, enfatizando o problema restrito de três corpos (Sol-Terra-Telescópio) envolvendo grandes massas, considerando a massa do telescópio como desprezível comparados aos demais, ainda foi abordado a Mecânica Clássica Newtoniana e a equação de Tsiolkovsky para estudar o lançamento de foguetes, além de fazer uma breve revisão histórica sobre os estudos antecedentes da gravitação clássica. Com este trabalho demonstra-se uma das aplicações da mecânica clássica de Newton no lançamento de foguetes, bem como a demonstração do cálculo da distância do telescópio James Webb no ponto L2 no sistema Sol-Terra, com isto, espera-se servir de estímulo para futuros trabalhos envolvendo lançamento de foguetes e outros sistemas de corpos celestes.

Palavras-chave: Telescópio Espacial James Webb. Mecânica Clássica. Pontos de Lagrange.

ABSTRACT

The James Webb Space Telescope (JWST) was built to be the great successor to the Hubble space telescope launched in 1990, ushering in the new era of space observation. The James Webb Space Telescope is at a point in space known as the L2 Lagrange Point in the Earth-Sun system, which is approximately 1.5 million kilometers from Earth, position for which no maintenance is expected. From that, this work aims to demonstrate the calculation of James Webb positioning in space, the forces involved in calculating the Lagrange L2 position in the Earth-Sun system, assigning math expressions to referenced point, the physics involved in launching rockets and why to launching the Ariane 5 rocket in the equatorial range of planet Earth. For this, the study of Newton's gravitation was considered, emphasizing the restricted three-body problem (Sun-Earth-Telescope) involving large masses, taking into account the mass of the telescope as insignificant compared to the others, Newtonian Classical Mechanics and the Tsiolkovsky equation were also addressed to study rockets launch, in addition to making a brief historical review of the antecedent studies of classical gravitation. This word demonstrates one of the applications of Newton classical mechanics in launching rockets, as well as the demonstrating calculating of the distance of the James Webb at point L2 in the Sun-Earth system, with this, is expected to serve as a stimulus for future work involving rocket launches and other systems of celestial bodies.

Keywords: James Webb Space Telescope. Classical Mechanics. Lagrange Points.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Foto do espelho primário do James Webb 19
Figura 2 - Escudo Solar (térmico) do Webb 20
Figura 3 - Concepção artística da posição do James Webb no Espaço 21
Figura 4 - Empilhamento de Imagens 22
Figura 5 - Foto da Estrela 2MASS J17554042+6551277 23
Figura 6 - Visão do MIRI 7.7 mícrons da Grande Nuvem de Magalhães 23
Figura 7 - Imagem obtida pelo equipamento científico NIRCAM 25
Figura 8 - Imagem obtida pelo equipamento científico NIRSPEC 25
Figura 9 - Telescópio Espacial Hubble 26
Figura 10 -Earendel, estrela mais antiga e distante já observada pelo Hubble, 900 milhões de anos após o Big-Bang. 27
Figura 11 - Imagem conhecida como Hubble Deep UV (HBUV) 28
Figura 12 - Comparação das imagens de luz visível (esquerda) e luz infravermelha (direita) 29
Figura 13 - Primeira missão de serviço ao Telescópio Espacial Hubble 30
Figura 14 - Pontos de Lagrange no Sistema Terra-Sol 31
Figura 15 - Um planeta de massa m se movendo em uma órbita elíptica em torno do Sol 32
Figura 16 - As áreas sombreadas iguais são cobertas em intervalos de tempo iguais por uma linha conectando o planeta ao Sol 33
Figura 17 - Ponto qualquer sob uma elipse, seus focos e seus semieixos maiores 34
Figura 18 - Os pontos de afélio e periélio se encontram nas extremidades do eixo maior da órbita elíptica. No periélio a distância do planeta ao Sol é mínima (Rp) e no afélio a distância máxima (Ra) 35
Figura 19 - Elipse 35
Figura 20 - Demonstração Lei da Inércia 39
Figura 21 - Aceleração (a) com mesmo sentido e direção da força resultante (Fr) 40
Figura 22 - Atração gravitacional da Terra e Lua 42
Figura 23 - M exerce força centrípeta a uma massa m 43
Figura 24 - A massa maior exercendo força a uma massa menor, e massa menor exercendo força a uma massa maior, no entanto em sentidos opostos 45
Figura 25 - James Webb decolando por meio do foguete Ariane 5 48
Figura 26 - Vista Superior de um corte horizontal no equador do Planeta Terra 50

Figura 27 - Representação da inclinação do trópico de capricórnio em relação ao Equador do planeta.....51
Figura 28 - Diferenças entre as velocidades dos paralelos e equador 52
Figura 29 - Ilustração da queima de combustível de um foguete.....53
Figura 30 - Relação das variáveis.....59

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CSA – Canadian Space Agency (Agência Espacial Canadense)

ESA – European Space Agency (Agência Espacial Europeia)

HST – Hubble Space Telescope (Telescópio espacial Hubble)

ISIM – Integrated Science Instrument Module (Módulo de Instrumentos Cientifico Integrado)

JWST – James Webb Space Telescope (Telescópio espacial James Webb)

MIRI – Mid-InfraRed Instrument

MRU – Movimento Retilíneo Uniforme

NASA – National Aeronautics and Space Administration (Administração Nacional da Aeronáutica e Espaço)

NIRCam – Near Infrared Camera

NIRSpec – Near Infrared Spectrograph

CONSTANTES

G = 6,673 x $10^{-11}\mathrm{m}^3\mathrm{kg}^{-1}\mathrm{s}^{-2} = 6{,}673$ x 10^{-8}dina $\mathrm{cm}^2/\mathrm{g}^2$

Massa da Terra = $5{,}973332\ x\ 10^{24}\ kg$

Raio da Terra = $6378{,}1366\ km$

Massa do Sol = $1{,}9887973\ x\ 10^{30} kg$

Período Orbital da Terra = 365 dias

Distância Média Terra – Lua = $384000\ km$

Distância Média Terra - Sol = $1UA = 149\ 597\ 870\ 691\ m$

Velocidade da Luz = $c = 299\ 792,458\ km/s$

Ano Luz = $9,461\ x\ 10^{15}\ m$

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 14
1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA 15
1.2 PROBLEMATIZAÇÃO 15
1.3 JUSTIFICATIVAS 15
1.4 OBJETIVOS 16
1.4.1 Objetivo geral 16
1.4.2 Objetivos específicos 16
1.5 TIPO DE PESQUISA 17
2 O TELESCÓPIO ESPACIAL JAMES WEBB E A FÍSICA ENVOLVIDA EM SEU LANÇAMENTO 18
2.1 JAMES WEBB SPACE TELESCOPE (JWST) 18
2.1.1 Primeiras Atividades no Espaço do James Webb 22
2.1.2 A missão antecedente do JWST, o Hubble Space Telescope (HST) 26
2.2 PROBLEMA RESTRITO DE TRÊS CORPOS NA ASTRONOMIA 30
2.3 AS TRÊS LEIS DE KEPLER 32
2.3.1 Propriedades das Elipses 33
2.4 AS LEIS DE NEWTON 38
2.4.1 Primeira Lei de Newton 38
2.4.2 Segunda Lei de Newton 39
2.4.2.1 Campo Gravitacional 41
2.4.3 Terceira Lei de Newton 41
2.4.4 Lei da Gravitação Universal 42
2.4.5 Aceleração Centrípeta – Movimento Circular 45
2.4.6 As Leis de Newton no lançamento de foguetes 46
2.4.6.1 Forças envolvidas no lançamento de foguetes 46
2.4.6.2 Sistema de Massa Variável 47
2.5 ARIANE 5 O LANÇADOR DE FOGUETES DA ESA 48
3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS CÁLCULOS MATEMÁTICOS E FÍSICOS ENVOLVIDOS NA MISSÃO JWST 49
3.1 POR QUE LANÇAR PERTO DO EQUADOR? 49

3.1.1 Modelagem da Equação do Foguete de Tsiolkovsky no Ariane 5 53
3.2 CÁLCULO DA DISTÂNCIA L2 56
4 CONCLUSÃO 61
REFERÊNCIAS 63

1 INTRODUÇÃO

Diante dos avanços tecnológicos e científicos que viemos passando nos últimos anos, a nova era da observação espacial está prestes a começar com o lançamento do James Webb Space Telescope (JWST). O James Webb foi construído para ser o grande sucessor do telescópio Hubble lançado em 1990, o que se cria grande expectativa com seu lançamento, já que as observações feitas pelo seu antecessor foram muito importantes no que se refere a buracos negros supermassivos, de exoplanetas, espasmos estelares etc. O JWST está a aproximadamente 1,5 milhões de quilômetros da Terra, num local conhecido como ponto de Lagrange L2 no sistema Terra-Sol, esta posição ao qual ele se encontra não está prenunciado uma manutenção no espaço, o ponto L2 onde está localizado fica “atrás” da Terra em relação ao Sol (NASA, 2019a). Estima-se que o telescópio tenha combustível em seu tanque para aproximadamente 10 anos para mantê-lo em seu ponto de Lagrange L2 Terra-Sol atual (NASA, 2019a), o combustível será utilizado também para neutralizar os efeitos da pressão da radiação solar sobre seu escudo de proteção. O JWST operará de forma diferente do Hubble, enquanto seu antecessor observa o Universo principalmente por luz visível, o Webb observará especialmente por infravermelho (calor). O lançamento do foguete foi efetuado na Guiana Francesa (faixa equatorial do planeta), utilizando-se da técnica estilingue gravitacional, devendo-se ao fato de utilizar o aproveitamento da velocidade de rotação da Terra em sentido favorável a trajetória percorrida pelo foguete. O intuito desta monografia é apresentar o cálculo do posicionamento JWST no espaço, as forças envolvidas no cálculo da posição de Lagrange L2 no sistema Terra-Sol, atribuindo expressões matemáticas para referenciado ponto, considerando o estudo da gravitação de Newton enfatizando o problema restrito de três corpos (Sol-Terra-Telescópio) envolvendo grandes massas, considerando a massa do JWST como desprezível comparados aos demais. Ainda será estudado a física envolvida no lançamento de foguetes, abordando a Mecânica Clássica Newtoniana e a equação de Tsiolkovsky, além de fazer uma breve revisão histórica sobre os estudos que antecederam a gravitação clássica.

Este trabalho está dividido em quatro capítulos. No capítulo 2, é apresentado as características físicas do James Webb, bem como suas primeiras atividades já executadas no seu curto período ativo no espaço, relembrando também, a missão antecedente do JWST, o telescópio espacial Hubble. No capítulo 2 ainda será apresentado algumas teorias físicas envolvidas no lançamento de foguetes e as forças envolvidas na posição L2 onde o Webb

orbita. No capítulo 3, é apresentado a análise dos cálculos matemáticos e físicos envolvidos na missão JWST, apresentando o foguete Ariane 5, o motivo de lançar perto da faixa do equador, aplicar modelagem da equação do foguete de Tsiolkovsky no Ariane 5, além de apresentar os cálculos da distância L2. No capítulo 4, são apresentadas as conclusões do trabalho e estímulos para futuras pesquisas, além de sugerir uma proposta pedagógica como sugestão de continuação da pesquisa e as referências bibliográficas utilizadas.

1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA

O tema da pesquisa é a Aplicação Matemática na Exploração Espacial. Desta forma, delimitando-se o tema sob uma abordagem matemática e física, será analisado alguns dos desafios envolvidos no lançamento do telescópio James Webb ao espaço.

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO

Quais os principais desafios matemáticos e físicos envolvidos no lançamento do telescópio James Webb ao espaço?

1.3 JUSTIFICATIVAS

A curiosidade sempre esteve presente na vida humana. Foi por ela que os seres humanos deixaram o continente africano e começaram a se espalhar pela Europa, Ásia e Américas. Por ela, portugueses e espanhóis decidiram encontrar uma nova rota para as Índias e, como consequência, a humanidade “redescobriu” as Américas e começou a colonizá-las. Foi por ela e por nossa vontade de ter asas e voar que, em 1906, houve o primeiro voo da humanidade, sob a forma do 14-bis. Essa nossa curiosidade, 63 anos mais tarde, nos levou

pela primeira vez pisar na Lua, o lugar mais longe que um ser humano ousou ir. A curiosidade em descobrir de onde viemos e para onde vamos resultou no maior desafio de engenharia de nossa era, que foi a construção e lançamento no dia 25 de dezembro de 2021 do Telescópio Espacial James Webb. Essa mesma curiosidade nos incentivou a realizar uma pesquisa envolvendo o citado telescópio, se justificando pela oportunidade de se trabalhar com a matemática e física em conjunto. Além de trazer a possibilidade de se trabalhar com as aplicações da física no nosso cotidiano, e assentir os impactos dessas aplicações.

Então, com o fim de propagar e incentivar a pesquisa astronômica e o avanço da tecnologia aeroespacial Brasil, julgamos ser oportuno, sob a perspectiva do Curso de Matemática - Licenciatura, abordar a matemática na exploração espacial, explorando os principais desafios envolvidos na missão do Telescópio Espacial James Webb.

1.4 OBJETIVOS

Neste tópico apresentam-se os objetivos gerais desta pesquisa e os objetivos específicos.

1.4.1 Objetivo geral

Apresentar e discutir matemática e fisicamente alguns dos desafios no lançamento do Telescópio Espacial James Webb.

1.4.2 Objetivos específicos

- Divulgar detalhes da missão e do telescópio espacial James Webb;
- Estudar teorias físicas envolvidas no esforço da missão;

- Apresentar os cálculos presentes no lançamento de foguetes;
- Discutir os cálculos matemáticos relacionando com as teorias físicas;

1.5 TIPO DE PESQUISA

Inicialmente a pesquisa se dará de modo exploratório, por análises dos materiais encontrados do tema pesquisado, explorando o ambiente de pesquisa do objeto definido. Consequentemente, teremos uma abordagem com foco qualitativo e bibliográfico, caracterizando o tipo de pesquisa desta monografia.

Quanto ao critério de abordagem, a pesquisa foi qualitativa, tendo seus aspectos mais essenciais consistindo na "escolha correta de métodos e teorias oportunos, no reconhecimento e análise de diferentes perspectivas" (FLICK, 2004, p. 20). Neste tipo de pesquisa foca-se na análise qualitativa, uma das formas para descrever determinada categoria de resultado sobre o tema pesquisado.

A pesquisa por ser exploratória tende a "proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses" (GIL, 2002, p. 42-57 *apud* BOAVENTURA, 2011 p. 57). De maneira geral, é utilizado a bibliografia no levantamento de documentos no ato da exploração.

A pesquisa bibliográfica além de ser utilizada como base preliminar num estudo "também se constitui em um tipo de abordagem metodológica pela sistematização do uso das fontes bibliográficas e documentais" (BOAVENTURA, 2011 p. 58). Basicamente, se constitui em um procedimento para analisar documentos já produzidos sobre determinado assunto, utilizando-se de fontes primárias, secundárias e terciárias na investigação. Tais fontes consistem em: acervos, livros, revistas, teses, dissertações etc.

2 O TELESCÓPIO ESPACIAL JAMES WEBB E A FÍSICA ENVOLVIDA EM SEU LANÇAMENTO

A presente monografia será fundamentada a partir da leitura de artigos conceituados nacional e internacionalmente a respeito do telescópio espacial James Webb e livros clássicos de física e astrofísica.

2.1 JAMES WEBB SPACE TELESCOPE (JWST)

A NASA elabora todo início de década, um documento listando tudo o que realizará na década seguinte, em um desses planejamentos foi onde nasceu o James Webb Space Telescope (JWST) no documento do plano de 2001 onde se tinha outro nome com características físicas diferentes do atual lançado, foi através deste planejamento que surgiu a ideia do JWST.

Os debates acerca de uma continuação para o Hubble Space Telescope (HST) levaram a NASA, assim como a ESA (European Space Agency), CSA (Canadian Space Agency) entre outros colaboradores, começarem a desenvolver o JWST. Em 2004 foi iniciada a construção do telescópio, mas apesar do grande investimento financeiro por parte das autoridades públicas, houve diversos atrasos e só foi terminada em 2016, quando finalmente prosseguiram na fase de testes.

O JWST foi projetado com o propósito de observar os primórdios do Universo. Sua visão conseguirá atingir até 13,6 bilhões de anos no passado. Isso se dará conforme a teoria da relatividade de Albert Einstein (NASA, 2017): a luz, por possuir uma velocidade próxima de 300.000 km/s, faz com que o tempo passe mais devagar, então pelo fato da luz dessas galáxias e estrelas estarem 11 ou 12 bilhões de anos-luz da Terra, estamos, na verdade, observando o seu passado, próximo ao acontecimento, nomeado por George Lamaître, de Big Bang.

De acordo com Lightsey *et al* (2012, p. 1)

> [...] Uma das principais motivações para o JWST é identificar as primeiras fontes luminosas a se formar e determinar o histórico de ionização do universo. O surgimento das primeiras fontes de luz no universo marca o fim da "Idade das Trevas" na história cósmica, período caracterizado pela ausência de fontes discretas de luz. Compreender essas primeiras fontes é fundamental, pois influenciaram significativamente as estruturas subsequentes. Os principais modelos atuais para a formação de estruturas preveem uma montagem hierárquica de galáxias e aglomerados. As primeiras fontes de luz atuaram como sementes para a formação sucessiva de objetos maiores e, estudando esses objetos, conheceremos os processos que formaram os núcleos das galáxias gigantes atuais. (tradução nossa)[1]

Os telescópios refletores, onde seu conjunto ótico é feito de refletores, utiliza-se da ideia de quanto maior o espelho, maior será a capitação de luz, ou seja, quanto mais luz capitada, maior será a qualidade da imagem obtida. O espelho do Webb é feito de berílio e coberto por uma fina camada de ouro, elemento este utilizado por ser o melhor elemento que reflete a luz infravermelha, é construído em 18 segmentos hexagonais com motores independentes (NASA, 2019).

Figura 1 - Foto do espelho primário do James Webb

Fonte: NASA. Disponível em <https://www.flickr.com/photos/nasawebbtelescope/30116152713/in/album-72157629134274763/>

[1] One of the primary motivations for JWST is to identify the first luminous sources to form, and determine the ionization history of the universe. The emergence of the first sources of light in the universe marks the end of the "Dark Ages" in cosmic history, a period characterized by the absence of discrete sources of light. Understanding these first sources is critical, since they significantly influenced subsequent structures. The current leading models for structure formation predict a hierarchical assembly of galaxies and clusters. The first sources of light acted as seeds for the successive formation of larger objects, and by studying these objects we will learn the processes that formed the nuclei of present day giant galaxies.

O espelho primário do Webb capturará a luz no espectro do infravermelho, os astrônomos observarão a formação das estrelas e galáxias do Universo primitivo, assim como também ajudará a obter informações sobre a composição da atmosfera de exoplanetas. (NASA, 2019).

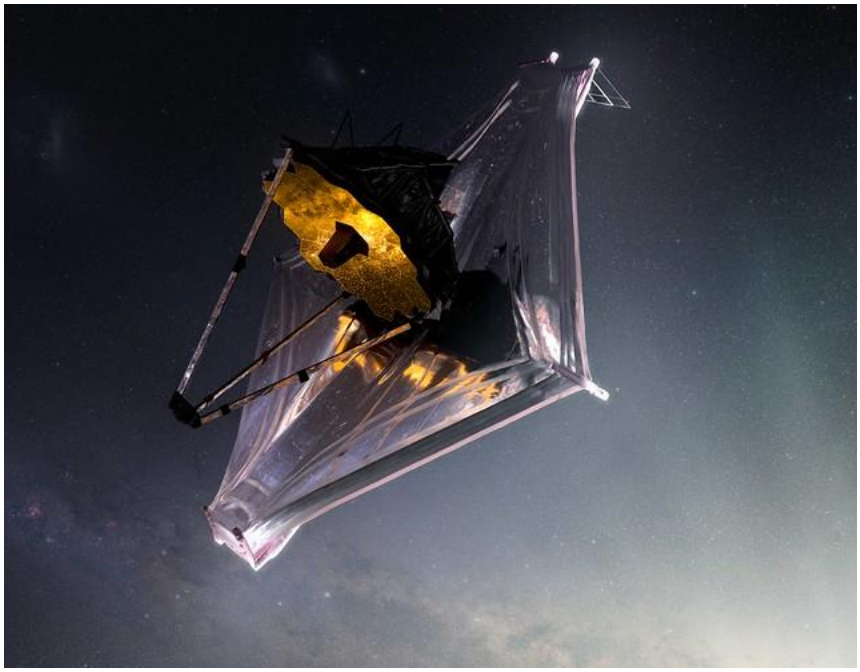
JWST é um telescópio infravermelho, ou seja, acompanha o calor, a luz infravermelha tem um comprimento de onda maior do que a luz visível, por este motivo necessita de um espelho maior, e pelo fato de estar no ponto L2 Terra-Sol de Lagrange, lugar este que é "bombardeado" por calor e radiação solar, possui um poderoso escudo térmico, seu desígnio é manter tais instrumentos longe da radiação do Sol, Lua e Terra, pois necessita que funcione a uma temperatura de -233 ºC (NASA, 2019).

Figura 2 - Escudo Solar (térmico) do Webb

Fonte: NASA. Disponível em <https://www.flickr.com/photos/nasawebbtelescope/14753947223/in/album-72157629134274763/>

O escudo solar do JWST é a parte do telescópio que ocupa mais espaço, seu tamanho é aproximadamente a de uma quadra de tênis. Possui 5 camadas de uma fina membrana que será utilizado para proporcionar um ambiente frio, necessário para os equipamentos científicos funcionarem sem defeitos (NASA, 2014). É feito de Kapton, por ter uma grande resistência às altas temperaturas, logo a face que será voltada para o Sol poderá atingir temperaturas de 120 ºC, em contraste aos -233 ºC que os equipamentos científicos deverão funcionar. Um dos grandes desafios foi dobrá-lo, com o fim de encaixar no foguete Ariane 5, e desembrulhá-lo no espaço sem que a membrana se rompesse, comprometendo a missão.

Figura 3 - Concepção artística da posição do James Webb no Espaço



Fonte: NASA. Disponível em <https://www.flickr.com/photos/nasawebbtelescope/51412207042/in/album-72157624413830771/>

Para essa missão foi desenvolvido o ISIM, Módulo de Instrumentos Científicos Integrados, que possui os equipamentos necessários para detecção da luz das galáxias e estrelas, o NIRCAM (Near Infrared Camera), desenvolvido para captar luz infravermelha para detectar as primeiras estrelas e galáxias em processo de formação e a população de estrelas em galáxias próximas (NASA, 2019) e o NIRSPEC (Near Infrared Spectrograph) para analisar e mensurar propriedades físicas e químicas dos astros, temperatura e massa (NASA, 2019). Possui um coronógrafo, uma ferramenta que possibilitará as primeiras imagens reais de exoplanetas, já que tal ferramenta bloqueia a luz brilhante das estrelas. Sem ele, o excesso de luz das estrelas bloqueia a visão, como sabemos, existem planetas orbitando ao redor das estrelas, e como são centenas de milhares de vezes mais escuros que elas, seria impossível enxergar.

O infravermelho (essa faixa de frequência do espectro é dividida em três regiões, infravermelho próximo, médio e distante) é um comprimento de onda emitido por um objeto e está relacionado com seu calor (radiação térmica), por ter radiação térmica, não se pode ter um objeto muito quente próximo. O JWST observa no vermelho (final do espectro da luz visível), infravermelho próximo e parte do infravermelho médio (NASA, 2019).

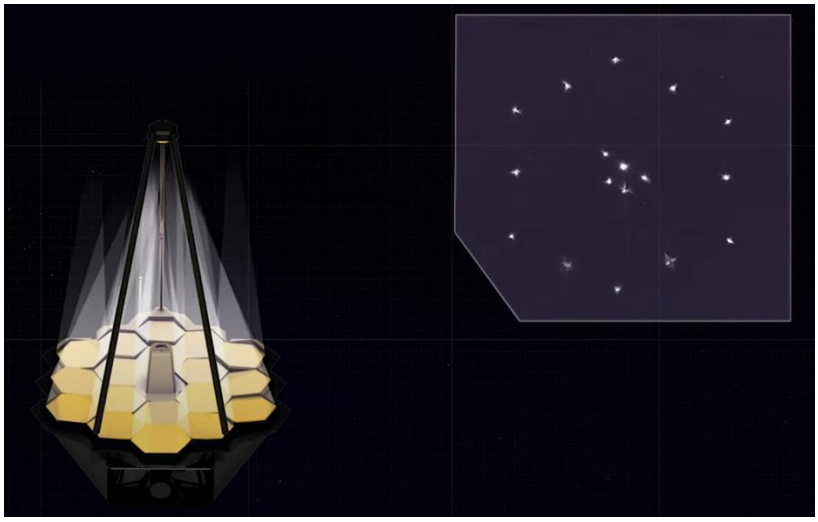
O lançamento do JWST ocorreu no dia 25 de dezembro de 2021, a partir da Guiana Francesa por meio do foguete Ariane 5, um mês mais tarde houve a chegada do satélite no

ponto L2, um dos pontos de Lagrange no sistema Terra-Sol, e apesar do pouco tempo de atividade já está sendo usado para fazer descobertas, como a captura de imagens de estrelas.

2.1.1 Primeiras Atividades no Espaço do James Webb

No dia 11 de março de 2022, após a equipe do telescópio espacial concluir algumas etapas acerca do alinhamento dos espelhos do Webb, os cientistas completaram a chamada “fase fina”, fora testado e verificado os parâmetros ópticos do JWST.

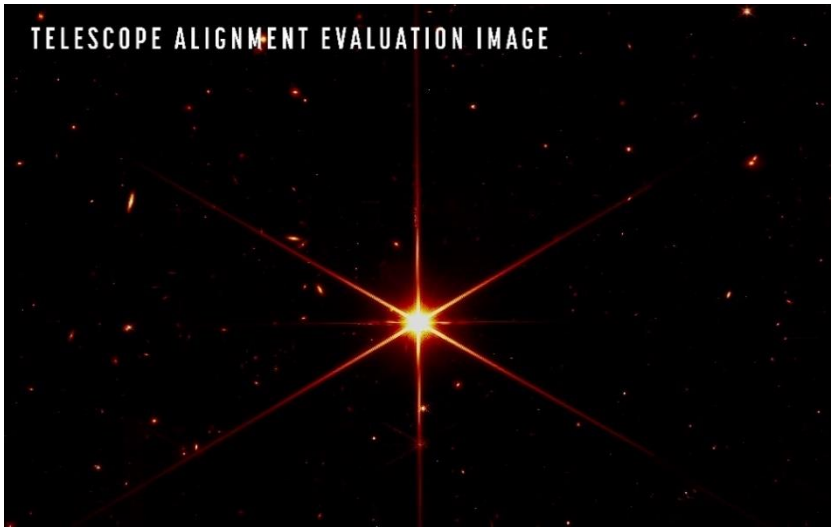
Figura 4 - Empilhamento de Imagens



Fonte: NASA. Disponível em < https://www.jwst.nasa.gov/content/webbLaunch/deploymentExplorer.html>

O objetivo desta atividade era focar em uma estrela brilhante no centro óptico para avaliar o alinhamento dos espelhos. Todos os segmentos do espelho primário do JWST foram ajustados com o fim de produzir uma imagem da estrela batizada pelo nome de: 2MASS J17554042+6551277 (NASA, 2021b).

Figura 5 - Foto da Estrela 2MASS J17554042+6551277



Fonte: NASA. Disponível em <https://www.flickr.com/photos/nasawebbtelescope/51942047253/in/album-72177720296737701/>

A Figura 5 mostra uma estrela no centro, a 2MASS, no entanto, por ser os instrumentos do Webb tão poderosos e com uma capacidade de resolução que se consegue observar outros pontos brilhantes na mesma imagem, que são, na verdade, galáxias.

Em maio de 2022 obteve outra imagem, desta vez foi de um pedaço da Grande Nuvem de Magalhães, galáxia satélite da Via-Láctea. Fora utilizado o instrumento que trabalha na menor temperatura do satélite, o MIRI (Mid-Infrared Instrument), ou instrumento médio de infravermelho (NASA, 2022d).

Figura 6 - Visão do MIRI 7.7 mícrons da Grande Nuvem de Magalhães

Fonte: NASA. Disponível em <https://blogs.nasa.gov/webb/2022/05/09/miris-sharper-view-hints-at-new-possibilities-for-science/>

A Figura 6 mostra uma nova imagem do Webb, utilizando o MIRI de 7.7 mícrons, expõe em detalhes nunca observados antes, o gás interestelar. Imagens como esta ajudarão os astrônomos a estudarem o nascimento de estrelas e sistemas protoplanetários. De acordo com Lightsey *et al* (2012, p. 2):

> O objetivo principal do tema do nascimento de estrelas e sistemas protoplanetários é desvendar o nascimento e a evolução inicial das estrelas, desde a queda em protoestrelas envoltas em poeira, até a gênese de sistemas planetários. Embora as estrelas tenham sido o principal tópico da astronomia por centenas de anos, apenas em tempos recentes começamos a entendê-las com observações detalhadas e simulações em computador. Ainda não sabemos os detalhes de como elas são formadas a partir de nuvens de gás e poeira, porque a maioria das estrelas se formam em grupos, ou como os sistemas planetários se formam [...] Os detalhes de como eles evoluem e liberam "metais" de volta ao espaço para reciclagem em novas gerações de estrelas e planetas ainda precisam ser determinados através de uma observação e teoria. [...] O JWST estudará os problemas específicos de como as nuvens protoestelares colapsam, como o ambiente afeta a formação de estrelas, [...] (tradução nossa)[2]

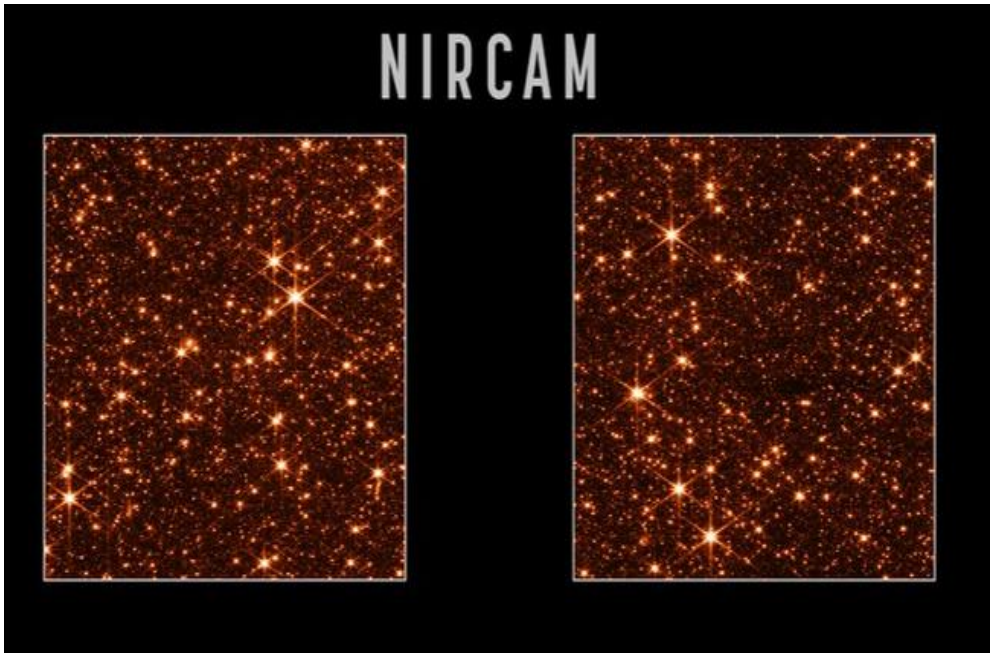
Na mesma iniciativa para verificarem a nitidez das imagens de outros equipamentos do James Webb, a equipe do telescópio espacial compartilhou outras incríveis imagens, da NIRCAM, NIRSPEC entre outras.

Todas as imagens já obtidas pela missão do JWST são os resultados de testes para definir o alinhamento e o foco dos espelhos do telescópio. Com exceção da imagem vista na Figura 5, todas as outras fotografias são da Grande Nuvem de Magalhães, galáxia anã que orbita a Via-Láctea.

---

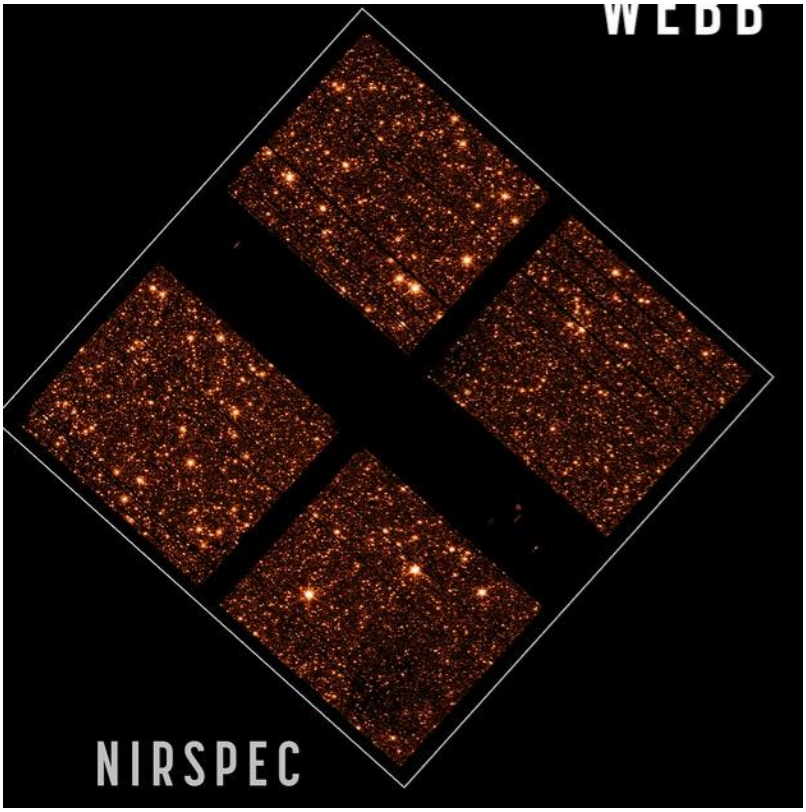
[2] The key objective of the birth of stars and protoplanetary systems theme is to unravel the birth and early evolution of stars, from in-fall onto dust- enshouded protostars, to the genesis of planetary systems. While stars have been the main topic of astronomy for hundreds of years, only in recent times have we begun to understand them with detailed observations and computer simulations. We still dont know the details of how they are formed from clouds of gas and dust, why most stars form in groups, or how planetary systems form [...] The details of how they evolve and liberate the "metals" back into space for recycling into new generations of stars and planets remains to be determined through a combination of observation and theory [...] JWST will study the specific problems of how protostellar cloud colapse, how environment affects star formation [...].

Figura 7 - Imagem obtida pelo equipamento científico NIRCAM



Fonte: NASA/STScl. Disponível em: <https://blogs.nasa.gov/webb/2022/04/28/nasas-webb-in-full-focus-ready-for-instrument-commissioning/>.

Figura 8 - Imagem obtida pelo equipamento científico NIRSPEC



Fonte: NASA/STScl. Disponível em: <https://blogs.nasa.gov/webb/2022/04/28/nasas-webb-in-full-focus-ready-for-instrument-commissioning>.

2.1.2 A missão antecedente do JWST, o Hubble Space Telescope (HST)

O Hubble Space Telescope (HST) foi lançado no ano de 1991 pela Nasa através do ônibus espacial Discovery com a missão principal de observar o maior número de galáxias possível, este telescópio está na órbita a mais de 30 anos.

O projeto do telescópio espacial Hubble, idealizado nas décadas 70 e 80, foi precursor do James Webb. Através dele acabaríamos por perceber nossa insignificância perante o Universo.

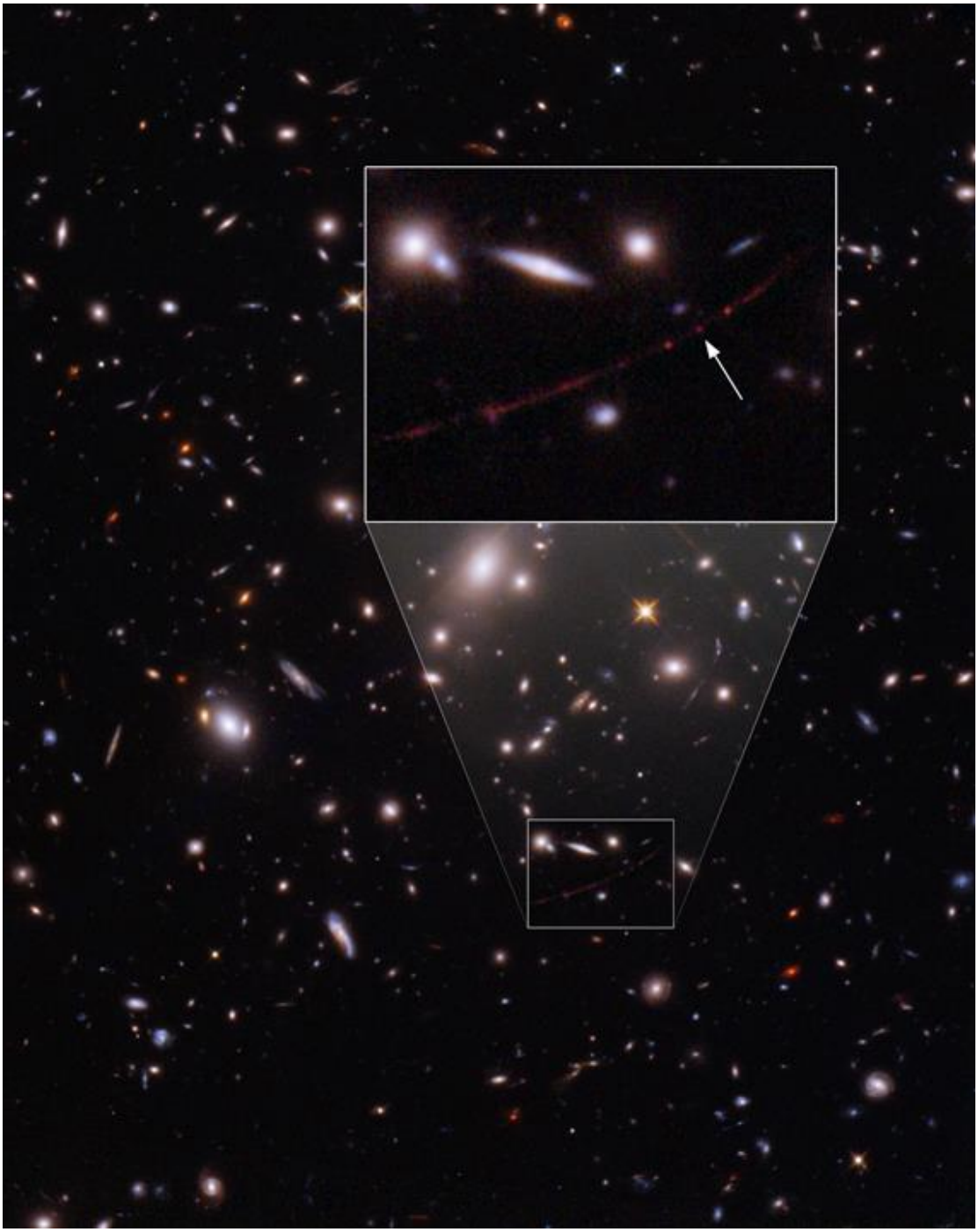
Figura 9 - Telescópio Espacial Hubble

Fonte: NASA. Disponível em < https://www.nasa.gov/content/goddard/hubble-space-telescope-design>

Foi projetado com o propósito de não estar sujeito às adversidades climáticas e físicas do planeta Terra, tais como a atmosfera que, por ser fluida, acaba por distorcer imagens, tal como acontece com os telescópios terrestres, como também a interferência luminosa em cidades. Como o Telescópio Espacial Hubble orbita acima da atmosfera, e tais limitações não estão presente no espaço, o Hubble pôde fazer diversas observações durante sua história de atividades.

O sucesso do Hubble possuiu diversas contribuições à ciência, dentre elas: a comprovação da existência de buracos negros no centro de galáxias, idade do Universo, matéria escura, descoberta de exoplanetas etc.

Figura 10 -Earendel, estrela mais antiga e distante já observada pelo Hubble, 900 milhões de anos após o Big-Bang.



Fonte: NASA, ESA, Brian Welch e Dan Coe. Disponível em <https://hubblesite.org/contents/media/images/2022/003/01FWRZTQFDGGP05KM1PRCCNZ1E?news=true>

No entanto, o HST possui limitações cruciais para novas descobertas. Ele trabalha observando na luz visível, ultravioleta e uma pequena parte do infravermelho, isso implica que todas as imagens registradas por ele, do chamado Universo observável, são obtidas através da emissão da luz de estrelas. Por consequência, seguindo esse padrão, as evidências da existência de outros planetas fora do sistema solar nunca são feitas através da observação direta dos astros planetários, e sim mediante do Trânsito Astronômico, pelo qual o trânsito de determinado planeta impede que vejamos parte da luz da estrela, indicando, desta forma, que há um corpo orbitando esta estrela e interrompendo a luz total. A título de exemplo esse é um fenômeno semelhante ao que acontece nos eclipses.

Figura 11 - Imagem conhecida como Hubble Deep UV (HBUV)

Fonte: NASA, ESA, P. Oesch (Universidade de Genebra) e M. Montes (Universidade de Nova Gales do Sul). Disponível em: <https://www.ccvalg.pt/astronomia/noticias/2018/08/21_hubble_hduv.htm>

Isso demonstra uma certa ineficiência de tal telescópio espacial, pois depende que não haja objetos impedindo a luz de percorrer. Essa é uma grande limitação, pois significante parte do Universo é composto por materiais como poeira e gases, fazendo o papel de uma espécie de barreira ou muro impossibilitando olhar além disto.

Figura 12 - Comparação das imagens de luz visível (esquerda) e luz infravermelha (direita)

Fonte: Nasa/ESA e Hubble. Disponível em: <https://webb.nasa.gov/content/about/comparisonWebbVsHubble.html>.

Pensando nisto (e noutros motivos que serão tratados mais adiante), o James Webb foi projetado, para burlar esse impeditivo. Como ele trabalha com a observação da radiação infravermelha, ele consegue observar o que há além da poeira, pois capta imagens com base na temperatura dos astros, e enfim, poder "enxergar" a história do Universo há 13,6 bilhões de anos, permitindo que haja estudos teorizando o surgimento do Universo e como galáxias e estrelas se formaram.

No entanto, diferentemente do Hubble, o Webb não possuirá tanto tempo de operação, por estar a uma distância de aproximadamente 1,5 milhões de quilômetros da Terra, qualquer gênero de manutenção torna-se inviável, sendo esperado um tempo de atividade não mais de 10 ou 20 anos, até que seu combustível acabe e o JWST torne inoperante. Em efeito de comparação, no que tange observação, a faixa de espectro é o principal elemento que diferencia os dois telescópios.

Figura 13 - Primeira missão de serviço ao Telescópio Espacial Hubble

Fonte: NASA. Disponível em <https://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/servicing/index.html>

2.2 PROBLEMA RESTRITO DE TRÊS CORPOS NA ASTRONOMIA

Do ponto de vista da mecânica, a gravidade é a força de atração que existe entre dois corpos, ela é a responsável por manter os corpos em órbitas e "prender" objetos à superfície dos planetas.

O problema Restrito dos Três corpo é, conforme Murray (1999, p. 63)

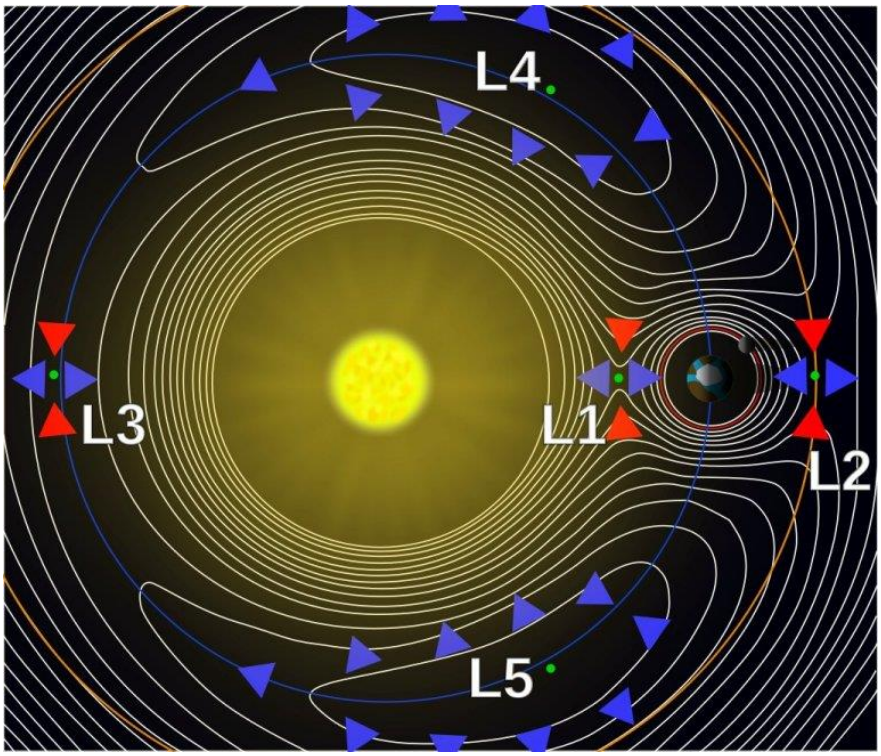
> [...] dois dos corpos do problema se movem em órbitas circulares coplanares em torno de seu centro de massa comum e a massa do terceiro corpo é muito pequena para afetar o movimento dos outros dois corpos, o problema do movimento do terceiro corpo é chamado de problema circular, restrito, de três corpos. (tradução nossa)[3]

Se temos dois corpos em interação gravitacional, ao adicionar um terceiro corpo menos massivo nessa interação, a força dos dois primeiros resulta em algo instável alterando sempre a órbita e trajetória do terceiro, sendo esse fenômeno nomeado na física de problema

[3] If two of the bodies in the problem move in circular, coplanar orbits about their common centre of mass and the mass of the third body is too small to affect the motion of the other two bodies, the problem of the motion of the third body is called the *circular, restricted, three-body problem*.

de três corpos. O Físico Joseph – Louis Lagrange encontrou cinco pontos onde isso não acontece, estes levaram o nome de cinco pontos de Lagrange (L1, L2, L3, L4 e L5).

Figura 14 - Pontos de Lagrange no Sistema Terra-Sol



Fonte: NASA, 2009. Disponível em: <https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lagrange_points2.svg>

Nesses pontos de Lagrange as forças gravitacionais dos dois corpos mais massivos no terceiro corpo são canceladas devido à força centrípeta do terceiro corpo, ou seja, nos pontos de Lagrange as gravidades se anulam deixando os três corpos exatamente na mesma posição um em relação ao outro. Os pontos L1, L2 e L3 são chamados meta – estáveis, com o tempo passando os objetos acabam se afastando do ponto de equilíbrio, onde pequenas correções durante sua órbita são necessárias. Os pontos L4 e L5 são completamente estáveis. Conforme exposto na Figura 14, os Pontos de Lagrange abrangem vastas áreas no espaço sideral, onde a interação dos corpos, no caso os do planeta Terra e do Sol, atingem um certo equilíbrio.

O JWST orbitará no ponto Lagrange L2 no sistema Terra-Sol, ponto este que a influência gravitacional do Sol e da Terra se tornam equivalentes, diminuindo a interferência e esforço de manutenção, podendo acompanhar a Terra em um ponto “fixo” à medida que gira em torno do Sol, pelo fato de estar longe o suficiente da Terra, da Lua e do Sol, não causará ruídos nas imagens geradas, pois, atuará no espectro vermelho, e este espectro opera nas ondas de calor e, embora a Terra e a Lua não emitam luz própria, elas refletem a luz solar.

2.3 AS TRÊS LEIS DE KEPLER

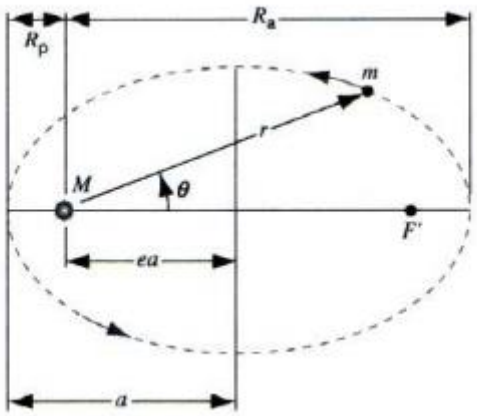
A base para o entendimento dos movimentos dos planetas é deduzida a partir das três leis de Kepler (RESNICK, HALLIDAY E KRANE, 2013. p. 14). Johannes Kepler foi um matemático e astrônomo alemão, durante a sua vida, publicou inúmeros trabalhos que mais tarde foram utilizados por Newton para definir a Lei da Gravitação Universal. Kepler foi contratado por outro astrônomo quando ainda era jovem, o dinamarquês Tycho Brahe, este foi o último astrônomo observacional antes da invenção do telescópio, quando Tycho morreu, Kepler recebeu os dados de Tycho, onde estudou durante 20 anos (OLIVEIRA FILHO e SARAIVA, 2014).

A maioria dos dados que Kepler recebera eram sobre o planeta Marte, ele conseguiu determinar, após observações de Marte em diferentes épocas da sua posição orbital, a órbita da Terra. Analisou que essa órbita era muito bem ajustada por um círculo excêntrico, tendo o Sol um pouco afastado do centro, diferentemente de Marte.

Em 1596, Kepler em sua obra *Myterium Cosmographicum*, ou simplesmente *mistério sagrado do cosmos*, com base na observação dos movimentos dos planetas, definiu as três leis do movimento planetário. De acordo com Resnick, Halliday e Krane (2013, p. 14 e 15)

1. Lei das Órbitas: Todos os planetas se movem em órbitas elípticas tendo o Sol em um dos focos.

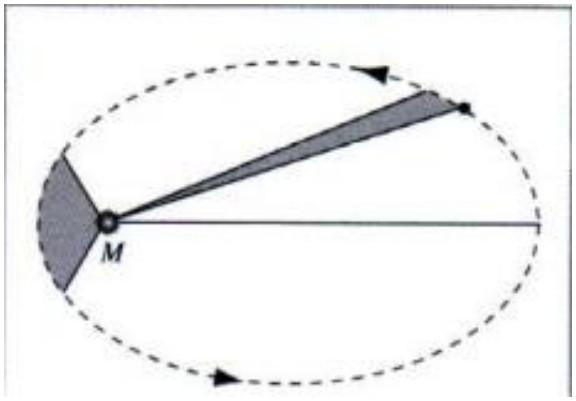
Figura 15 - Um planeta de massa m se movendo em uma órbita elíptica em torno do Sol



Fonte: Resnick, Halliday e Krane (2013, p. 14)

2. Lei das Áreas: Uma linha unindo qualquer planeta ao Sol varre áreas iguais em períodos de tempos iguais.

Figura 16 - As áreas sombreadas iguais são cobertas em intervalos de tempo iguais por uma linha conectando o planeta ao Sol



Fonte: Resnick, Halliday e Krane (2013, p. 15)

3. Lei de Períodos: o quadrado do período de qualquer planeta em torno do Sol é proporcional ao cubo da distância média entre o planeta e o Sol.

Seguindo as ideias de Oliveira e Saraiva (2014, p. 80), essa lei estabelece que quanto maiores as órbitas dos planetas, menor será a velocidade do mesmo planeta. Isso significa que quanto mais longe a força de atração do Sol diminui.

Considerando que P é o período orbital do planeta, a o semieixo maior e k como a constante para todos os corpos que orbitam o Sol, temos que:

$$P^2 = k^* a^3$$

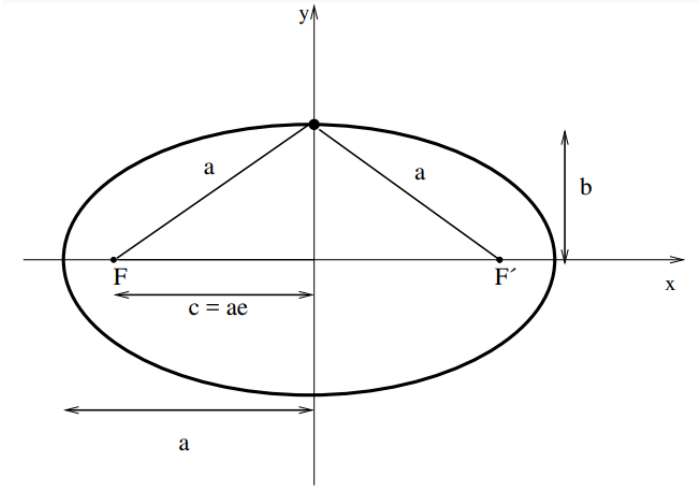
2.3.1 Propriedades das Elipses

Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 76) elencam algumas propriedades das elipses que Kepler utilizou para descrever suas leis.

a) A soma das distâncias de qualquer ponto aos dois focos é constante. *F* e *F'* são os focos, *P* um ponto em sua elipse, *a* o seu semieixo maior, de forma que:

$$FP + F'P = K = 2a$$

Figura 17 - Ponto qualquer sob uma elipse, seus focos e seus semieixos maiores



Fonte: Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 77)

b) Quanto maior a distância entre os focos, maior a excentricidade (*e)* da elipse. Onde (*c)* a distância do centro a cada foco, e (*b*) o semieixo menor. (*e*) é dado por:

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2}}$$

Quando ocorrer do ponto *P* estar em *b*, temos o teorema de Pitágoras, pois sucede um triângulo retângulo.

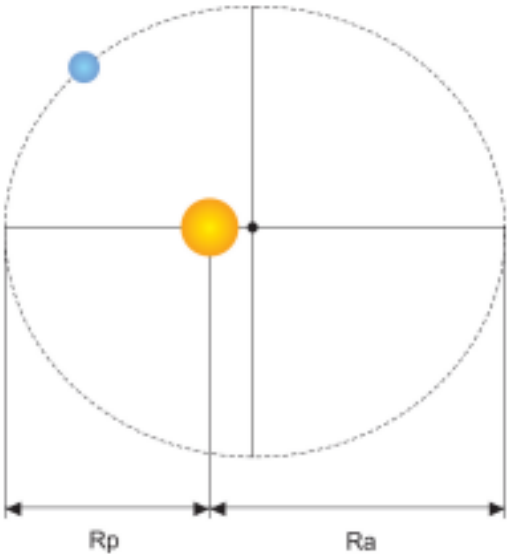
c) Considerando que um dos focos da órbita do planeta é o Sol, o ponto mais próximo na órbita do Sol é chamado periélio, enquanto o mais longe é chamado afélio. A distância entre o periélio e o Sol é dado por:

$$R_p = a - c = a - a * e = a(1 - e)$$

E a distância entre o afélio e o Sol é dado por:

$$R_a = a + c = a + a * e = a(1 + e)$$

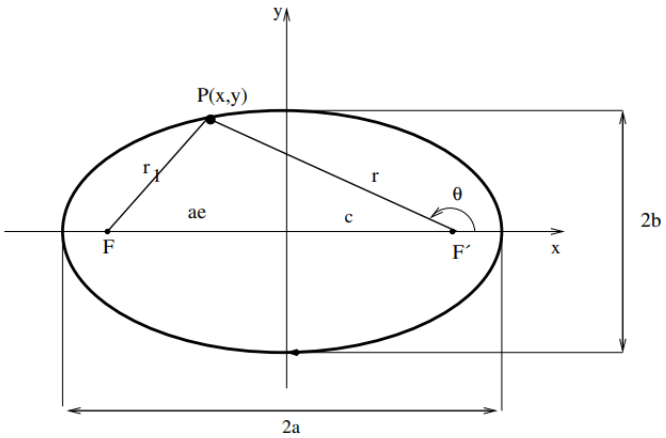
Figura 18 - Os pontos de afélio e periélio se encontram nas extremidades do eixo maior da órbita elíptica. No periélio a distância do planeta ao Sol é mínima (Rp) e no afélio a distância máxima (Ra)



Fonte: Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 78)

Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 78), definem uma elipse como “um conjunto de pontos equidistantes de dois focos separados por 2*ae*, onde *a* é o semieixo e *e* a excentricidade”.

Figura 19 - Elipse



Fonte: Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 78)

P (X, Y) ou *P (r, Θ)* é um ponto sob a elipse e *Θ* é definido como anomalia verdadeira (Oliveira Filho e Saraiva, 2014). A Lei dos cossenos é conhecida por $a^2 = b^2 + 2bcosa$. Modelando a lei dos cossenos, temos:

$$r_1{}^2 = r^2 + (2ae)^2 + 2r(2ae)cos\theta$$

Como vimos que a soma das distâncias do ponto P sob a elipse aos dois focos é *2a* temos que:

$$r + r_1 \equiv 2a$$

Rearranjando temos:

$$r_1 = 2a - r$$

De forma que:

$$(2a - r)^2 = r^2 + 4a^2e^2 + 4rae\ cos\theta$$

$$4a^2 + r^2 - 4ar = r^2 + 4a^2e^2 + 4rae\ Cos\theta$$

Cancela-se r^2 e racionaliza-se toda equação por 4

$$a^2 - ar = a^2e^2 + rae\ cos\theta$$

$$a^2 - a^2e^2 = ar + rae\ cos\theta$$

$$a^2(1 - e^2) = ar(1 + ecos\theta)$$

$$a(1 - e^2) = r(1 + ecos\theta)$$

Conclui-se que:

$$a(1 - e^2) - r(1 + ecos\theta) = 0$$

$$-r(1 + ecos\theta) = -a(1 - e^2)$$

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{(1 + ecos\theta)}$$

A Área da elipse de acordo com Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 79) expressa em equação na forma cartesiana:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{x}{a}\right)^2 = 1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2$$

$$x = a\sqrt{1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}$$

Considerando isso, temos como calcular a área da elipse se utilizando do cálculo de integrais, de forma que:

$$A = 4\int_0^b dy \int_0^x dx$$

$$A = 4\int_0^b a\sqrt{1 - \left(\frac{y}{b}\right)^2}\, dy$$

Realizando as substituições de variável $y = bsenz$ e $dy = bcoszdz$ obtemos:

$$A = 4ab\int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - (sen\, z)^2}\cos z\, dz$$

Como *sen² z + cos² z= 1*, então *1-sen² z= cos² z*, temos:

$$A = 4ab\int_0^{\pi/2} cos^2 z\, dz$$

$$\int_0^{\pi/2} cos^2 z\, dz = \frac{\pi}{4}$$

Logo a área da elipse se dá por: $A = \pi ab$

2.4 AS LEIS DE NEWTON

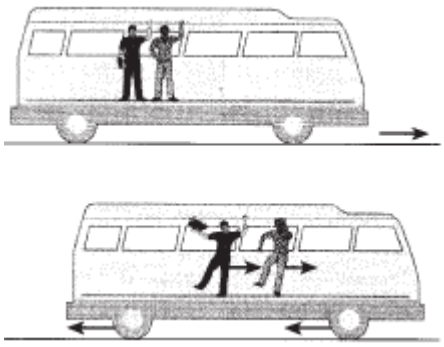
Um dos aspectos envolvidos na missão do JWST reside na complexidade física e matemática no lançamento de foguete. Dentre as teorias físicas estão as leis de Newton. Newton estudou as relações entre força, movimento e massa, baseando-se nos diversos testes realizados por seus antecessores: Brahe, Copérnico, Galileu e Kepler, visando descobrir como os objetos se movimentam. Essas relações ficaram denominadas como mecânica Newtoniana.

2.4.1 Primeira Lei de Newton

Em sua obra *Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*, Newton descreveu a primeira lei como: 'Todo objeto continua em seu estado de repouso ou de movimento uniforme em uma linha reta, a menos que seja forçado a mudar aquele estado por forças aplicadas sobre ele' (CORRADI *et al*, 2010, p. 180), ou seja, baseado nas ideias de Corradi *et al* (2010), a resistência de mudar de estado de repouso ou em Movimento Retilíneo Uniforme (MRU) é chamada inércia, logo, dependendo de quanto for a inércia de um objeto, menor ou maior será a variação de velocidade, como também a força é um agente de modificação de estado, seja em estado de repouso ou seja em estado de MRU.

Considere como exemplo uma pessoa sentada em um carro em repouso em relação ao solo. Quando o carro começa a entrar em movimento, essa força não será aplicada diretamente sobre o passageiro sentado. Por inércia, esta pessoa tende a permanecer em repouso e, será jogada para trás em relação ao carro. Atenta-se ao acaso de uma parada brusca (motivada por uma frenagem), o corpo do passageiro que está em movimento tende a ser projetado para frente.

Figura 20 - Demonstração Lei da Inércia



Fonte – Ramalho, Nicolau e Toledo *et al* (2007, p. 191)

Esta lei nos leva a compreender alguns conceitos básicos do lançamento de foguetes. Após vencer a ação da gravidade da Terra e da própria resistência da atmosfera, os satélites lançados pelos foguetes tendem a manter sua velocidade, afinal no vácuo do espaço sideral não há corpos que impeçam o movimento.

2.4.2 Segunda Lei de Newton

O enunciado do princípio fundamental da dinâmica: '*A resultante das forças aplicadas a um ponto material é igual ao produto de sua massa pela aceleração adquirida'* conhecida como segunda lei de Newton, afirma, que a força $\vec{F}$ aplicada a um objeto de massa *m*, imprime no mesmo objeto uma aceleração que é proporcional à sua massa, onde:

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

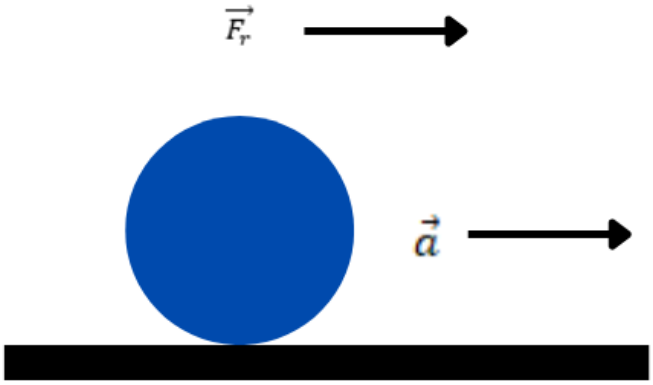
Segundo Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 85) a

> [...] Lei da Força, relaciona a mudança de velocidade do objeto com a força aplicada sobre ele. A força líquida aplicada a um objeto é igual à massa do objeto vezes a aceleração causada ao corpo por essa força. A aceleração é na mesma direção da força.

Nessa situação, o corpo possui aceleração, temos então que $\overrightarrow{F_r} \neq 0$ e $\vec{a} \neq 0$. Como a aceleração do corpo é diretamente proporcional a força que atua sobre ele, podemos dizer

então que se a força resultante ($\vec{F_r}$) for constante a aceleração ($\vec{a}$) será constante, do mesmo modo, caso a força resultante aumente ou diminua, a aceleração aumentará ou diminuirá proporcionalmente a $\vec{F_r}$ (YOUNG; FREEDMAN, 2008).

Figura 21 - Aceleração ($\vec{a}$) com mesmo sentido e direção da força resultante ($\vec{F_r}$).



Fonte: Elaboração própria

Young e Freedman (2008, p. 113) afirma que "uma força resultante que atua sobre um corpo faz com que o corpo acelere na mesma direção que a força resultante. Se o módulo da força resultante for constante [...] assim será o módulo de aceleração".

Sitko (2019, p. 49) dá a ideia de que:

> [...]na segunda Lei proposta por Newton, o Movimento de um corpo seria uma sequência lógica de pequenos 'golpes', e diria a respeito ao que ocorre quando o golpe é aplicado, e a primeira lei vale quando não há golpe. Para Newton, a primeira lei seria requisitada ao se trabalhar com a segunda. Hoje em dia. Utilizamos a primeira Lei definir referenciais inerciais nos quais a segunda lei seja válida".

Os corpos possuem certa resistência ao serem acelerados, quanto mais um corpo resiste ao ser acelerado, maior é a massa desse corpo (TIPLER, 2016, p. 96). Ao jogar uma bolinha de tênis para cima e para baixo, por exemplo, você está aplicando uma determinada força e analisando o quanto a bolinha acelera para cima e para baixo. Do mesmo modo, se jogar uma bola de futebol aplicando a mesma força, notará que a bola de futebol possui uma aceleração menor, isso por sua massa ser muito maior do que a bolinha de tênis.

2.4.2.1 Campo Gravitacional

Na gravitação, duas partículas exercem forças uma sobre a outra, as partículas interagem apesar de elas não estarem em contato, este ponto de vista é chamado ação à distância (RESNICK, HALLIDAY E KRANE, 2013, p. 18). O conceito de *campo*, considera o espaço modificado ao seu redor de modo que estabelece um campo gravitacional, este campo, onde a intensidade depende da massa do corpo, age sobre qualquer outro corpo exercendo uma força de atração gravitacional sobre ele (RESNICK, HALLIDAY E KRANE, 2013, p. 18).

A gravidade pode ser descrita como uma ação entre dois corpos à distância, conforme Knight (2009, p. 390)

> Embora fraca, a gravidade é uma força de longo alcance. Não importa a distância entre dois objetos, há uma atração gravitacional entre eles [...] consequentemente, a gravidade é a força mais onipresente do universo. Além de manter seus pés no chão, ela também mantém a Terra na órbita do Sol, o Sistema Solar orbitando o centro da Via-Láctea e toda a Via-Láctea realizando uma intrincada dança orbital com outras galáxias, formado o que é chamado "aglomerado local" de galáxias.

O campo gravitacional tem, nesse sentido, um papel importante no conhecimento nas forças que um corpo atua sobre o outro, essa força dependerá das massas de m_1 e m_2, da distância entre os corpos e de outras grandezas.

2.4.3 Terceira Lei de Newton

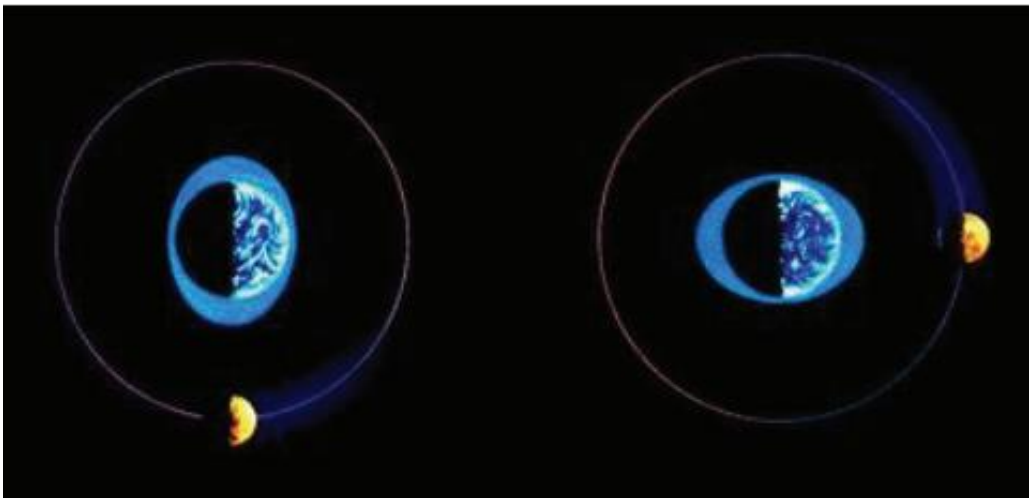
A terceira lei de Newton, também conhecida como princípio da ação e reação, tem como definição que: "se o objeto exerce uma força sobre outro objeto, esse outro exerce uma força igual e contrária" (OLIVERIRA FILHO e SARAIVA, 2014, p. 86), ou seja, se um objeto A qualquer aplicar uma força $\overrightarrow{F_a}$, em outro objeto B qualquer, B imprimirá também uma força $\overrightarrow{F_b}$, de forma que ambas as forças têm a mesma intensidade: $\left|\overrightarrow{F_b}\right| = \left|\overrightarrow{F_a}\right| = F$, mesma direção e sentidos opostos $-F_b = F_a$. Tipler (2016, p. 108) afirma que "estas forças

são iguais em magnitude e opostas em sentido. Isto é, se o objeto A exerce uma força sobre o objeto B, então B exercer uma força de mesma intensidade e sentido oposto sobre A".

Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 86) diz que "Newton pôde explicar o movimento dos planetas em torno do Sol, assumindo a hipótese de uma força dirigida ao Sol, que produz uma aceleração que força a velocidade do planeta a mudar de direção continuamente".

Essa explicação de Newton tem outra aplicação do princípio da ação e reação, sem a necessidade de contato físico entre os corpos, como no caso da atração gravitacional. Podemos utilizar como exemplo as marés, constituída da relação gravitacional Terra e Lua, conforme Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 115) "As marés, na Terra, constituem um fenômeno resultante da atração gravitacional exercida pela Lua sobre a Terra e, em menor escala, da atração gravitacional exercida pelo Sol sobre a Terra."

Figura 22 - Atração gravitacional da Terra e Lua



Fonte: Oliveira filho e Saraiva (2014, p. 116)

A Terra, através da ação da gravidade, atrai a Lua próximo à superfície da Terra, como também a Lua exerce uma força na Terra, no entanto, como a Lua possui uma velocidade de escape, ela mantém sua órbita estável. Essa relação constitui as forças de marés.

2.4.4 Lei da Gravitação Universal

Como dito anteriormente, Newton se utilizou das leis de Kepler para poder derivar a lei da gravitação universal. Ele percebera que a terceira lei de Kepler poderia ser

modificada: ele conseguiu partir do estudo de elipses para o estudo de circunferências, e desta forma, trazê-la para os estudos da dinâmica. Deste modo, Newton conseguiu usar esse conceito para considerar o movimento dos planetas e de outros corpos caindo próximo à superfície da Terra (RESNICK, HALLIDAY E KRANE, 2013, p. 1).

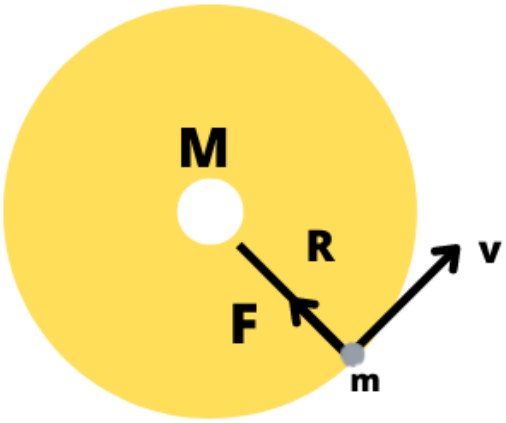
Quando um dos corpos é astronomicamente massivo, é notável a atração gravitacional (TIPLER, 2014, p. 376). A Terra, assim como a Lua e outros planetas, exerce uma força de atração. Conforme Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 88)

> [...] Newton se deu conta de que essa força se estendia até a Lua e produzia a aceleração centrípeta necessária para manter a Lua em órbita. O mesmo acontece com o Sol e os planetas. Então, Newton levantou a hipótese da existência de uma força de atração universal entre os corpos em qualquer parte do Universo.

Para construir a lei da gravitação universal, Newton considerou usar o movimento circular, e para tal seria necessário usar uma resultante centrípeta. Segundo Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 88) o Sol exerce uma força centrípeta sobre um planeta de massa *m*, que se move a uma velocidade *v* a uma distância *r* do Sol. De forma que:

$$F = m\frac{v^2}{r}$$

Figura 23 - M exerce força centrípeta a uma massa m



Fonte: Elaboração própria

O período orbital *P* de um planeta é definido como, a distância percorrida pela velocidade, de forma que:

$$P = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi r}{P}$$

Como já vimos anteriormente na terceira lei de Kepler: $P^2 = ka^3$, onde a é o semieixo maior. Essa é a distância entre o planeta e o Sol, logo, consideraremos o semieixo maior como *r*, temos que:

$$P^2 = Kr^3$$

Fazendo as devidas substituições obtemos:

$$v = \frac{2\pi r}{P} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{P^2}$$

$$F = m\frac{\frac{4\pi^2 r^2}{P^2}}{r} = \left|\vec{F}\right| = \frac{4\pi^2 rm}{P^2} \rightarrow r^2\left|\vec{F}\right| = \frac{4\pi^2 rm}{P^2} r^2$$

$$r^2\left|\vec{F}\right| = \frac{4\pi^2 r^3 m}{P^2}$$

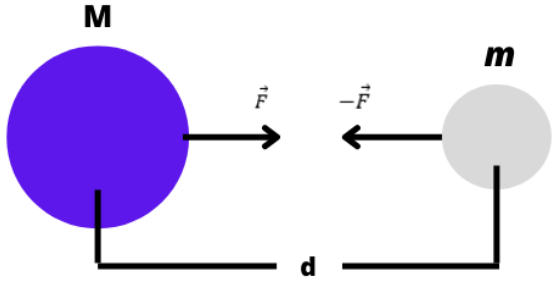
Note que a expressão r^3/P^2 é a terceira lei de Kepler, logo, $\frac{4\pi^2 r^2}{P^2}$ é uma constante. Conclui-se, conforme as ideias de Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 88) que a força exercida pelo Sol que mantém as órbitas é inversamente proporcional ao quadrado da distância:

$$\left|\vec{F}\right| \propto \frac{m}{r^2}$$

Então, de acordo a terceira Lei de Newton, a lei da Ação e Reação, Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 88) afirmam que o planeta sofre com a força exercida pelo Sol, mas o planeta também exerce força centrípeta sobre o Sol. Seja M a massa do Sol e m a massa do planeta, temos:

$$\left|\vec{F}\right| \propto \frac{M}{r^2}$$

Figura 24 - A massa maior exercendo força a uma massa menor, e massa menor exercendo força a uma massa maior, no entanto em sentidos opostos



Fonte: Elaboração própria

Assim, condizente com os pensamentos de Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 88):

> [...]Tanto o Sol quanto o planeta que se move em torno dele experimentam a mesma força, mas o Sol Permanece aproximadamente no centro do sistema solar porque a massa do Sol é aproximadamente mil vezes maior que a massa de todos os planetas somados[...] Newton, então, concluiu que, para que a atração universal seja correta, deve existir uma força atrativa entre os pares de objetos em qualquer região do Universo, e essa força deve ser proporcional a suas massas e inversamente proporcional ao quadrado de suas distâncias. A constante de proporcionalidade G depende das unidades das massas e da distância.

Newton deduziu, então, que se *m* é proporcional a força e *M* também, e inversamente proporcional à distância ao quadrado, pode-se transformar novamente em uma equação, adicionando uma constante de proporcionalidade (G), obtendo:

$$|\vec{F}| = \frac{GMm}{r^2}$$

2.4.5 Aceleração Centrípeta – Movimento Circular

O Movimento circular uniforme, envolve uma variação de direção sem nenhuma mudança da velocidade escalar, como a velocidade está variando, o movimento também é acelerado (TREFIL e HAZEN, 2006, p. 70). A aceleração centrípeta está associada ao movimento angular feito ao realizar movimentos circulares, este tipo de aceleração, destaque-se o fato de estar voltada sempre para o centro da circunferência, sendo, portanto,

perpendicular à velocidade. Trefil e Hazen (2006, p. 70) definem em palavras como “A aceleração de um corpo que se move em uma circunferência é igual ao quadrado da velocidade escalar dividido pelo raio da circunferência”. Uma circunferência de raio *r* com aceleração de um corpo com velocidade *v* pode ser escrita em equação como:

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

2.4.6 As Leis de Newton no lançamento de foguetes

O lançamento de foguetes pode ser entendido através das três leis definidas por Newton. Quando o foguete está na plataforma, estacionário, sua velocidade é nula ($\overrightarrow{v_0} = 0$), desta forma, pela primeira lei de Newton, ele tende a permanecer em repouso, já que suas forças estão em equilíbrio ($\vec{F} = 0$). No momento em que começa a queima de gases (empuxo) em sentido contrário ao peso do foguete, o equilíbrio de forças é quebrado e este tende a entrar em movimento quando a queima total dos gases tiver uma força maior do que sua massa, iniciando um movimento seguindo a segunda lei de Newton. O empuxo é dado de forma que a queima dos gases realiza uma ação no momento que são expelidos, em sentido contrário. Ao mesmo tempo, é gerada uma reação de mesma intensidade e direção, mas sentido oposto, empurrando o foguete para cima, resultando no movimento do mesmo, como descrito na terceira lei de Newton.

2.4.6.1 Forças envolvidas no lançamento de foguetes

Existem forças que atuam no foguete quando este está em movimento na vertical, dentre elas podemos citar a força gravitacional (F_G), a força de arraste (F_D) e o empuxo (T).

A força gravitacional é uma força de atração mutua entre dois corpos. Seguindo a Terra como exemplo dessa força, ao nos referirmos a força gravitacional da Terra, falamos em

como a Terra exerce atração gravitacional sobre outro corpo em direção ao seu centro. O módulo da força gravitacional da Terra é dado da seguinte equação:

$$F_G = mg$$

sendo m a massa do corpo, e g a aceleração gravitacional da Terra (9,81m/s²).

A força de arraste é a força que um fluido (neste caso o ar) exerce sobre um objeto em movimento. À medida que a velocidade do objeto aumenta (nesta situação um foguete) a força de arrasto aumenta proporcionalmente. Quanto maior for a rapidez do foguete, a força de arraste aumenta e aceleração diminui, ao fim a rapidez será grande o suficiente para que a magnitude da força de arraste se aproxime da força da gravidade (TIPLER e MOSCA, 2016).

O empuxo (T) "pode ser interpretado como a força exercida sobre o foguete pelo gás ejetado [...] pode ser aumentado através do aumento da intensidade da velocidade de ejeção dos gases ou ainda da taxa com que a ejeção ocorre" (TIPLER e MOSCA, 2016, p. 169). Durante um lançamento de foguete, a força do empuxo varia com o tempo.

Deste modo, podemos definir as forças envolvidas no lançamento de um foguete por:

$$\sum F = T - F_G - F_D$$

2.4.6.2 Sistema de Massa Variável

Visto que o foguete queima combustível, a massa total vai decrescendo no decorrer do tempo, fazendo assim que a massa do foguete varie durante seu lançamento. Esse combustível é ejetado a alta velocidade, "o foguete (menos o combustível consumido) experimenta uma aceleração que depende da taxa com que o combustível é consumido e a velocidade com que ele é ejetado (RESNICK, HALLIDAY e KRANE, 2013, p. 168). Em um instante Δt, a massa M ejeta uma massa $-\Delta M$, a massa que sobra, $M + \Delta M$, agora movimenta-se com uma velocidade v $+\Delta v$. A propulsão de foguetes é um caso de conservação de quantidade de movimento em ação. Conforme o tempo vai passando, existe mais massa ejetada com a

combustão. Neste caso, “a massa do foguete varia continuamente, à medida que ele vai queimando combustível e expelindo os gases de exaustão” (TIPLER e MOSCA, 2016. p. 267). A quantidade de movimento total é mantida, mas o foguete experimenta um empuxo que vai modificando sua quantidade de movimento.

2.5 ARIANE 5 O LANÇADOR DE FOGUETES DA ESA

No dia 25 de dezembro de 2021 foi lançado de Kourou, Guiana francesa, o James Webb (NASA, 2019). Mas apesar de muito focarmos no observatório espacial, temos que destacar também o trabalho que é tirar da gravidade da Terra. O chamado “Ariane 5” foi o equipamento utilizado para esta missão.

É um lançador de satélites desenvolvido pela Agência Espacial Europeia, combina o poder industrial do setor aeroespacial da França, Alemanha, Itália, entre outros. Possui uma altura de 50,5 metros, 5,4 metros de diâmetro, 780 toneladas e consegue colocar na órbita de transferência geossíncrona até 10 toneladas de peso, um dos mais poderosos do mundo. A respeito das informações sobre o foguete Ariane 5, foi obtida através da própria agência fabricadora (ESA) do equipamento.

Figura 25 - James Webb decolando por meio do foguete Ariane 5

Fonte: ESA, 2021.Disponível em:
<https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Missions/Ariane/(result_type)/images>

3 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS CÁLCULOS MATEMÁTICOS E FÍSICOS ENVOLVIDOS NA MISSÃO JWST

Nesta seção aplicaremos a modelagem da equação do foguete de Tsiolkovsky no Ariane 5, além de apresentar alguns cálculos envolvidos no lançamento deste foguete. Ainda apresentaremos o cálculo do posicionamento L2 no sistema Terra-Sol do JWST no espaço, o porquê tem de ser neste ponto específico e os desafios envolvidos nesse sistema. Para isto, utilizaremos a Mecânica Clássica, dos estudos de gravitação de Newton e da equação do foguete de Tsiolkovsky.

3.1 POR QUE LANÇAR PERTO DO EQUADOR?

Com a finalidade de vencermos a gravidade do planeta Terra, o foguete deve atingir uma velocidade de escape, conforme Betzler (2015, p. 21) a velocidade de escape da Terra é 11,*2 km/s* ou *40*.320 *km/h*. Logo um artifício para economizar combustível de foguetes é lançá-los próximos ao equador da Terra. Dessa forma, utilizamos alguns cálculos da física cinética para percebermos isso:

$$v = \frac{d}{t}$$

Onde: *v*: velocidade, *d*: distância, *t*: tempo

Também é sabido, Conforme Oliveira Filho e Saraiva (2014), que o diâmetro da Terra no equador é de aproximadamente 12.756 *km*. A circunferência é dada por:

$$C = 2\pi r$$

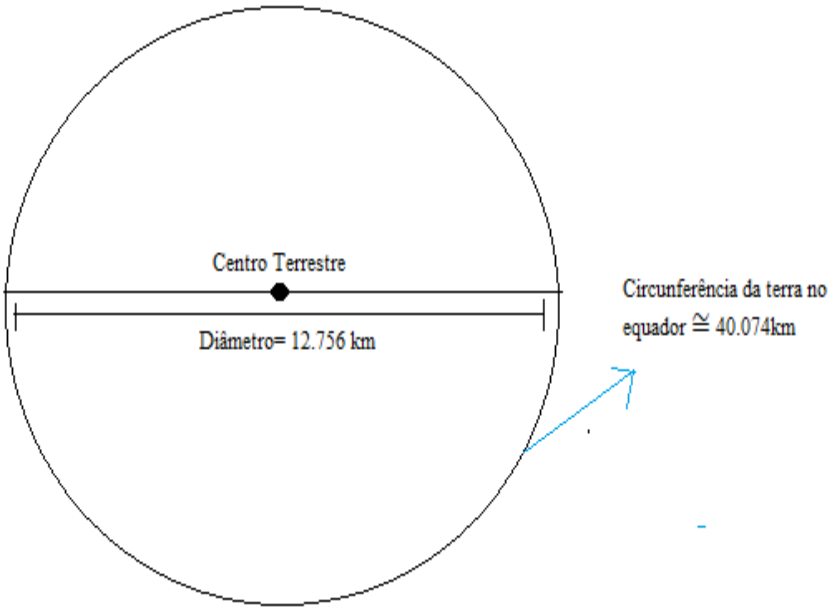
Onde, *C*: circunferência, *r*: raio

Percebe-se que o produto *2r* é o diâmetro, então fazendo as devidas substituições e considerando $\pi = 3{,}14159$:

$$C = 12.756\pi \cong 40.074\ km$$

Logo a circunferência da Terra no equador é de 40.074 km.

Figura 26 - Vista Superior de um corte horizontal no equador do Planeta Terra



Fonte: Elaboração própria

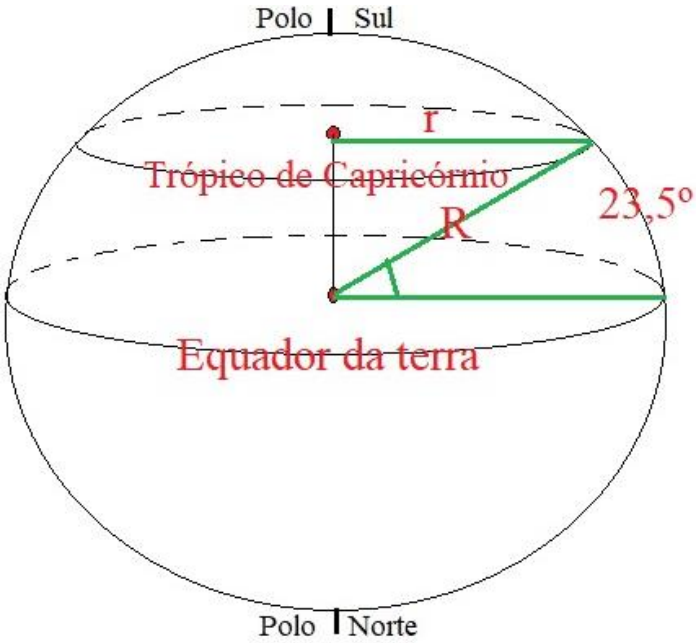
Determinado a circunferência terrestre, podemos agora definir a velocidade de rotação no mesmo local, ou seja, no equador terrestre. Considera-se *t* o tempo de rotação, ou seja, 1 dia, ou 24 horas. Temos aproximadamente:

$$v = \frac{40.074}{24} \cong 1.670 km/h$$

Que é maior a velocidade de qualquer ponto da Terra, mais ao norte ou mais ao sul. Como comparação, apresentaremos a velocidade da Terra mais ao sul, no trópico de capricórnio:

Conforme Oliveira Filho e Saraiva (2014, p. 47), o Trópico de Capricórnio está inclinado 23,5º, entre o equador e o paralelo. Com posse dessas informações podemos calcular a circunferência no Trópico de Capricórnio:

Figura 27 - Representação da inclinação do trópico de capricórnio em relação ao Equador do planeta



Fonte: Elaboração própria

$$\cos\theta = \frac{r}{R}$$

Onde: θ= 23,5º; *r* é o raio no Trópico de Capricórnio; e R o raio da Terra no equador. Como visto anteriormente, o diâmetro da Terra é de aproximadamente 12.756 *km*.

$$\cos(23{,}5) = \frac{r}{6.378}$$

$$6378 * \cos(23{,}5) = r$$

$$r \cong 5.849km$$

Definido o raio no trópico de capricórnio, partimos para a fase final do cálculo que é encontrar a circunferência no Trópico:

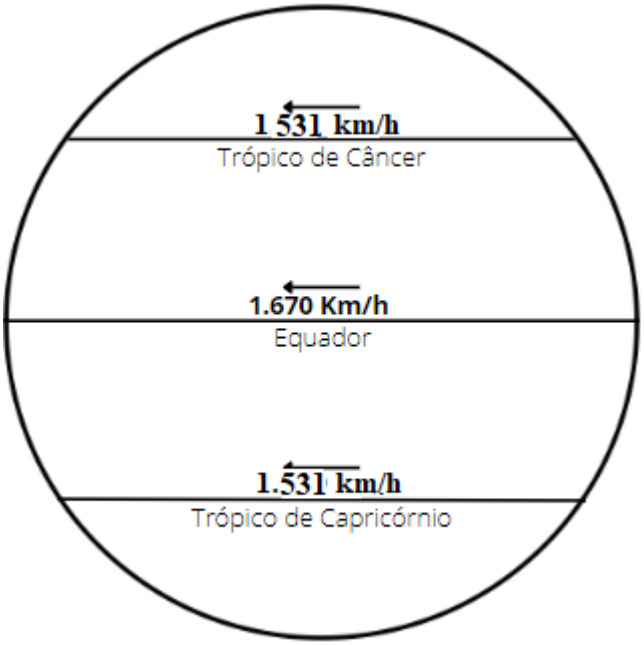
$$C = 5849 * 2 * \pi$$

$$C \cong 36.750km$$

Temos aproximadamente a velocidade de rotação da Terra no Trópico de Capricórnio:

$$v = \frac{36.750}{24} \cong 1.531km/h$$

Figura 28 - Diferenças entre as velocidades dos paralelos e equador



Fonte: Elaboração própria

A lei da inércia é uma propriedade definida por Newton que prevê que um corpo em repouso, permanece em repouso, um como em movimento, ou em movimento retilíneo uniforme, também deve permanecer com essa velocidade constante.

Portanto, percebemos através dos cálculos, e revisitando uma das leis de Newton, que recebe o nome de inércia, fica-se evidente que quanto mais próximo do equador da Terra, mais facilitado o movimento de um foguete. Pois, recebe um impulso extra do próprio movimento da Terra, algo que ficaria mais laborioso lançá-lo tanto mais ao norte, como mais ao sul. A título de curiosidade, como os polos estão nos extremos da Terra, esse bônus seria praticamente irrelevante.

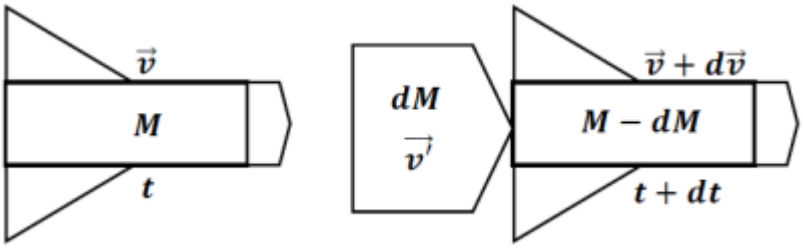
3.1.1 Modelagem da Equação do Foguete de Tsiolkovsky no Ariane 5

Konstantin Tsiolkovsky foi um cientista de foguetes russo e considerado pai da astronáutica, desenvolveu inúmeros trabalhos relacionados à aeronáutica, dentre elas a derivação da equação de foguetes.

Conforme Pinheiro (2018, p. 19), a dedução da equação de Tsiolkovsky se passa por entender que:

> Considerando o movimento de um foguete acelerando no espaço sendo observado de um referencial inercial na Terra. Supondo que ele não esteja sujeito a força de gravidade e nem a força de arrasto atmosférico, num dado instante *t* sua massa é *M* e sua velocidade $\vec{v}$. Após um intervalo de tempo *dt* sua massa passa a ser *M-dM* com velocidade $\vec{v} + d\vec{v}$, onde *dM* representa a massa expelida com velocidade $\vec{v}$."

Figura 29 - Ilustração da queima de combustível de um foguete



Fonte: Pinheiro (2018, p. 19)

Ainda conforme Pinheiro (2018, p. 20), nesse esquema, nós consideramos a massa queimada pela propulsão do foguete um sistema isolado, de modo que a propulsão dos foguetes se dá através da conservação da quantidade de movimento, assim como nas leis da inércia onde a quantidade de movimento inicial, será igual à quantidade de movimento final:

$$Q_{mov.inicial} = Q_{mov.final}$$

É essencial a compreensão que o foguete em seu estágio inicial possuirá uma determinada massa, e quando se movimenta e o tempo passa, ele vai perdendo sua massa, devido à combustão do propelente e o escape dos gases através dos motores, assim como também a velocidade, assim que é expulso o combustível ela começa a ganhar mais velocidade, considera-se:

$$M.\vec{v} = (M - dM)(\vec{v} + d\vec{v}) + dM(\vec{v} + d\vec{v} - \overrightarrow{v_e})$$

Rearranjar a equação:

$$M.\vec{v} = M.\vec{v} + Md\vec{v} - \vec{v}dM - dMd\vec{v} + \vec{v}dM + dMd\vec{v} - dM\overrightarrow{v_e}$$

$$0 = Md\vec{v} - dM\overrightarrow{v_e}$$

$$Md\vec{v} = -dM\vec{v}_e$$

Chegamos à conclusão de que o produto da massa pela variação da velocidade é igual ao produto entre variação da massa pela velocidade de escape. Conseguimos ainda dividir ambos os lados na equação por *M*.

$$d\vec{v} = -\overrightarrow{v_e}\frac{dM}{M}$$

Ainda podemos integrar ambos os lados da Equação, de forma que:

$$\int_{\overrightarrow{v_0}}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_{M0}^{M} \frac{-\vec{v}_{e*dM}}{M}$$

Através dessa integral, percebemos que na segunda expressão existirá um resultado que o apresentará um logaritmo natural, implica que a velocidade final é uma exponencial da relação entre as massas:

$$\vec{v} - \overrightarrow{v_0} = -\overrightarrow{v_e}.\ln\left(\frac{M}{M_0}\right)$$

Rearranjando:

$$\overrightarrow{\Delta v} = -\overrightarrow{v_e}\ln\left(\frac{M}{M_0}\right)$$

Através de uma propriedade dos logaritmos naturais, invertendo o denominador pelo numerador, conseguimos retirar o sinal negativo:

$$\overrightarrow{\Delta v} = \vec{v}_e \ln\left(\frac{M_0}{M}\right)$$

Conforme Pinheiro (2018, p. 21) esta equação relaciona a quantidade de propelente necessária para que o foguete tenha incremento $\overrightarrow{\Delta v}$ na sua velocidade final.

Através da Equação do Foguete de Tsiolkovsky, e com base em algumas informações da Agência Espacial Europeia, podemos modelar essa equação para descobrirmos qual a velocidade mínima que o foguete Ariane 5 terá após sair da influência gravitacional da Terra. É bom frisarmos que os cálculos a seguir considerará o Foguete Ariane 5 com apenas um estágio, a fim, de forma didática, apresentar os cálculos da Equação do Foguete de Tsiolkovsky.

Segundo informações da (ESA, 2015) a massa do Ariane 5 é de 780 toneladas, que será sua massa final, visto que se considera o foguete sem os propelentes. E ainda de acordo com (ESA, 2019), o somatório dos propelentes utilizados no Ariane 5 é 429,7 toneladas. Logo, a massa total do Ariane 5, propelente mais o casco é de um total de 1.209,7 toneladas. Consideraremos a velocidade de escape no vácuo como 15.256,51 *km/h*.

Mi= 1209,7T
Mf= 780T
Ve= 15.256,52 km/h

$$\vec{v} = \overrightarrow{v_e} * \ln\left(\frac{M_{inicial}}{M_{final}}\right) = 15.256{,}51 ln\left(\frac{1209{,}7}{780}\right) \cong 6.700 km/h$$

É importante, novamente, frisar, que os cálculos que apresentamos foram baseados considerando o Foguete Ariane 5 possuindo apenas um estágio.

3.2 CÁLCULO DA DISTÂNCIA L2

Exemplificaremos agora o cálculo de um objeto no ponto L2 de Lagrange no sistema Terra-Sol, neste caso o JWST, tratado neste estudo como um corpo. O cálculo a ser apresentando se dará considerando a grande diferença de massa entre dois astros, neste caso o sistema Sol–Terra, utilizando-se da Teoria Gravitacional Universal de Newton nas exemplificações da interação entre os três corpos (Terra-Sol-Telescópio).

No que tange mecânica de movimento de dois corpos, segundo Fortes (2017, p. 3) "envolve forças inversamente proporcionais ao quadrado das distâncias envolvidas e apresenta soluções para as equações de movimento que contemplam órbitas elípticas, parabólicas ou hiperbólicas." O Webb nessa situação, pode ser utilizado como um objeto de massa (p) desprezível em movimento orbitando a Terra, sofrendo influência gravitacional do Sol e da Terra. Segundo a mecânica, existem várias soluções que podem envolver o problema de três corpos, mas o que nos interessa e o que se aplica ao James Webb é o movimento vinculado dos três corpos sob influência de suas gravidades mútuas, o qual trabalharemos neste estudo.

O estudo a ser representado aqui é o problema restrito circular de três corpos:

> visto que a órbita da Terra em torno do Sol é aproximadamente circular sobre o centro de massa comum entre esses astros. Sendo assim, Sol e Terra irão exercer atração gravitacional sobre o JWST e a influência gravitacional deste telescópio sobre o planeta e o Sol pode ser desconsiderada (FORTES, 2017, p. 3).

Temos que compreender que o ponto em questão, o L2, está em repouso em relação à Terra, e em movimento, durante um ano, em relação ao Sol. Isso significa que ambos os corpos, tanto a Terra quanto o ponto L2, possuirão a mesma velocidade angular. Logo, a soma vetorial da força gravitacional da Terra com a força gravitacional do Sol deverá igualar-se a uma resultante de forças direcionada para o centro de massas, a aceleração centrípeta:

$$\vec{F}_{GT} + \vec{F}_{GS} = m.\vec{a_c}$$

Mas, pela Teoria Gravitacional Universal, deve acontecer uma substituição de forma que:

$$\vec{F}_{GT} \text{ e } \vec{F}_{GS}$$

$$\frac{GM_s m}{{r_s}^2} + \frac{GM_T m}{{r_t}^2} = m\vec{a}_c$$

Mas, considerando o sistema Terra-Sol, obriga-se a correção de algumas variáveis, de forma que: seja G a constante gravitacional, M a massa do Sol, m a massa da Terra, r a distância da Terra ao Sol (ou uma unidade astronômica), v a velocidade da Terra, v_{JWST} a velocidade do James Webb, m_{JWST} a massa do James Webb, T o tempo que a Terra leva para dar uma volta completa ao redor do Sol, e $R + r$ a distância do James Webb ao Sol. Onde $m_{JWST}.\vec{a}_c$, sendo a resultante de forças direcionada ao centro de massas. Havemos:

$$m_{JWST}.\vec{a}_c = \frac{GMm_{JWST}}{(r+R)^2} + \frac{Gmm_{JWST}}{R^2}$$

Mas $\vec{a}_c$ por ser a aceleração centrípeta, torna-se, como visto anteriormente:

$$\frac{v^2}{r}$$

Substituindo:

$$m_{JWST}.\frac{{v^2}_{JWST}}{(r+R)} = \frac{GMm_{JWST}}{(r+R)^2} + \frac{Gmm_{JWST}}{R^2}$$

Neste caso, observa-se que $(r + R)$ é o r da fórmula da aceleração centrípeta, pois considera o raio orbital do telescópio espacial como sendo a distância Sol - Terra mais a distância Terra-telescópio. A massa do James Webb está presente dos dois lados da equação:

$$\frac{{v^2}_{JWST}}{(r+R)} = \frac{GM}{(r+R)^2} + \frac{Gm}{R^2}$$

O raio orbital do telescópio poderá ser cancelado dos dois lados da equação de forma que:

$${v^2}_{JWST} = \frac{GM}{(r+R)} + \frac{Gm(r+R)}{R^2}$$

Outras modificações poderão ser feitas, como a definição de v_{JWST}, que é a velocidade do telescópio: como a velocidade nada mais é que a razão da distância pelo tempo, e como a órbita terrestre, sendo a similar ao do JWST, ou seja, é praticamente circular, assim como sua a velocidade angular também é igual, temos:

$$\frac{2\pi(r+R)}{T_{JWST}}$$

$$\left(\frac{2\pi(r+R)}{T_{JWST}}\right)^2 = \frac{GM}{(r+R)} + \frac{Gm(r+R)}{R^2}$$

Distribuindo o expoente:

$$\frac{4\pi^2(r+R)^2}{{T_{JWST}}^2} = \frac{GM}{(r+R)} + \frac{Gm(r+R)}{R^2}$$

Dividindo ambos os lados pelo quadrado do Raio Sol-JWST:

$$\frac{1}{(r+R)^2} * \frac{4\pi^2(r+R)^2}{{T_{JWST}}^2} = \frac{GM}{(r+R)} + \frac{Gm(r+R)}{R^2} * \frac{1}{(r+R)^2}$$

Simplificando:

$$\frac{4\pi^2}{{T_{JWST}}^2} = \frac{GM}{(r+R)^3} + \frac{Gm}{R^2(r+R)}$$

Com base na 3ª lei de Kepler, temos que a razão do quadrado do período orbital pelo cubo da distância média do Sol é constante.

$$\frac{T^2}{R^3} = K$$

Mas por meio da Lei da Gravitação Universal, Newton percebeu que essa força de atração gravitacional é uma força centrípeta, como já referido. Newton chegou à conclusão que:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \rightarrow \frac{GM}{r^3} = \frac{4\pi^2}{T^2}$$

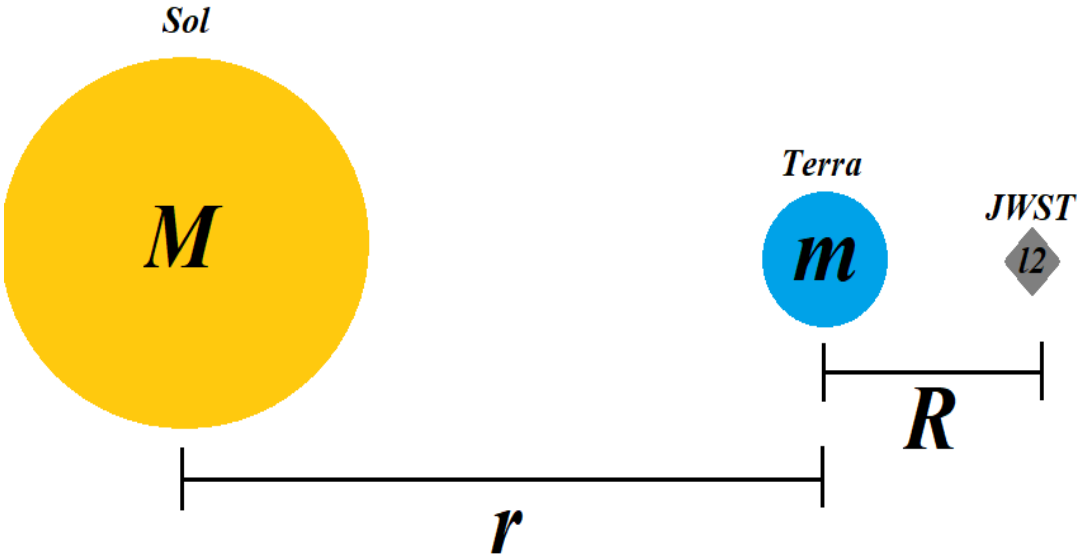
Logo:

$$\frac{4\pi^2}{{T_{JWST}}^2} = \frac{GM}{(r+R)^3} + \frac{Gm}{R^2(r+R)} \rightarrow \frac{GM}{r^3} = \frac{GM}{(r+R)^3} + \frac{Gm}{R^2(r+R)}$$

É necessário a divisão de ambos os lados da equação pela constante gravitacional universal '*G*'

$$\frac{M}{r^3} = \frac{M}{(r+R)^3} + \frac{m}{R^2(r+R)}$$

Figura 30 - Relação das variáveis



Fonte: Elaboração própria

Conforme foi proposto por nós, a Figura 30 mostra a relação das variáveis. Onde *R*, é o objetivo.

É conhecido algumas informações da equação anterior. Segundo Oliveira Filho e Saraiva (2014):

Massa do Sol $M = 1{,}988797*10^{30}$

Massa da Terra $m = 5{,}973332*10^{24}$

Distância Terra-Sol, ou Unidade Astronômica $r = 1$

$$\frac{1{,}988797 * 10^{30}}{1^3} = \frac{1{,}988797 * 10^{30}}{(1+R)^3} + \frac{5{,}973332 * 10^{24}}{R^2(1+R)}$$

Esta equação tem como resultado como $R \cong$ 0,01 Unidades Astronômicas, Oliveira Filho e Saraiva (2014) assumem uma Unidade Astronômica como sendo 149.597.870 *km*. Logo se formos multiplicar o valor encontrado por essa constante, a distância do James Webb para o planeta Terra é de aproximadamente 1.495.978,7 *km.* A solução apresentada foi realizada através de um software online, não sendo calculado de modo analítico.

O resultado do cálculo é bem satisfatório, visto que a (NASA, 2019) considera a distância da Terra até o James Webb como sendo 1,5 milhões de quilômetros.

Sem as técnicas de estilingue gravitacional aplicada no equador seria muito mais dificultoso fisicamente lançar um foguete, pois demandaria muito esforço, tanto em combustíveis como em motores mais eficientes para se chegar no mesmo objetivo, visto que a localidade proporciona uma velocidade adicional de aproximadamente 140 *km/h* em contraste aos outros locais, como nos trópicos de câncer ou capricórnio, além de ter um custo financeiro adicional, pois necessitará utilizar mais combustíveis para atingir a velocidade de escape necessária.

O resultado obtido neste trabalho apresenta a importância da aplicabilidade da matemática na física de modo que tais resultados obtidos demostram uma relação relevante em dados no lançamento real de foguetes. No entanto, não consideramos todas as variáveis aplicadas no voo de foguetes, como: condições climáticas, coeficiente de arrasto, aerodinâmica, entre outros, pois fugiria da proposta em apresentar as simplificações estabelecidas no trabalho, um modelo robusto.

A mecânica de movimento dos corpos, em específico o problema restrito dos três corpos nos forneceu a base necessária para trabalhar nesta pesquisa envolvendo o JWST admitindo a sua massa como desprezível em comparação às massas da do planeta Terra e do Sol. Com isso obtivemos uma proximidade satisfatória do endereço sideral do JWST.

Tais cálculos para a missão do JWST (Cálculo da velocidade no equador, cálculo da distância do ponto L2 de Lagrange no sistema Sol-Terra e a modelagem no lançamento de foguetes) são vitais, pois através delas podemos definir, com certa proximidade, algumas relações que existem entre a matemática e a astrofísica.

4 CONCLUSÃO

Nesta pesquisa, foi feito um estudo a respeito do Telescópio Espacial James Webb, dando foco no cálculo de seu posicionamento no espaço, nas forças envolvidas na posição L2 de Lagrange no sistema Sol-Terra e na física no lançamento do foguete Ariane 5, o qual levou o JWST para o espaço. Este trabalho baseou-se no estudo do problema restrito de três corpos (Terra-Sol-Telescópio) para calcular o posicionamento do Webb no espaço, para isso foi considerado a massa do JWST como desprezível comparado ao sistema Terra-Sol. Foi demonstrado através dos estudos da gravitação de Newton, as forças que estão presente na posição L2 Terra-Sol atual ao qual o telescópio se encontra. Obtendo um resultado aproximado satisfatório, nos permitindo estabelecer algumas relações entre matemática, física e astrofísica. Lembrando que todos os cálculos aqui apresentados podem ser reproduzidos em outros corpos celestes, como o sistema Terra-Lua.

Além disto, a técnica de estilingue gravitacional, usado na Guiana Francesa, onde utiliza da rotação da Terra para obter vantagens físicas no lançamento de foguetes, ficou claro que nas faixas próximas ao equador terrestre o foguete obterá uma maior velocidade utilizando essa manobra, economizando propelente, e consequentemente recursos financeiros.

Com os estudos da mecânica clássica de Newton, aplicamos a modelagem matemática e a equação de Tsiolkovsky no foguete Ariane 5, apresentando, com efeito, o cálculo da velocidade do veículo lançador de satélites da ESA, considerando a massa de propelente queimada em relação ao tempo, destacando a conservação da quantidade de movimento, como também as leis da Inércia. Dando a entender, deste modo, que o foguete, conforme o tempo passa, vai perdendo a sua massa, devido à combustão, mas a quantidade de movimento se mantém.

Com o desenvolvimento desta pesquisa, percebeu-se que o local onde o foguete é lançado tem extrema relevância, tanto por se beneficiar de propriedades físicas da Terra, quanto financeiramente. Foi percebido também que a posição L2 no sistema Sol-Terra ao qual o James Webb está orbitando, embora seja instável, é a mais adequada possível para a missão, pois mesmo que utilize uma pequena quantidade de combustível para manter o telescópio no ponto desejado, ele não sofre tanta radiação solar como nos pontos estáveis L4 e L5, pois o L2 está a “atrás” da Terra em relação ao Sol.

Esperamos que este trabalho sirva de estímulo da curiosidade e estudo da astronomia no Brasil, seja por meio do estudo de foguetes, de física, de matemática, de telescópios, de

engenharia aeroespacial ou de corpos celestes. Sugerimos ainda, como proposta de continuação da pesquisa, a inserção de uma sequência didática no contexto escolar relacionada as Leis de Newton baseada na realidade do educando como proposta pedagógica, utilizando de materiais como: vídeos, atividades experimentais e jogos. Nesse sentido, objetivam-se atividades que enriqueçam as aulas de física, de modo que contribuam para o aprendizado significativo do aluno.

REFERÊNCIAS

BOAVENTURA, Edivaldo M. **Metodologia da pesquisa:** monografia, dissertação e tese. 1 ed. 5 reimp. São Paulo. Atlas, 2011.

BETZLER, Alberto Silva. **Aplicações da Mecânica Estatística Não Extensiva na Astrofísica de Pequenos Corpos do Sistema Solar**. Tese (Doutorado) - Universidade Federal da Bahia, Salvador. 2015.

CORRADI, Wagner *et al*. **Fundamentos de Física 1**. Belo Horizonte, Editora UFMG, 2010.

ESA, **Webb liftoff on Ariane 5**. 2021. Disponível em: < https://www.esa.int/ESA_Multimedia/Missions/Ariane/(result_type)/images>. Acesso em: 4 jun. 2022. Citado na Página 47.

FLICK, Uwe. **Uma introdução à pesquisa qualitativa.** Tradução: Sandra Netz. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2004. Título original: An introduction to qualitative research 2th ed.

FORTES, Elaine Cristina Ferreira Silva; AZEVEDO, Franciane; KOLLAND, Marcos. Desvendando o Endereço Físico do Telescópio James Webb. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, vol. 40 nº 3, e3306 (2018).

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física 1**. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. 10ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. Título original: *Fundamentals of physics*, 10th ed.

HST – Hubble Space Telescope. Disponível em: http://hubblesite.org/. Acesso em: 20 mai. 2022.

KALIRAI, Jason. Scientific Discovery with the James Webb Space Telescope**. Space Telescope Science Institute (STScI),** 3700 San Martin Drive, Baltimore MD, USA, 21218. Center for Astrophysical Sciences, 3400 N. Charles Street, Johns Hopkins University, Baltimore MD, USA, 21218. 2018.

KNIGHT, Randall. **Física 1:** uma abordagem estratégica. Tradução: Trieste Freire Ricci. 2ed. Porto Alegre: Bookman, 2009. Título original: *Physics for Scientists and Engineers, 2nd Edition.* ISBN 0805327363.

LIGHTSEY, Paul A *et al.* James Webb Space Telescope: large deployable cryogenic telescope in space. **Optical Engineering**. 2012.

MOTTA, Alexandre de Medeiros. **O TCC e o fazer cientifico:** da elaboração à defesa pública. 2 ed. rev. ampl. e atual. Tubarão. Ed. Copiart, 2015.

MURRAY, Carl D; DERMOTT, Stanley. **The Restricted Three-Body Problem.** In *Solar System Dynamics***.** (pp. 63-129). Cambridge: Cambridge University Press. 1999.

NASA, Adriana Manrique Gutierrez. **James Webb Space Telescope Artist Conception**. 2021. Disponível em: <

https://www.flickr.com/photos/nasawebbtelescope/51412207042/in/album-72157624413830771>. Acesso em: 6 jun. 2022. Citado na Página 18.

NASA, Chris Gunn. **James Webb Space Telescope Mirrors Will Piece Together Cosmic Puzzles**. 2016. Disponível em: < https://www.flickr.com/photos/nasawebbtelescope/30116152713/in/album-72157629134274763>. Acesso em: 4 jun. 2022. Citado na Página 16.

NASA, Chris Gunn. **NASA's Webb Sunshield Stacks Up to Test.** 2014. Disponível em: < https://www.flickr.com/photos/nasawebbtelescope/14753947223/in/album-72157629134274763/>. Acesso em: 3 jun. 2022. Citado na Página 17.

NASA, ESA, Brian Welch, Dan Coe. **LENSED STAR EARENDEL**. 2022. Disponível em: <https://hubblesite.org/contents/media/images/2022/003/01FWRZTQFDGGP05KM1PRCCNZ1E?news=true>. Acesso em: 27 mai. 2022. Citado na Página 24.

NASA, ESA, P. Oesch, M. Monte. **HUBBLE PINTA RETRATO DO UNIVERSO EM EVOLUÇÃO**. 2018. Disponível em: < https://www.ccvalg.pt/astronomia/noticias/2018/08/21_hubble_hduv.htm>. Acesso em: 24 mai. 2022. Citado na Página 25.

NASA, ESA. **MIRI's Sharper View Hints at New Possibilities for Science**. 2022. Disponível em: <https://blogs.nasa.gov/webb/2022/05/09/miris-sharper-view-hints-at-new-possibilities-for-science/>. Acesso em: 4 jun. 2022. Citado na Página 20.

NASA, ESA. **Webb vs Hubble Telescope** 2020. Disponível em: < https://webb.nasa.gov/content/about/comparisonWebbVsHubble.html>. Acesso em: 28 mai. 2022. Citado na Página 26.

NASA, STScl. **NASA's Webb In Full Focus, Ready for Instrument Commissioning**. 2022. Disponível em: < https://blogs.nasa.gov/webb/2022/04/28/nasas-webb-in-full-focus-ready-for-instrument-commissioning/>. Acesso em: 5 jun. 2022. Citado na Página 22.

NASA, STScl. **Telescope Alignment Evaluation Image**. 2022. Disponível em: < https://www.flickr.com/photos/nasawebbtelescope/51942047253/in/album-72177720296737701>. Acesso em: 5 jun. 2022. Citado na Página 20.

NASA. **About – Hubble Servicing Missions**. 2006. Disponível em: < https://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/servicing/index.html>. Acesso em: 28 mai. 2022. Citado na Página 27.

NASA. **Early Universe**. 2017. Disponível em: <https://www.jwst.nasa.gov/contente/science/firstLight.html>. Acesso em: 4 jun. 2022. Citado na Página 11.

NASA. **Frequently Asked Questions**. 2019. Disponível em: <https://www.jwst.nasa.gov/content/about/faqs/faq.html>. Acesso em: 4 jun. 2022. Citado nas Páginas 7, 12, 13, 15, 42.

NASA. **Hubble Space Telescope Design**. 2022. Disponível em: <https://www.nasa.gov/content/goddard/hubble-space-telescope-design>. Acesso em: 28 mai. 2022. Citado na Página 23.

NASA. **Image Stacking**. 2021. Disponível em: < https://www.jwst.nasa.gov/content/webbLaunch/deploymentExplorer.html>. Acesso em: 4 jun. 2022. Citado na Página 19.

NASA. **Lagrange Points**. 2009. Disponível em: < https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Lagrange_points2.svg>. Acesso em: 6 jun. de 2022. Citado na Página 28.

NASA. **NIRCam**. 2022. Disponível em: < https://blogs.nasa.gov/webb/2022/04/28/nasas-webb-in-full-focus-ready-for-instrument-commissioning/>. >. Acesso em: 29 mai. 2022. Citado na Página 22.

NASA. **NIRSpec**. 2022. Disponível em: < https://blogs.nasa.gov/webb/2022/04/28/nasas-webb-in-full-focus-ready-for-instrument-commissioning/>. >. Acesso em: 29 mai. 2022. Citado na Página 22.

OLIVEIRA FILHO, Kepler de; SARAIVA, Maria de Fátima. **Astronomia e Astrofísica**. 3ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2014.

PINHEIRO, Eduardo Carvalho. **Equações de Clohessy-Wiltshire:** modelo linear para variação de massa nas manobras evasivas de veículos espaciais. 2018. Dissertação (Mestrado) - Universidade Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2018.

RAMALHO JUNIOR, Francisco; FERRARO, Nicolau Gilberto; SOARES, Paulo Antônio de Toledo. **Os Fundamentos da Física 1**. 9ed. rev. e ampl. São Paulo, Moderna, 2007.

RESNICK, Robert; HALLIDAY, David; KRANE, Kenneth S. **Física 1**. Tradução: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco *et al*. Reimpr. Rio de Janeiro: LTC, 2013. Título original: Physics, volume one, 5th ed.

RESNICK, Robert; HALLIDAY, David; KRANE, Kenneth S. **Física 2**. Tradução: Pedro Manuel Calas Lopes Pacheco *et al*. Reimpr. Rio de Janeiro: LTC, 2013. Título original: *Physics*, volume one, 5th ed.

SANTOS, Adriana Marques dos. **Lançamento de Foguetes: uma análise introdutória da física, matemática e solução numérica.** 2018. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Centro de Ciências Humanas e Exatas, 2018.

SANTOS, Leonardo Barbosa Tôrres dos. **Pontos Lagrangianos – Aplicação para o asteroide 2001SN263**. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2017.

STIKO, Camila Maria. **O novo princípio de Euler e a emergência da segunda lei de Newton na forma F=ma**. 2019. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, 2019.

TEIXEIRA, Wilson *et al*. **Decifrando a Terra**. 2ed. Companhia Editora Nacional, 2009.

TIPLER, Paul Allen; MOSCA, Gene. **Física para cientistas e engenheiros:** mecânica, oscilações e onda, termodinâmica. Tradução: Paulo Machado Mors. vol.1. Reimp. Rio de Janeiro: LTC, 2016. Título original: *Physics for scientists and engineers: with modern physics*, 6th ed.

TREFIL, James; HAZEN, Robert M. **Física viva:** uma introdução à física conceitual. Tradução: Ronaldo Sérgio de Biasi. vol.3. Rio de Janeiro: LTC, 2006. Título original: *Physics Matters, an introduction to conceptual physics.*

YOUNG, Hugh D; FREEDMAN, Roger A. **Física 1**. Tradução: Sonia Midori Yamamoto. 12ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2008. Título original: *Sears and Zemansky's university physics, 12th.*

YOUNG, Hugh D; FREEDMAN, Roger A. **Física II:** termodinâmica e ondas. Tradução: Adir Moysés Luiz. 10ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2003. Título original: *Sears and Zemansky's university physics, 10th.*