



UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

HIAGO ALVES DE JESUS

LEILA DA SILVA NUNES CAMARGO

MODELAGEM MATEMÁTICA:

USO DAS FUNÇÕES NA EVOLUÇÃO DA TRANSMISSÃO DA COVID-19

Tubarão/SC

2020

HIAGO ALVES DE JESUS
LEILA DA SILVA NUNES CAMARGO

MODELAGEM MATEMÁTICA:
USO DAS FUNÇÕES NA EVOLUÇÃO DA TRANSMISSÃO DA COVID-19

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. MSc. Dalmo Gomes de Carvalho.

Tubarão/SC
2020

HIAGO ALVES DE JESUS
LEILA DA SILVA NUNES CAMARGO

MODELAGEM MATEMÁTICA:
USO DAS FUNÇÕES NA EVOLUÇÃO DA TRANSMISSÃO DA COVID-19

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado à obtenção do título de Licenciado em Matemática e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina.

Tubarão, 03 de dezembro de 2020.

Professor e orientador Dalmo Gomes de Carvalho, MSc.
Universidade do Sul de Santa Catarina



Prof. Carlos Augusto Zilli, MSc.
Instituto Federal de Santa Catarina

Prof. Mário Selhorst, MSc.
Universidade do Sul de Santa Catarina

Dedicamos este trabalho às nossas famílias, que sempre nos deram suporte e amor incondicional.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos primeiramente a Deus por nos guiar e nos orientar nesta caminhada.

Agradecemos a nossa família, em especial nossos companheiros (as) e nossos filhos que sempre estiveram ao nosso lado nos dias mais difíceis.

Agradecemos ao professor Dalmo pelas orientações fundamentais na elaboração desta monografia com seus ensinamentos, dedicação e disposição.

Agradecemos também aos professores do curso de matemática pelos ensinamentos.

E por fim, agradecemos aos nossos colegas e amigos de turma pela parceria e companheirismo.

“Educar verdadeiramente não é ensinar fatos novos ou enumerar fórmulas prontas, mas sim preparar a mente para pensar.” (ALBERT EINSTEIN, 1879-1955)

RESUMO

A motivação para a construção deste trabalho veio com a atual situação vivenciada por todo o mundo. A pandemia por COVID-19 apresentou inúmeras possibilidades de aprendizado da matemática. A partir disso, este trabalho tem como objetivo propor situações didáticas para a educação básica envolvendo a modelagem matemática com o uso de funções na evolução da transmissão da COVID-19. É sempre um grande desafio para o professor levar para a sala de aula a matemática ligada a situações reais e propor algo diferente. Nesse contexto, sabe-se que o conteúdo de funções está diretamente ligado a várias atividades do cotidiano e por isso seu estudo é de extrema importância. Além disso, o uso da modelagem matemática como instrumento facilitador desse aprendizado instiga o aluno a investigar, pesquisar e a ser mais crítico. Metodologicamente, desenvolveu-se uma pesquisa de cunho quantitativa, exploratória e bibliográfica. Entende-se que os resultados alcançados com as sequências didáticas foram satisfatórios, pois permitirão que o educador proporcione aos educandos uma maneira de estudar o conteúdo matemático explorando o caso real da COVID-19. Deste modo, acredita-se na relevância deste tipo de proposta didática que pode contribuir para o estudo das funções com alunos do ensino médio.

Palavras-chave: Modelagem matemática. Funções. COVID-19.

ABSTRACT

The motivation for the construction of this work came with the current situation experienced by the whole world. The COVID-19 pandemic presented us with countless possibilities for learning mathematics. From this, this work aims to propose didactic situations for basic education involving mathematical modeling with the use of functions in the evolution of COVID-19. It is always a great challenge for the teacher to take mathematics related to real situations to the classroom and propose something different. In this context, it is known that the content of functions is directly linked to various activities of daily life and therefore its study is extremely important. In addition, the use of mathematical modeling as a facilitator of this learning instigates the student to investigate, research and be more critical. In this way, we believe in the relevance of this type of didactic proposal that can contribute to the study of functions with high school students.

Keywords: Mathematical modeling. Functions. COVID-19.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Dinâmica da modelagem matemática	23
Figura 2 – Esquema de modelagem matemática	24
Figura 3 – Possíveis parábolas	31
Figura 4 – Processo cognitivo	40

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Gráfico da função $y = 3x - 2$	27
Gráfico 2 – Gráfico de $y = -x + 4$	28
Gráfico 3 – Gráfico de $fx = x^2 - 1$	29
Gráfico 4 – Gráfico de $fx = -x^2 - 1$	30
Gráfico 5 – Gráfico de $fx = x^2 + 8x + 12$	32
Gráfico 6 – Gráfico de $fx = -2x^2 + 8x + 10$	33
Gráfico 7 – Gráfico $fx = 2x$	35
Gráfico 8 – Gráfico $fx = 12x$	36
Gráfico 9 – Gráfico $fx = \log_2 x$	38
Gráfico 10 – Gráfico $fx = \log_{12} x$	39
Gráfico 11 – A evolução do coronavírus no Brasil	48
Gráfico 12 – Evolução dos casos confirmados e óbitos de Santa Catarina	53
Gráfico 13 – Perfil dos casos confirmados de COVID-19 em SC, por faixa etária	53
Gráfico 14 – Casos confirmados de COVID-19 e perfil por faixa etária - Tubarão.....	54
Gráfico 15 – Óbitos em Santa Catarina de 20/04 a 07/09	57
Gráfico 16 – Número de infectados	60
Gráfico 17 – Dados COVID-19 02/09/2020.....	62
Gráfico 18 – Média móvel de casos confirmados em Tubarão 02/09/2020.	63
Gráfico 20 – Resultados esperados atividade didática 4 – Parte 1	70
Gráfico 21 – Resultados esperados atividade didática 4 – Parte 2	70
Gráfico 22 – Óbitos por faixa etária em SC	72
Gráfico 23 – Resultados esperados atividade didática 5	73

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Pares ordenadas da função $y = 3x - 2$	27
Quadro 2 – Pares ordenadas da função $y = -x + 4$	27
Quadro 3 – Pares ordenadas da função $f(x) = x^2 - 1$	29
Quadro 4 – Pares ordenadas da função $f(x) = -x^2 - 1$	30
Quadro 5 – Pares ordenadas da função $fx = 2x$	34
Quadro 6 – Pares ordenadas da função $fx = 12x$	35
Quadro 7 – Pares ordenadas da função $fx = \log_2 x$	37
Quadro 8 – Pares ordenadas da função $fx = \log_{12} x$	38
Quadro 9 – Painel da situação atual da COVID-19 no Brasil	48
Quadro 10 – Principais iniciativas tomadas pelo Governo Federal	50
Quadro 11 – Painel resumo COVID-19 em Tubarão	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Paineis COVID-19 por Região.....	49
Tabela 2 – Números de óbitos referentes à COVID-19 em SC.....	56
Tabela 3 – Relação Infectados x Número de dias	59
Tabela 4 – Óbitos por dia	65

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
EPI	Equipamentos de Proteção Individual
LOG	Logaritmo
ME	Ministério da Economia
MS	Ministério da Saúde
OMS	Organização Mundial da Saúde
PA	Progressão Aritmética
PG	Progressão Geométrica
SUS	Sistema Único de Saúde

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	15
1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA.....	16
1.2 PROBLEMATIZAÇÃO	16
1.3 JUSTIFICATIVAS	16
1.4 OBJETIVOS	17
1.4.1 Objetivo geral	17
1.4.2 Objetivos específicos	17
1.5 TIPO DA PESQUISA.....	17
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO	18
2 MODELAGEM MATEMÁTICA	19
2.1 MODELOS MATEMÁTICOS.....	21
2.2 ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	22
2.2.1 As etapas segundo Biembengut e Hein.....	23
2.2.1.1 Interação	23
2.2.1.2 Matematização.....	23
2.2.1.3 Modelo.....	24
2.2.2 As etapas segundo Bassanezi.....	24
2.2.2.1 Experimentação	25
2.2.2.2 Abstração.....	25
2.2.2.3 Resolução: estudo analítico e numérico	25
2.2.2.4 Validação.....	25
2.2.2.5 Modificação.....	26
2.3 FUNÇÕES	26
2.3.1 Função afim ou função polinomial de 1º grau.....	26
2.3.2 Função polinomial 2º grau ou função quadrática.....	28
2.3.3 Função exponencial.....	33
2.3.4 Função logarítmica.....	36
2.3.5 O estudo das funções por meio da modelagem matemática	39
2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO.....	40
3 UMA SITUAÇÃO REAL: COVID-19.....	44
3.1 A COVID-19 NO BRASIL.....	46
3.1.1 Saúde	47

3.1.2 Economia.....	49
3.1.3 Educação	50
3.2 A COVID-19 EM SANTA CATARINA.....	51
3.3 A COVID-19 NA CIDADE DE TUBARÃO	54
4 APLICAÇÃO DE ATIVIDADES DIDÁTICAS	55
4.1 ATIVIDADE DIDÁTICA 1	55
4.2 ATIVIDADE DIDÁTICA 2	57
4.3 ATIVIDADE DIDÁTICA 3	60
4.4 ATIVIDADE DIDÁTICA 4	64
4.5 ATIVIDADE DIDÁTICA 5	71
5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	74
REFERÊNCIAS	76
REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES	79

1 INTRODUÇÃO

O ensino da matemática vem sofrendo mudanças no sentido de fazer o aluno se motivar para, conseqüentemente, aprender. Com a busca por novos métodos de ensino vieram as tendências em matemática, destacando-se entre elas a modelagem matemática. É sabido que a modelagem matemática tem como fundamento matematizar situações reais, ou seja, estuda-se um problema do cotidiano, uma situação real para nele ser encontrado o modelo matemático mais adequado para solucionar o problema. Bassanezi (2009, p. 16) defende que: “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.”

Os alunos do ensino médio têm muitas dificuldades na apreensão do conteúdo de funções, razão esta que os professores têm o grande desafio de lançar a ideia de uma aula diferente e mais dinâmica. É um conteúdo matemático que pode ser utilizado em diversas atividades do cotidiano, por isso a importância de explorá-lo. Além disso, pode ser abordado juntamente com outras áreas do conhecimento. Nesse contexto, a realização deste trabalho tem como objeto propor atividades didáticas do conteúdo de funções ligadas à evolução da transmissão da COVID-19 por meio da modelagem matemática.

Para Coll (1984, p. 146), “a motivação de explorar, aprender e compreender está presente em maior ou menor grau em todas as pessoas, a atividade exploratória converte-se num poderoso instrumento para a aquisição de novos conhecimentos”.

Como elucidado na citação retro, todos têm vontade de explorar algo novo, isto está dentro do ser humano, talvez uns mais e outros menos. Na sala de aula o professor pode valer-se da utilização da modelagem para motivar os alunos a investigar, pesquisar e solucionar situações reais. Meyer, Caldeiras e Malheiros (2019, p. 49) afirmam que: “o nosso papel, como professores, não é simplesmente colocar a Matemática neutra do currículo para os estudantes, mas fazer com que eles também tragam situações de fora para dentro da escola”.

Considerando o exposto, com o presente trabalho buscou-se, por meio da COVID-19, mostrar a relação de uma situação real com a matemática e como ela está inserida em todas as atividades desenvolvidas e praticadas pelo ser humano. Além disso, levar para a sala de aula a questão da pandemia pode despertar o interesse do aluno, uma vez que esta transformou a vida de todos os seres humanos.

Apresenta-se, a seguir, todo o desenvolvimento da monografia, iniciando com o tema e sua delimitação, a problematização, as justificativas, os objetivos: geral e específicos, os quais

são os norteadores deste trabalho. Seguindo com a composição dos capítulos dois, três, quatro e cinco. Por fim, as considerações finais e referências bibliográficas.

1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA

O tema escolhido é a Modelagem Matemática que, por sua vez, será demonstrada por meio das funções na evolução da transmissão da COVID-19, as quais poderão ser utilizadas no ensino e aprendizagem da matemática na Educação Básica.

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO

Quais modelos matemáticos explicam a evolução da transmissão da COVID-19 apresentada por gráficos?

1.3 JUSTIFICATIVAS

A escolha do tema para a realização do Trabalho de Conclusão de Curso se deu pela afinidade com o conteúdo estudado sobre modelagem matemática no curso e pela situação vivida por todo o mundo devido à pandemia da COVID-19.

É sabido que a modelagem matemática tem como fundamento um ensino inverso, ou seja, estuda-se um problema do cotidiano para nele ser encontrado o modelo matemático solucionador deste problema. Nesta vertente, o trabalho foi produzido usando-se os conceitos de funções como modelos para justificar alguns tipos de gráficos apresentados pela evolução da transmissão do coronavírus no Brasil, em Santa Catarina e na cidade de Tubarão, mostrando que a matemática está inserida em todas as atividades desenvolvidas e praticadas pelo ser humano.

As funções são temas estudados no 1º ano do ensino médio e são vistas com algumas dificuldades pelos alunos. Por razões diversas, muitos docentes acabam expondo o conteúdo de forma tradicional, o que dificulta ainda mais a aprendizagem dos alunos. É fundamental a busca por mecanismos facilitadores de aprendizagem nas aulas de matemática, pois como cita Barbosa (2001, p. 6) a Modelagem Matemática é “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade”.

A partir da situação de pandemia sofrida por todos, diariamente são revelados gráficos da evolução da transmissão da doença e das mortes, por meio dos quais se apresentam modelos matemáticos relacionados a esta temática e propostas de ensino. Assim, buscou-se mostrar a importância da modelagem matemática ligada a uma situação real, por meio de um determinado objeto matemático.

1.4 OBJETIVOS

Neste item expõem-se os objetivos gerais e específicos, que nortearão a este trabalho.

1.4.1 Objetivo geral

Analisar e interpretar gráficos de situações reais, como proposta de ensino da matemática na Educação Básica.

1.4.2 Objetivos específicos

- a) apresentar a Modelagem Matemática como forma de ensino;
- b) diferenciar os tipos de funções;
- c) investigar o comportamento da transmissão do coronavírus associado às funções;
- d) propor situações didáticas de funções, usando a modelagem matemática, a partir da evolução da transmissão do coronavírus.

1.5 TIPO DA PESQUISA

Inicialmente, a pesquisa ocorreu de maneira exploratória que, por meio de suas metodologias, objetiva a aproximação com o tema pesquisado. Este tipo de pesquisa, conforme salienta Motta (2015, p. 98), “visa obter familiaridade com o tema da pesquisa, buscando subsídios para a formulação mais precisas dos problemas e hipóteses”. É a consulta inicial sobre o assunto.

Quanto ao critério da abordagem, a pesquisa foi quantitativa, pois tem como características as diferentes técnicas de estatística para quantificar informações. De acordo com Motta (2015, p. 100), “o conhecimento que resulta é baseado em observação, medição e interpretação cuidadosas da realidade objetiva. Assim, os dados coletados são, em geral,

analisados mediante o uso de tabelas e estatística.” Nesse tipo de pesquisa objetiva-se aferir informações sobre um assunto já conhecido, apresentando uma natureza mais estatística.

No critério do procedimento, a pesquisa classifica-se em bibliográfica, pois se utilizaram fontes secundárias que serviram como base à investigação do tema. Essas fontes consistiram em acervos bibliográficos, tais como: livros, revistas, jornais, monografias, teses, dissertações etc.

Portanto, o tipo de pesquisa para este trabalho pode ser caracterizado como uma pesquisa exploratória, quantitativa e bibliográfica.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente estudo, inicialmente, é composto pela introdução, na qual constam o tema e delimitação do tema, a problematização, os objetivos: geral e específicos, as justificativas e o tipo de pesquisa realizada.

No segundo capítulo, que contém a fundamentação teórica, faz-se uma abordagem acerca dos conceitos envolvendo a modelagem matemática tais como: definição de modelagem matemática, de modelos matemáticos, as etapas do processo de modelagem matemática, o estudo de funções ligadas à modelagem matemática e a modelagem como metodologia de ensino.

O terceiro capítulo, que também faz parte da fundamentação teórica, trazem-se todas as informações a respeito da COVID-19. No primeiro momento, fez-se um estudo geral sobre o vírus SARS-CoV-2 subtipos do coronavírus, os sintomas causados por ele, os cuidados estabelecidos pelo Ministério da Saúde, o número de casos confirmados no mundo e o número de óbitos no mundo. Após, fez-se uma pesquisa sobre o vírus no Brasil, em Santa Catarina e na cidade de Tubarão. Revelam-se informações sobre a situação da saúde, da economia e da educação sofridas com a pandemia, bem como os números de casos confirmados e óbitos.

O quarto capítulo contém propostas de aplicação da modelagem matemática com funções na evolução da transmissão do coronavírus, acompanhadas de seus objetivos, sequências didáticas e resultados esperados.

No quinto capítulo constam as conclusões e considerações finais obtidas com a construção desta monografia. E, por fim, as referências bibliográficas.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Modelagem é o processo, a ação de fazer o modelo, não interessando qual campo de estudo. Nessa linha de pensamento, autores do tema afirmam que a modelagem sempre existiu, só não tinha o nome formal e isto revela que a modelagem é feita por uma questão de sobrevivência. A modelagem matemática surgiu para melhorar a forma de ensino e aprendizagem da matemática, ou seja, seu principal objetivo é matematizar situações reais. Como ferramenta educacional, teve seu início no Brasil na década de 80, como explica Burak (2016, p. 18),

A introdução da Modelagem Matemática no Brasil deve-se a um grupo de professores, especialmente, a Ubiratan D'Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, ambos do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação, IMECC, da Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, que difundiram essa alternativa para o ensino da Matemática.

São pioneiros dessa tendência em matemática Aristides Camargo Barreto da PUC do RJ, primeiro a realizar experiências com modelagem matemática, Ubiratan D'Ambrósio, representante da Educação Matemática e Rodney Carlos Bassanezi da Universidade de Campinas, maior divulgador da modelagem por meio de cursos de formação continuada. Com isso, outros grandes autores surgiram e contribuíram tornando possível à aplicação, em sala de aula, dessa modalidade como estratégia de ensino. Meyer, Caldeiras e Malheiros (2019, p. 6) mencionam que:

A Modelagem pode ser vista como estratégia na qual o aluno ocupa lugar central na escolha do currículo a ser praticado em sala de aula. Discutem e exemplificam várias perspectivas da Modelagem e a sua relação com outras áreas de conhecimento e tendências em Educação Matemática.

Nota-se que os autores enaltecem que o aluno sofre uma mudança de lugar com este tipo de ensino. Enquanto no ensino mais tradicional ele é um mero expectador, com essa tendência ele é o centro da atividade. Essa tendência metodológica está assegurada nas legislações Federais e Estaduais para que o docente utilize esse mecanismo de ensino para enriquecer suas aulas e melhorar o rendimento dos alunos quanto à aprendizagem.

No que diz respeito ao ensino da Matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) assim norteia:

A BNCC da área de Matemática e suas Tecnologias propõe **a consolidação, a ampliação e o aprofundamento das aprendizagens essenciais** desenvolvidas no Ensino Fundamental. Para tanto, propõe colocar em jogo, de modo mais inter-relacionado, os conhecimentos já explorados na etapa anterior, a fim de possibilitar que os estudantes construam uma visão mais integrada da Matemática, ainda na perspectiva da sua aplicação à realidade (BRASIL, 2018, p. 527, grifos do autor).

Observando a BNCC, percebe-se que há uma preocupação em querer que o aluno utilize de conhecimentos anteriores já explorados para construir um novo e que ele ainda possa usufruir desses conhecimentos no seu cotidiano.

A BNCC também evidencia que as estratégias pedagógicas bem elaboradas fortalecem a construção do raciocínio matemático, como se mostra a seguir:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente (BRASIL, 2018, p. 531)

Por meio dessa metodologia, busca-se promover o interesse do aluno mostrando que a Matemática não é um monte de contas sem sentidos, mas sim que esta ciência está presente nas mais diversas situações do cotidiano. Por meio dessas estratégias de ensino, o educando interpretará para depois poder construir um modelo matemático ou resolver problemas ligados a diferentes áreas, que são fundamentais para alcançar resultados mais interessantes.

Nessa vertente, a legislação ora mencionada tem intuito de aproveitar tudo que o aluno pode oferecer, ou seja, captar todo seu potencial com aprendizados anteriores para instigar à investigação, a resolver problemas, fazer uso da modelagem, entre outros.

Assim aponta a BNCC (BRASIL, 2018, p. 529):

Para que esses propósitos se concretizem nessa área, os estudantes devem desenvolver habilidades relativas aos processos de investigação, de construção de modelos e de resolução de problemas. Para tanto eles devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com bases em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados.

Constata-se que o estudante, para desenvolver tais habilidades, precisa usar a curiosidade para poder investigar, usar seus conhecimentos adquiridos de séries anteriores, enxergar a matemática de maneira diferente, enfim, mudar seu modo de pensar. Quando o aluno trabalhar com modelagem matemática, ele descreverá uma situação real, modelando o problema por meio de um modelo matemático aproximado.

No mesmo sentido, quando o professor traz, para a sala de aula, situações reais, possibilita que o aluno, muitas vezes, se identifique com tais situações despertando seu interesse. Como cita Bassanezi (2015, p. 15), “a modelagem é o processo de criação em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a **sua realidade**, carregada de interpretações e subjetividades de cada modelador.” (grifos do autor).

A utilização da modelagem nas aulas valoriza o pensar do discente na construção do seu saber, e, sobretudo, possibilita seu novo olhar para a matemática diante da sua realidade. A modelagem tem uma abordagem diferente da matemática dita tradicional. Nela, o aluno é instigado a ir atrás, a sair da sua zona de conforto buscando o modelo matemático mais adequado para justificar uma experiência ou situação real. É o aprender fazendo!

Para Biembengut e Hein (2018, p. 9):

A Matemática, alicerce de quase todas as áreas do conhecimento, é dotada de uma arquitetura que permite desenvolver os níveis cognitivo e criativo, tem sua utilização defendida, nos mais diversos graus de escolaridade, como meio para fazer emergir essa habilidade em criar, resolver problemas, modelar.

Na citação retro percebe-se que os autores defendem a importância de desenvolver a interpretação nos alunos para que consigam resolver os problemas ou encontrar modelos matemáticos que surgirão nas mais diversas áreas de conhecimento. Tem-se esta preocupação no ensino da matemática por ela estar presente em tudo que existe.

2.1 MODELOS MATEMÁTICOS

A necessidade de entender e descrever o mundo fez com que houvesse a busca por modelos que explicassem os fenômenos da natureza. O modelo matemático é a representação matemática de uma situação real ou problema. Bassanezi (2009, p. 20) define modelo matemático como: “[...] um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado”.

Biembengut e Hein (2018, p. 12) conceituam o modelo matemático como: “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação real”. Essa representação pode ser por fórmulas, tabelas, gráficos, ou qualquer outro símbolo ou expressão matemática.

Na mesma linha, Almeida e Silva (2014, p. 2) determinam que, “o modelo tem a função de explicar e/ou expor características de algo que não está presente, mas se torna presente por

meio do modelo”, ou seja, por meio do modelo consegue-se visualizar a situação de forma mais clara.

Para isso, a modelagem matemática é o caminho que objetiva a construção de um modelo matemático. No mesmo sentido Biembengut e Hein (2018, p. 12) explicam:

Este, sob certa óptica, pode ser considerado um processo artístico, visto que, para se elaborar um modelo, além do conhecimento de matemática, o modelador precisa ter uma dose significativa de intuição e criatividade para interpretar o contexto, saber discernir qual conteúdo matemático melhor se adapta e também ter senso lúdico para jogar com as variáveis envolvidas.

Para os autores, o modelador precisa conhecer os conteúdos trabalhados na situação problema, pois será necessário optar por qual mecanismo e conteúdo se mostrarão mais condizentes com a questão. Quanto maior o conhecimento, maior será a variedade de resolver problemas. Para Barbosa (2001, p. 5):

[...] trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade.

Como expressado acima, a modelagem matemática torna o aluno o centro da aula. É ele quem define qual melhor estratégia ou caminho seguirá para construir o modelo matemático. O professor será o mediador, auxiliando quando necessário, mas sempre prevalecendo a autonomia do aluno.

2.2 ETAPAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Para se modelar um problema ou uma situação do cotidiano se faz necessário seguir algumas etapas que ajudarão a se chegar ao modelo matemático desejado. Alguns autores abordam as etapas da modelagem de maneiras diferentes.

Para Burak (2016, p. 36) são cinco as etapas desenvolvidas. Inicia-se pela escolha do tema, ação exploratória, formulação do problema ou especificação do interesse, construção do modelo (equacionamento do problema) e validação do modelo.

Por seu turno, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15) têm como proposta quatro etapas da modelagem matemática. São elas: a interação, a matematização, a resolução e a interpretação de resultados e validação.

A seguir exibem-se as etapas da modelagem matemática de acordo com Biembengut e Hein (2018), e também de um clássico que é Bassanezi (2009).

2.2.1 As etapas segundo Biembengut e Hein

Biembengut e Hein (2018) entendem a modelagem matemática como procedimentos agrupados em três etapas, sendo a primeira interação, a segunda matematização e a terceira o modelo matemático. A Figura 1 ilustra essas etapas.

Figura 1 – Dinâmica da modelagem matemática



Fonte: Biembengut e Hein (2018, p. 15).

Nos próximos tópicos explana-se sobre cada uma dessas etapas.

2.2.1.1 Interação

A primeira etapa, chamada de interação, é o reconhecimento da situação problema e familiarização com o assunto a ser modelo-pesquisa. É o primeiro contato com o assunto. Nessa etapa deverá ser feita uma pesquisa sobre o tema, a fim de torná-la mais clara. Quanto maior for o envolvimento e o aprofundamento com o tema, maior será a facilidade em compreendê-lo.

2.2.1.2 Matematização

Na segunda etapa vem a matematização, que é muito importante e desafiadora, pois é nesse momento que acontece a transposição do problema para a linguagem matemática, ou seja,

essa ocasião é propícia para o desenvolvimento, a formulação e a construção do pensar matemático por meio de um modelo matemático adequado à resolução do problema levantado.

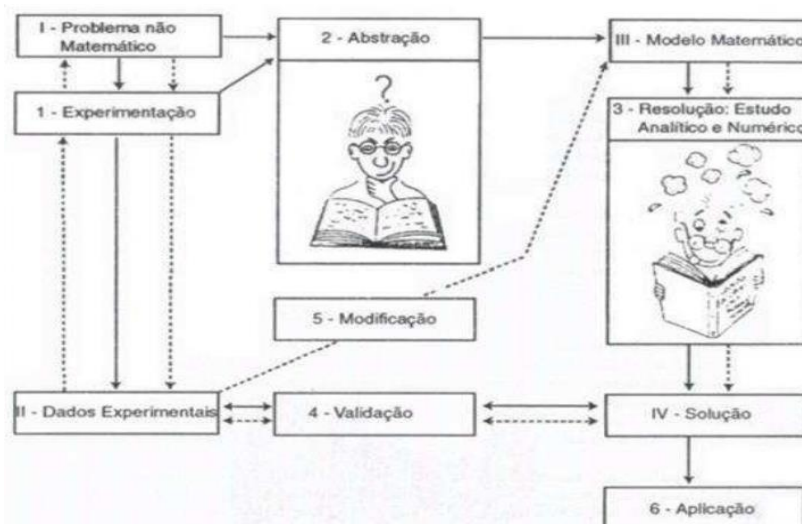
2.2.1.3 Modelo

Na sequência, vem a terceira etapa que é o modelo matemático encontrado. Nessa fase é necessária uma conferência para saber até que ponto o modelo encontrado satisfaz a situação problema, fazendo a interpretação do modelo e sua validação. A validação é a ratificação provada por outro meio que o resultado (modelo) obtido é coerente e satisfatório, podendo ser aplicado a situações semelhantes. Caso não seja satisfatório, deve-se voltar para a etapa anterior que é a matematização.

2.2.2 As etapas segundo Bassanezi

Para Bassanezi (2009), as etapas da modelagem se iniciam com a experimentação, seguida da abstração, da resolução, da validação, da modificação e da aplicação, como mostra a Figura 2:

Figura 2 – Esquema de modelagem matemática



Fonte: Bassanezi (2009, p. 27).

Nos próximos tópicos fala-se sobre cada uma dessas etapas.

2.2.2.1 Experimentação

Nesse momento ocorre a busca pela obtenção dos dados e é a partir desta etapa que se direcionarão as orientações das etapas posteriores. Bassanezi (2009, p. 27) ainda completa: “[...] a contribuição de um matemático nesta fase, muitas vezes, pode ser fundamental e direcionar a pesquisa no sentido de facilitar, posteriormente, o cálculo dos parâmetros envolvidos nos modelos matemáticos”. É de extrema importância este primeiro, pois é por meio dos dados coletados que desenhar-se-ão os caminhos matemáticos.

2.2.2.2 Abstração

O segundo momento tem como objetivo o reconhecimento de modelos matemáticos para a situação estudada. Nessa fase, deve-se observar a seleção de algumas variáveis, a formulação de hipóteses como a comparação com outros casos estudados, ou uma dedução lógica, e simplificar o problema para que ele seja solucionável, e chegar à linguagem matemática mais apropriada.

2.2.2.3 Resolução: estudo analítico e numérico

Esse terceiro momento é quando se usa do conhecimento matemático e suas ferramentas à resolução da situação apresentada. Bassanezi (2009, p. 30) argumenta que: “a resolução de um modelo está sempre vinculada ao grau de complexidade empregado em sua formação e muitas vezes só pode ser viabilizada através de métodos computacionais, dando uma solução numérica aproxima”. Desse modo, é preciso ter além dos conhecimentos matemáticos, instrumentos que facilitarão na resolução do modelo encontrado.

2.2.2.4 Validação

A quarta etapa compreende a satisfação, ou não, do modelo encontrado. Bassanezi (2009, p. 30) diz que: “a interpretação dos resultados obtidos através dos modelos pode ser com o uso de gráficos das soluções que facilita avaliar as previsões ou mesmo sugerir um aperfeiçoamento dos modelos”. Com isso, se faz necessário testar tal modelo e depois compará-lo para saber se o resultado alcançado é válido para a situação em questão.

2.2.2.5 Modificação

A quinta etapa remete à situação inicial para fazer a modificação. Esse é o momento em que se observa o uso de alguma hipótese falsa, ou alguma informação incorreta, ou dados insuficientes, ou até mesmo algum erro matemático na resolução do modelo. Na opinião de Bassanezi (2009, p. 31): “nenhum modelo deve ser considerado definitivo, podendo sempre ser melhorado [...]”. Ou seja, as hipóteses podem ser modificadas e gerar um novo modelo mais adequado à situação.

Na sequência verificam-se conteúdos referentes às funções matemáticas.

2.3 FUNÇÕES

As funções elementares são modelos matemáticos para a descrição de fenômenos naturais e sociais, e variam de acordo com cada situação em que estão inseridos. Tais funções podem ser representadas como fórmulas explícitas e para ser considerada elementar deve fazer uso das operações fundamentais. O uso de tal conteúdo no dia a dia é muito comum e passa despercebido, devido à falta de conhecimento da população em geral.

Nesse item abordam-se as principais características de algumas das funções elementares, suas definições e suas respectivas representações gráficas.

2.3.1 Função afim ou função polinomial de 1º grau

As funções polinomiais do 1º grau ou função afim correspondem às relações entre a variável dependente e a variável independente, expressas por polinômios do 1º grau. Segundo Flemming e Gonçalves (2006), Função do 1º grau é toda função que associa a cada número real x , o número $ax+b$, $a \neq 0$. Os números reais a e b são chamados, respectivamente, de coeficiente angular e linear.

Quando $a > 0$ a função $f(x)=ax+b$ é crescente, isto é, quando x cresce, $f(x)$ também cresce. Quando $a < 0$ função $f(x)=ax+b$ é decrescente, isto é, à medida que x cresce $f(x)$ decresce.

O gráfico da função $f(x)=ax+b$ é uma reta não paralela aos eixos coordenados, que pode ser construído substituindo o valor do domínio à variável independente e calcular suas respectivas imagens. Devem-se atribuir valores distintos para x , para que se possa gerar uma reta.

A seguir ilustram-se alguns exemplos de construção de gráficos de função polinomial do 1º grau de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$:

Exemplo 1 de função afim ou função polinomial de 1º grau.

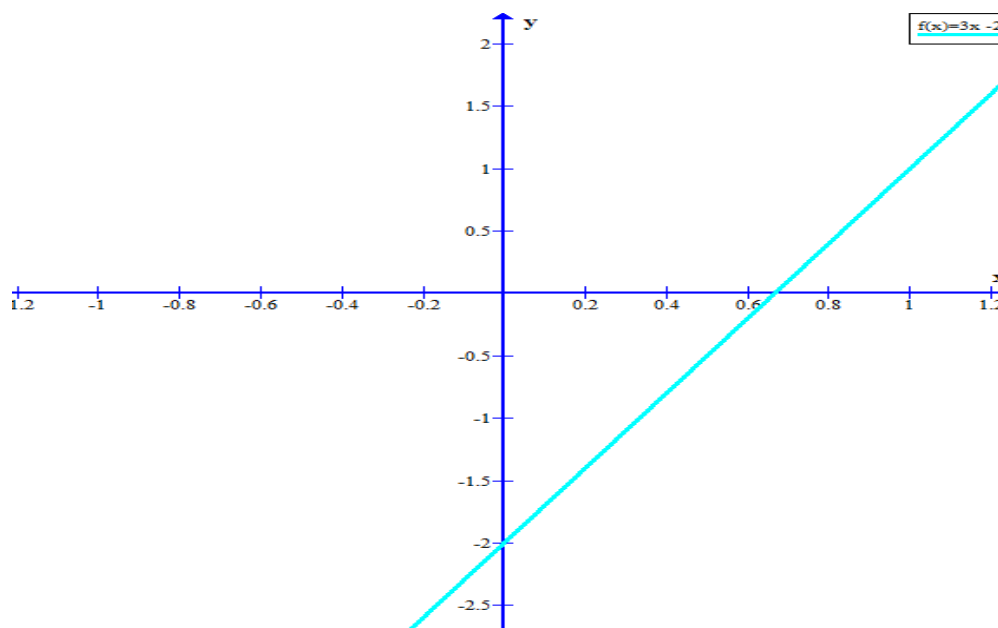
a) $y = 3x - 2$

Quadro 1 – Pares ordenados da função $y = 3x - 2$

x	$3x - 2$
0	$y = 3 \cdot 0 - 2 = -2$
1	$y = 3 \cdot 1 - 2 = 1$

Fonte: Autores (2020).

Gráfico 1 – Gráfico da função $y = 3x - 2$



Fonte: Autores (2020).

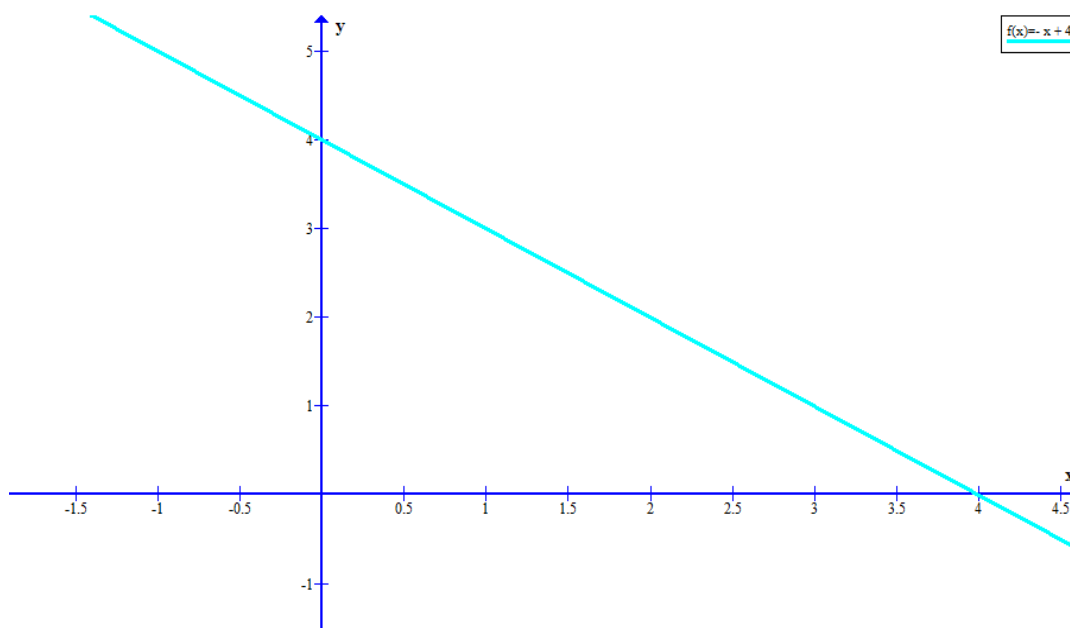
Exemplo 2:

b) $y = -x + 4$

Quadro 2 – Pares ordenados da função $y = -x + 4$

x	$y = -x + 4$
0	$y = -0 + 4 = 4$
1	$y = -1 + 4 = 3$

Fonte: Autores (2020).

Gráfico 2 – Gráfico de $y = -x + 4$ 

Fonte: Autores (2020)

Apresentados exemplos da função afim ou polinomial de 1º grau, trazem-se os conteúdos referentes à função polinomial 2º grau ou função quadrática.

2.3.2 Função polinomial 2º grau ou função quadrática

O percurso de uma bola de basquete é um exemplo claro de aplicação prática para a função quadrática. Quando se percebe um fenômeno parabólico, ou seja, quando o mesmo pode ser representado por uma parábola, trata-se do gráfico característico dessa função.

Flemming e Gonçalves (2006, p.26) definem função polinomial do 2º grau da seguinte maneira: “a função $f: R \rightarrow R$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ é chamada função do 2º grau ou função quadrática. Seu domínio é $D(f) = R$ ”.

O gráfico de uma função quadrática trata-se de uma parábola com eixo de simetria paralelo ao eixo dos y. Se o coeficiente de x^2 for positivo ($a > 0$), a parábola tem a concavidade voltado para cima. Se $a < 0$, a parábola tem a concavidade voltada para baixo.

De maneira semelhante a uma função afim pode-se construir o gráfico de uma função quadrática usando a ideia de representar pares ordenados em um plano cartesiano.

Na sequência exemplifica-se a construção de gráficos de função polinomial do 2º grau incompletas de R em R :

Exemplo 1 da função polinomial 2º grau ou função quadrática.

a) $f(x)=x^2-1$

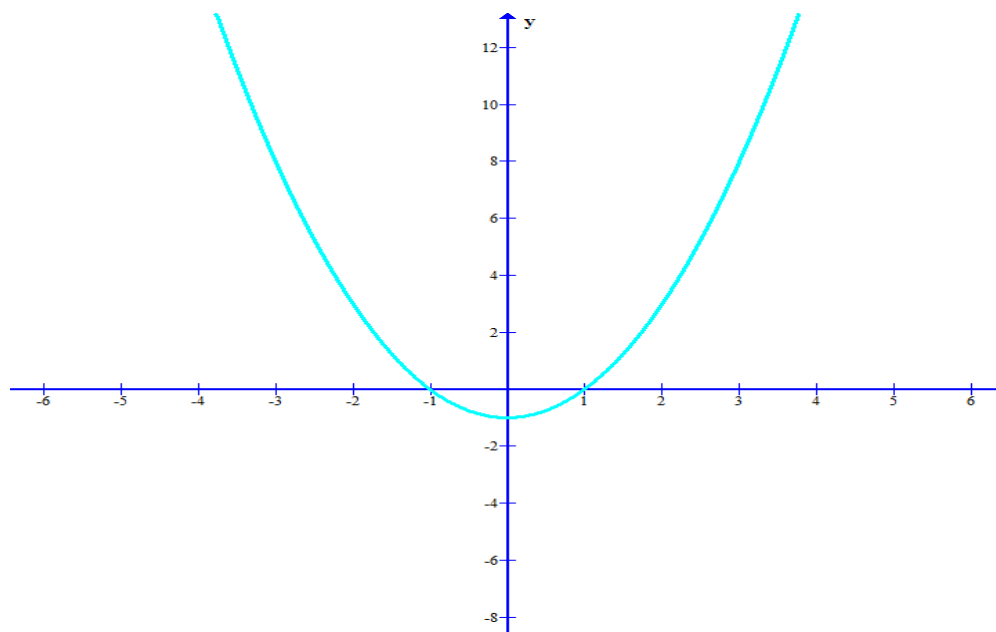
Quadro 3 – Pares ordenados da função $f(x) = x^2 - 1$

x	$f(x)=x^2-1$	y
-2	$f(-2)=(-2)^2-1=3$	3
-1	$f(-1)=(-1)^2-1=0$	0
0	$f(0)=0^2-1=-1$	-1
1	$f(1)=1^2-1=0$	0
2	$f(2)=2^2-1=3$	3

Fonte: Autores (2020).

Com os pares ordenados obtidos segue a plotagem do gráfico da função pedida.

Gráfico 3 – Gráfico de $f(x)=x^2-1$



Fonte: Autores (2020).

Exemplo 2 da função polinomial 2º grau.

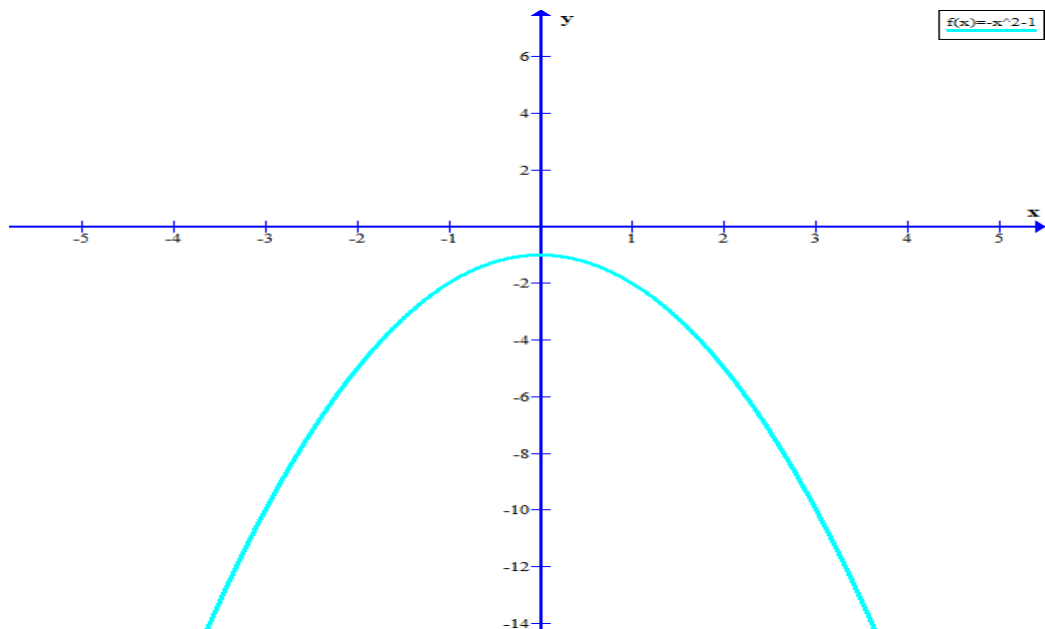
b) $f(x)=-x^2-1$

Quadro 4 – Pares ordenados da função $f(x) = -x^2 - 1$

x	$f(x) = -x^2 - 1$	y
-2	$f(-2) = -(-2)^2 - 1 = -5$	-5
-1	$f(-1) = -(-1)^2 - 1 = -2$	-2
0	$f(0) = -(0)^2 - 1 = -1$	-1
1	$f(1) = -(1)^2 - 1 = -2$	-2
2	$f(2) = -(2)^2 - 1 = -5$	-5

Fonte: Autores (2020).

Com os pares ordenados obtidos segue a plotagem do gráfico da função pedida.

Gráfico 4 – Gráfico de $f(x) = -x^2 - 1$ 

Fonte: Autores (2020).

O gráfico de uma função é dado pela representação de todos esses pontos no plano cartesiano, mas como existem infinitas coordenadas, calculam-se apenas as coordenadas de alguns e traça-se o gráfico da função.

Para determinar os zeros de uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, usa-se $f(x) = 0$, pois o zero de uma função f é todo valor x de domínio tal que a função é igualada a zero ($f(x) = 0$), ou seja, $ax^2 + bx + c = 0$. Um método de resolver essa equação é usando a seguinte fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \text{ onde o discriminante é } \Delta = b^2 - 4ac.$$

Dependendo dos valores do discriminante têm-se diferentes posicionamentos das parábolas como ilustrado na Figura 3 a seguir:

Figura 3 – Possíveis parábolas

Sinais de Δ e a	Zeros ou raízes	Sinal positivo	Sinal negativo	Esboço da representação gráfica
$\Delta > 0$ $a > 0$	x_1 e x_2 com $x_1 < x_2$	$x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$	$x \in (x_1, x_2)$	
$\Delta > 0$ $a < 0$	x_1 e x_2 com $x_1 < x_2$	$x \in (x_1, x_2)$	$x \in (-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$	
$\Delta = 0$ $a > 0$	x_1 e x_2 com $x_1 = x_2$	$x \in \mathbb{R}$	A função não assume valores negativos.	
$\Delta = 0$ $a < 0$	x_1 e x_2 com $x_1 = x_2$	A função não assume valores positivos	$x \in \mathbb{R}$	
$\Delta < 0$ $a > 0$	Não temos raízes reais	$x \in \mathbb{R}$	A função não assume valores negativos.	
$\Delta < 0$ $a < 0$	Não temos raízes reais	A função não assume valores positivos	$x \in \mathbb{R}$	

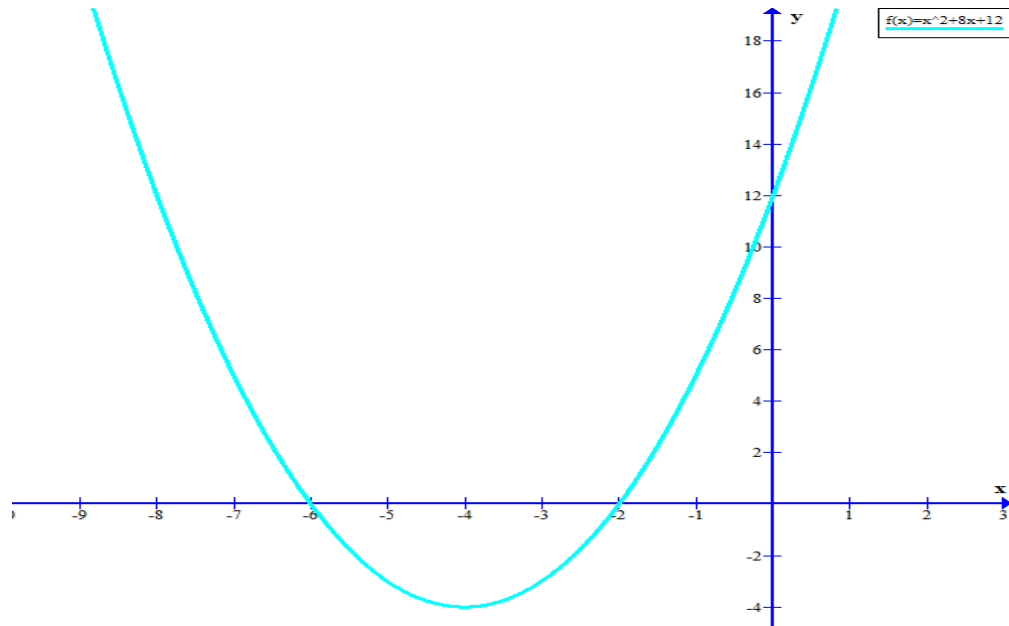
Fonte: Flemming (2008).

Toda parábola possui um eixo de simetria, que intercepta um único ponto, chamado de vértice da parábola, para obterem-se as coordenadas do vértice $V(x_v, y_v)$ de uma parábola a partir da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, devem ser considerados dois pontos dessa parábola, simétricos entre si, chegando assim às coordenadas $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$, correspondente à função quadrática.

Os gráficos a seguir são representações das funções polinomiais do 2º grau ou quadrática completas, ou seja, a , b e c são $\neq 0$.

Exemplo 1:

$$f(x) = x^2 + 8x + 12$$

Gráfico 5 – Gráfico de $f(x)=x^2+8x+12$ 

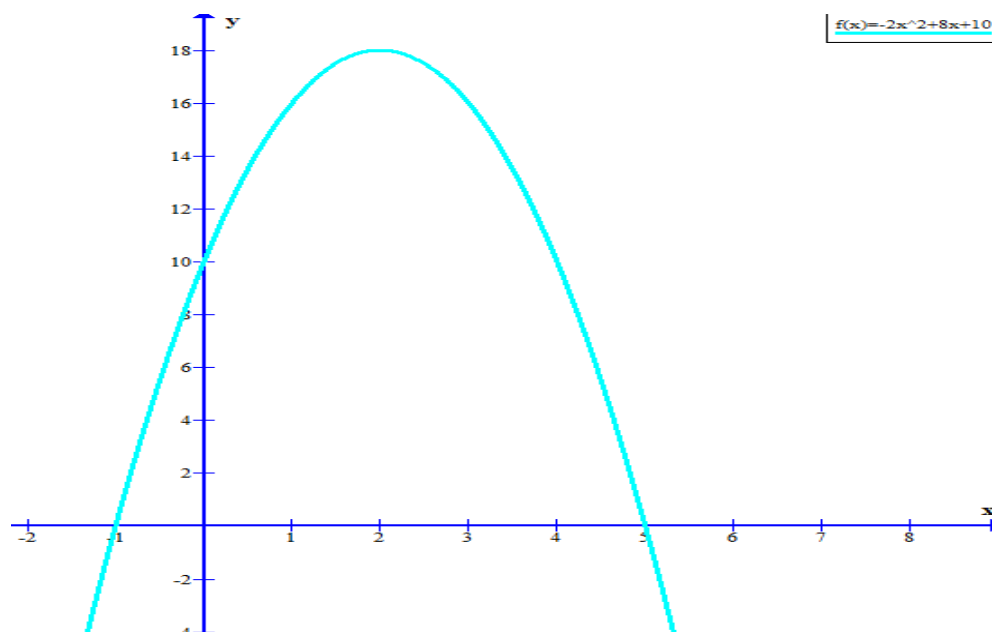
Fonte: Autores (2020).

A partir do gráfico 5 é possível visualizar as características das funções quadráticas com uso do quadro explicativo da Figura 3.

- a) concavidade voltada para cima, pois $a=1>0$.
- b) as raízes são reais e distintas: $x'=-6$ e $x''=-2$. Geometricamente as raízes de uma função quadrática são os pontos onde a parábola intercepta o eixo das abscissas;
- c) a intersecção com o eixo $0y$, eixo das ordenadas, ocorre no ponto $(0,12)$;
- d) O vértice, que representa o ponto mínimo da função, é representado pelo ponto $V(-4,-4)$;

Exemplo 2:

$$f(x)=-2x^2+8x+10$$

Gráfico 6 – Gráfico de $f(x) = -2x^2 + 8x + 10$ 

Fonte: Autores (2020).

A partir do Gráfico 6 é possível visualizar as características das funções quadráticas com o uso das explicações da Figura 3.

- a) concavidade voltada para baixo pois, $a = -2 < 0$;
- b) as raízes são reais e distintas: $x' = -1$ e $x'' = 5$. Geometricamente as raízes de uma função quadrática são os pontos onde a parábola intercepta o eixo das abscissas;
- c) a intersecção com o eixo Oy , eixo das ordenadas, ocorre no ponto $(0, 10)$;
- d) o vértice, que representa o ponto máximo da função, é representado pelo ponto $V(2, 18)$;

No tópico a seguir fala-se sobre a função exponencial, destacando a construção do gráfico e suas propriedades e características.

2.3.3 Função exponencial

A função exponencial é aquela em que a variável independente é um expoente e a mesma é definida da seguinte maneira, segundo Flemming e Gonçalves (2006, p. 43): “chamamos de função exponencial de base a , a função $f: R \rightarrow R$ que associa a cada x real o número real a^x , sendo a um número real, $0 < a \neq 1$.”

O domínio da função exponencial é $D(f) = \mathbb{R}$. A imagem é $Im(f) = (0, \infty)$., podendo também denotar $Im(f) = (0, \infty) = \mathbb{R}_+^*$.

Tais funções têm comportamento acelerado, pois crescem e decrescem com muita facilidade devido às suas características, e ela desempenha papel muito importante, não apenas na área Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento como: Física e Química, entre outra. Como exemplos citam-se: o crescimento populacional de bactérias, os rendimentos obtidos em uma aplicação a juros compostos, e a previsão do período de semidesintegração de elementos radioativos. Assim ratifica Barros (2020, p. 25), “quando falamos em modelos exponenciais, temos um dos campos da Matemática de maior aplicação. Podemos citar inúmeros problemas que envolvem modelos exponenciais em diversas áreas do conhecimento humano [...]”

O gráfico de uma função exponencial é representado por uma curva, obtida por meio dos pares ordenados que relacionam os valores de x a de $y=f(x)$. Expõem-se alguns exemplos dessa representação gráfica:

Exemplo 1 da função exponencial

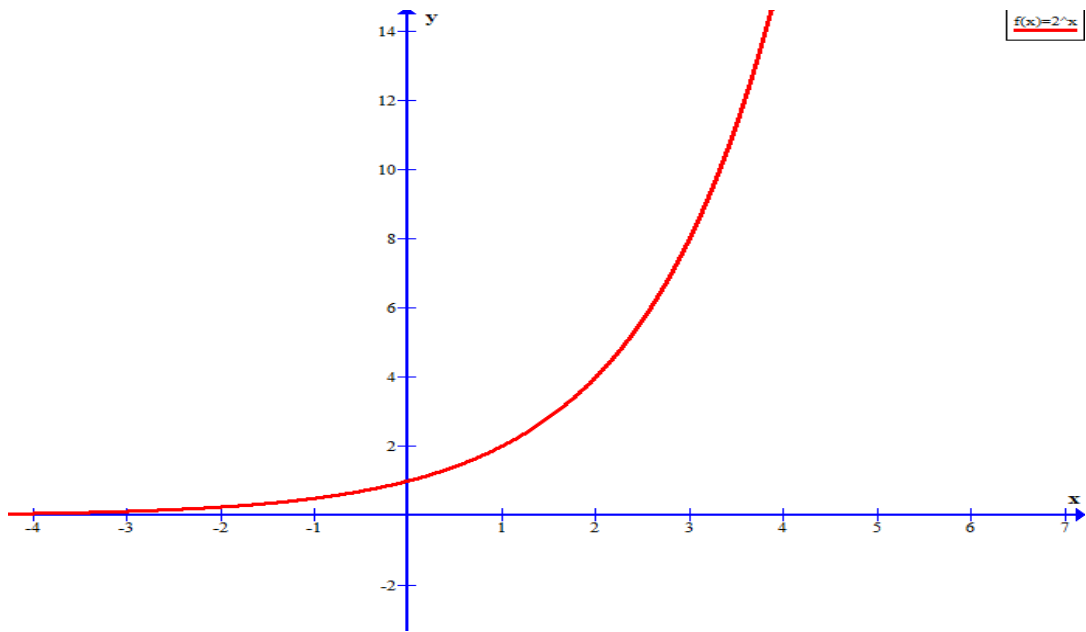
$$f(x)=2^x$$

Quadro 5 – Pares ordenados da função $f(x)=2^x$

x	$f(x)=2^x$	(x, y)
-3	$f(-3)=2^{-3}=\frac{1}{8}$	$\left(-3, \frac{1}{8}\right)$
-2	$f(-2)=2^{-2}=\frac{1}{4}$	$\left(-2, \frac{1}{4}\right)$
-1	$f(-1)=2^{-1}=\frac{1}{2}$	$\left(-1, \frac{1}{2}\right)$
0	$f(0)=2^0=1$	$(0, 1)$
1	$f(1)=2^1=2$	$(1, 2)$
2	$f(2)=2^2=4$	$(2, 4)$
3	$f(3)=2^3=8$	$(3, 8)$

Fonte: Autores (2020).

Gráfico 7 – Gráfico $f(x)=2^x$



Fonte: Autores (2020).

Exemplo 2 da função exponencial

$$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$$

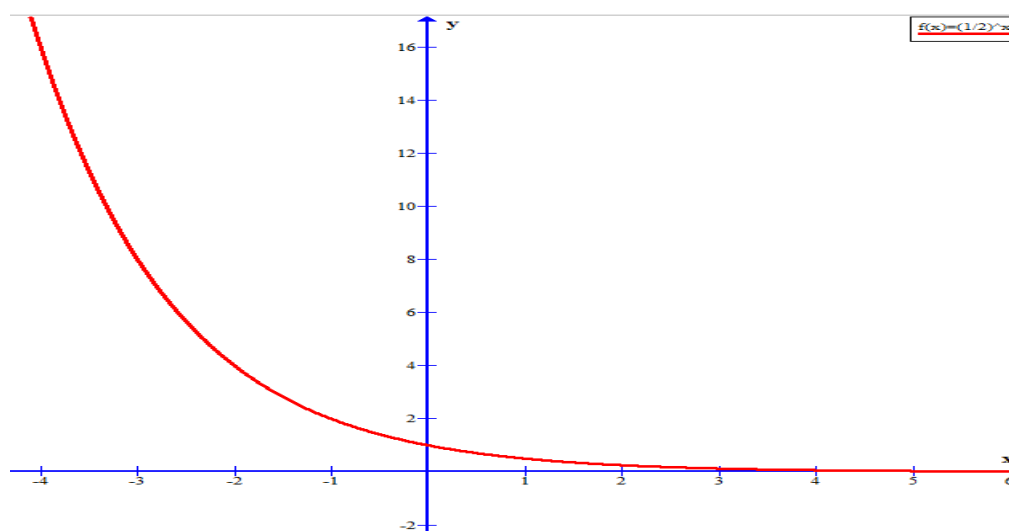
Quadro 6 – Pares ordenados da função $f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	$f(x)=\left(\frac{1}{2}\right)^x$	(x, y)
-3	$f(-3)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}=8$	$(-3, 8)$
-2	$f(-2)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}=4$	$(-2, 4)$
-1	$f(-1)=\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}=2$	$(-1, 2)$
0	$f(0)=\left(\frac{1}{2}\right)^0=1$	$(0, 1)$
1	$f(1)=\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{1}{2}$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$
2	$f(2)=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$	$\left(2, \frac{1}{4}\right)$
3	$f(3)=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$	$\left(3, \frac{1}{8}\right)$

Fonte: Autores (2020).

Com os pares ordenados obtidos segue a plotagem do gráfico da função pedida.

Gráfico 8 – Gráfico $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Fonte: Autores (2020).

Pela observação das tabelas e gráficos, enunciam-se as seguintes características:

- a) o domínio são todos os reais;
- b) a imagem é sempre positiva, excluindo o zero;
- c) o gráfico passa pelo ponto $(0, 1)$;
- d) para $a > 1$ a função é crescente;
- e) para $0 < a < 1$ a função é decrescente.

Com um pouco de formalismo matemático é possível provar que essas características são gerais para as funções exponenciais.

Ainda, sobre a função exponencial, vale destacar o uso da letra e , conhecido como número de Euler, onde o número irracional $e = 2,7182818284...$ Para esta função o modelo é $f(x) = e^x$. Tem maior aplicação na explicação de fenômenos naturais com a utilização da fórmula $f(x) = b \cdot e^x$, onde b é o valor inicial, x é o coeficiente ligado ao crescimento de f .

2.3.4 Função logarítmica

Os logaritmos surgiram para facilitar os problemas extensos que demandavam muito tempo dos matemáticos de tal época, com a aplicação do mesmo em uma multiplicação é possível transformá-la em uma soma.

Os logaritmos foram desenvolvidos pelo escocês John Napier (1550-1617), no início do século XVII. Após essa descoberta, operações puderam ser resolvidas de maneiras mais simples

e rápida, pois seu objetivo principal era minimizar os cálculos realizados pelos navegadores e astrônomos da época.

Segundo Flemming e Gonçalves (2006, p. 44): dado um número real a ($0 < a \neq 1$), chama-se função logarítmica de base a a função de R_+^* em R que associa a cada x o número $\log_a x$, isto é,

$$f: R_+^* \rightarrow R,$$

$$x \rightarrow y = \log_a x$$

As funções f de R_+^* em R definida por $f(x) = \log_a x$ e g de R em R_+^* definida por $g(x) = a^x$; $0 < a \neq 1$, são inversas uma da outra.

Tem-se $D(f) = R_+^*$ e $Im(f) = R$.

Ressalta-se que as funções logarítmicas mais usadas são as que possuem base $a > 1$. Em especial as de base 10 (logaritmos decimais), as de base 2 (logaritmos binários) e as de base e (logaritmos naturais).

O gráfico de uma função logarítmica consiste em curva que não toca o eixo y e corta o eixo x no ponto de abscissa igual a 1, pois $y = \log_a 1 = 0$, para qualquer valor de a . Uma função logarítmica é crescente quando $a > 1$, sempre que se aumentam os valores de x , os valores correspondentes de y aumentam conseqüentemente, ou seja, $x_1 > x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 > \log_a x_2$. A mesma é decrescente se $0 < a < 1$, sempre que se aumentam os valores de x , os valores correspondentes de y diminuem, ou seja, $x_1 > x_2 \Leftrightarrow \log_a x_1 < \log_a x_2$.

Seguem agora alguns exemplos de gráfico de função logarítmica:

Exemplo 1 da função logarítmica

$$f(x) = \log_2 x$$

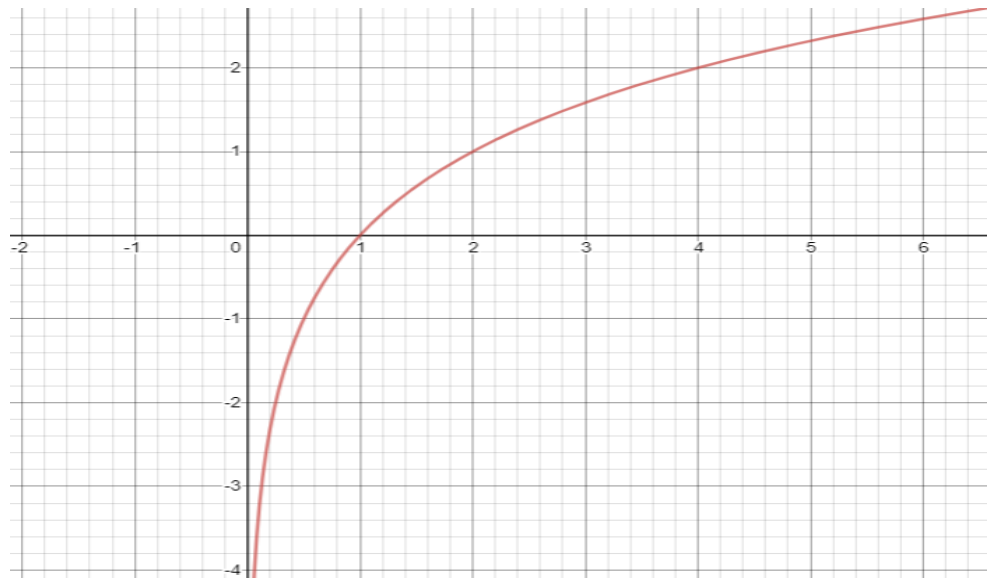
Quadro 7 – Pares ordenadas da função $f(x) = \log_2 x$

x	$f(x) = \log_2 x$	(x, y)
$\frac{1}{8}$	$f\left(\frac{1}{8}\right) = \log_2 \frac{1}{8} = -3$	$\left(\frac{1}{8}, -3\right)$
$\frac{1}{4}$	$f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_2 \frac{1}{4} = -2$	$\left(\frac{1}{4}, -2\right)$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = \log_2 \frac{1}{2} = -1$	$\left(\frac{1}{2}, -1\right)$
1	$f(1) = \log_2 1 = 0$	$(1, 0)$
2	$f(2) = \log_2 2 = 1$	$(2, 1)$
4	$f(4) = \log_2 4 = 2$	$(4, 2)$
8	$f(8) = \log_2 8 = 3$	$(8, 3)$

Fonte: Autores (2020).

Com os pares ordenados obtidos segue a plotagem do gráfico da função pedida.

Gráfico 9 – Gráfico $f(x)= \log_2 x$



Fonte: Autores (2020).

Nota-se que a função f é crescente e a base do logaritmo é $a=2>1$, cruza o eixo x no ponto $(1,0)$ e não cruza o eixo y , ficando a direita do mesmo.

Exemplo 2 da função logarítmica

$f(x)= \log_{\frac{1}{2}} x$

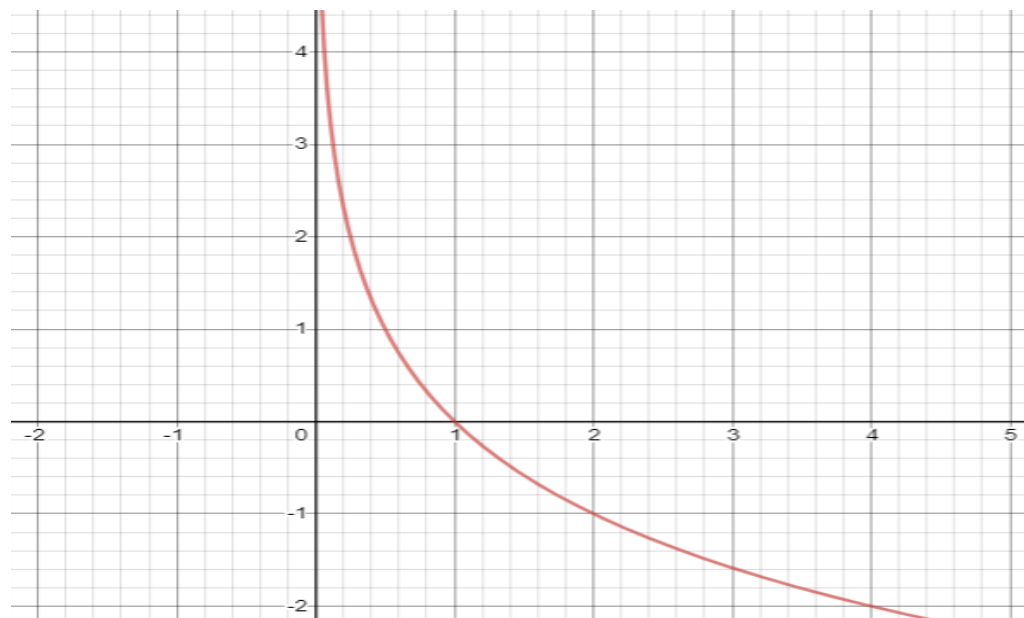
Quadro 8 – Pares ordenadas da função $f(x)= \log_{\frac{1}{2}} x$

x	$f(x)= \log_{\frac{1}{2}} x$	(x,y)
$\frac{1}{8}$	$f\left(\frac{1}{8}\right)= \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{8}=3$	$(\frac{1}{8},3)$
$\frac{1}{4}$	$f\left(\frac{1}{4}\right)= \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4}=2$	$(\frac{1}{4},2)$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right)= \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2}=1$	$(\frac{1}{2},1)$
1	$f(1)= \log_{\frac{1}{2}} 1=0$	$(1,0)$
2	$f(2)= \log_{\frac{1}{2}} 2=-1$	$(2,-1)$
4	$f(4)= \log_{\frac{1}{2}} 4=-2$	$(4,-2)$
8	$f(8)= \log_{\frac{1}{2}} 8=-3$	$(8,-3)$

Fonte: Autores (2020).

Com os pares ordenados obtidos segue a plotagem do gráfico da função pedida.

Gráfico 10 – Gráfico $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$



Fonte: Autores (2020)

Observa-se que a função f é decrescente e a base do logaritmo é $a = \frac{1}{2}$, cruza o eixo x no ponto (1,0) e não cruza o eixo y , ficando à direita do mesmo.

2.3.5 O estudo das funções por meio da modelagem matemática

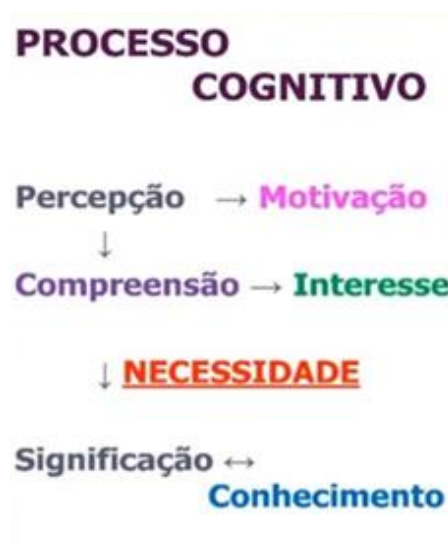
O objetivo deste trabalho foi propor um novo olhar às funções elementares, em que a modelagem matemática esteja inserida no contexto de ensino-aprendizagem de tal conteúdo, visando realizar a contextualização para que o aluno tenha relação com o objeto de estudo e para que o mesmo construa o seu saber, deixando de ser apenas um ouvinte que tem o trabalho de memorizar o que lhe é passado, e passe a ter uma percepção do que está aprendendo. A partir do uso da interdisciplinaridade, interligar o conteúdo de funções elementares com uma gama gigantesca de novos meios de ensino, torna o aprendizado mais empolgante e agradável para o aluno. O uso de situações práticas e de softwares possibilita confirmar que a prática e a teoria podem, em conjunto, trazer grandes benefícios à educação.

2.4 MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA DE ENSINO

A modelagem, enquanto metodologia de ensino é defendida por diversos autores. É considerada uma alternativa de ensino para fugir do método tradicional. Tem como princípio trabalhar com a interdisciplinaridade, a matemática presente nas mais diversas atividades do cotidiano e, sobretudo, dar autonomia ao aluno, possibilitando-o desenvolver diferentes habilidades. Trabalhar com modelagem é importante porque o processo cognitivo humano funciona por meio de modelos.

O Processo cognitivo desenvolve-se como mostra a Figura a seguir:

Figura 4 – Processo cognitivo



Fonte: Biembengut (2019).

Nota-se que, quanto ao processo cognitivo do aluno, a percepção e a compreensão dos conteúdos são mais eficazes quando há um interesse ou uma necessidade de aprender sobre algo. Assim, o uso da modelagem poderá despertar o interesse quando modelar algo de uma situação real que ele conheça.

Sobre a modelagem, Meyer, Caldeira e Malheiros (2019, p. 34) explicitam que,

A modelagem, a nosso ver, vai tentar resgatar pouco a pouco outras formas de se trabalhar com a Matemática e vai se aproximar daquilo que tem sido chamado de “Programa Etnomatemática” (D’ Ambrósio, 2001), já que sempre se vai trabalhar com problemas as realidades, sendo essa, a nosso ver, sua característica primordial.

Os autores acreditam que essa maneira de ensinar está muito aquém do ensino tradicional que é repassado para o aluno por meio de problemas e ele tem que usar as fórmulas

matemáticas para a sua resolução. Com o uso da modelagem o estudante é levado a investigar uma determinada situação existente e solucionar o problema.

Para Bassanezi (2015, p. 14), “um dos grandes desafios deste início de século, em que um panorama de alto desenvolvimento científico-tecnológico está presente, é tornar o homem capaz de utilizar sua criatividade para gerar inovação e provocar mudanças no cenário em que está inserido”. Notoriamente, para haver essa mudança é necessário que haja um engajamento do professor com a turma.

Quanto ao por que fazer modelagem matemática, Almeida e Silva (2014, p. 18) argumentam:

[...] na possibilidade de ensinar e aprender matemática e perceber suas aplicações para a resolução de problemas com que o aluno se depara fora da escola. Por outro lado, o uso da modelagem matemática também vem pautado nas potencialidades que se percebem neste uso para o ensino e a aprendizagem de alguns conteúdos.

A citação retro fala exatamente da transformação que a educação moderna sofreu. Um novo processo de construção do conhecimento matemático surgiu e, com ele vêm as tendências em matemática, destacando-se a modelagem matemática. Esta por sua vez, tem a função de tornar o ensino mais investigativo e solucionador de problemas reais e concretos. Para a busca do modelo matemático, o aluno utilizará todo o conhecimento já adquirido.

Para cada situação, o aluno desenvolve novas habilidades. Até porque, cada problema tem a sua particularidade e será solucionado com os métodos e técnicas mais adequados. A grandiosidade da modelagem está nas adequações que deixam os modelos mais próximos possível da realidade. Não existe o modelo perfeito, o que existe são modelos muito próximos à realidade, em que a motivação e a compreensão de conteúdos matemáticos são pilares desse processo de aprendizagem.

Bean (2001, p. 36-37) descreve o processo de modelar da seguinte forma:

Atualmente, a base filosófica que serve como pano de fundo para compreender o que é modelagem matemática é o realismo representacionista. Sob esta ótica, os modelos representam ou espelham a Realidade que, por sua vez, é concebida como única e exterior ao ser humano. É uma realidade da qual, em princípio, o ser humano pode se aproximar com seus modelos.

Por essa razão, acredita-se nesta metodologia de ensino que faz o aluno enxergar a realidade aos olhos da matemática. Muitos professores acabam passando para os alunos uma falsificação da contextualização, ou seja, inventam problemas que parecem ser reais, mas que na verdade matematicamente estão totalmente fora de uma situação real. Por isso, trabalhar com

a modelagem matemática faz com que o aluno visualize uma situação real verdadeira. Perceberá que é o modelo que faz uma situação e não uma situação que faz o modelo.

Muitos autores vêm escrevendo sobre a importância dessa dinâmica em sala de aula, pois havia uma preocupação com o ensino da física, da química e da matemática. Nesse sentido, no final da década de 1980 um novo olhar para essas áreas de conhecimento foi lançado, como mostram Brandt, Burak e Klüber (2016, p. 20) “As experiências vividas com a Modelagem Matemática, visando principalmente o ensino da Matemática, tiveram início em 1985, quando se definiu que mestrando e orientador apresentariam uma proposta de dissertação com a Modelagem”. É válido afirmar que este foi um marco na história do ensino que, por meio de estudos e pesquisas solidificaram a nova maneira de ensinar matemática.

Nesse seguimento Brandt, Burak e Klüber (2016, p. 28) afirmam:

Esse método ensejava a adoção tradicional de se deflagrar o processo de ensino no qual o professor determinava o conteúdo a ser trabalhado, não possibilitando aos estudantes compartilharem do processo de ensino e, consequentemente, não permitindo que se sentissem corresponsáveis pela aprendizagem.

Nota-se que os autores acima ratificam que a inovação no ensino era preciso, pois os estudantes não conseguiam ligar a matemática escolar com a matemática da vida e tão pouco se interessavam nas aulas. A mudança ganha cada vez mais espaço nas escolas, sendo que a participação dos alunos é fundamental no processo de aprendizagem, e o professor, neste caso, é o moderador que auxilia os alunos na construção desse conhecimento.

A modelagem de certa maneira, descentraliza a ação do docente e dá voz ao discente com foco na aprendizagem, mas para ter esse comportamento o professor precisa ter coragem e motivação para fazer algo novo. Ensinar por meio da modelagem matemática não é algo simples.

Ainda hoje, encontra-se resistência por partes de alguns professores de sair da sua zona de conforto e entrar em algo novo e por vezes desconhecido. E há resistência de alguns alunos também, que muitas vezes não querem a responsabilidade de fazer, de buscar e de experimentar algo diferente.

Precisa ter um engajamento muito grande entre professor, aluno e a atividade a ser desenvolvida. E quando isso acontece, essa metodologia torna o ensino mais dinâmico e desperta o interesse do aluno em modelar algo do seu interesse ou necessidade, como fundamentam Burak e Aragão (2012, p. 90), “competências necessárias à formação de um

cidadão capaz de fazer a diferença em sua comunidade”. O aluno se sente motivado quando estuda algo do seu interesse.

Além disso, têm características somadoras a essa forma de ensinar: o uso de ferramentas matemáticas, o uso da tecnologia e softwares, a integração com outras áreas, o estímulo em trabalhar em grupos, relacionar conhecimentos novos com antigos, analisar hipóteses e destacar os pontos fortes e fracos do caminho escolhido.

3 UMA SITUAÇÃO REAL: COVID-19

Trata-se de uma doença respiratória aguda causada por um subtipo de coronavírus denominado SARS-CoV-2. Segundo reportagem da BBC News (A CIENTISTA..., 2020), “o vírus que causa a COVID-19, é um vírus novo, mas é do mesmo grupo do coronavírus identificado pela primeira vez pela pesquisadora June Almeida em 1964 em seu laboratório no Hospital St. Thomas, em Londres”. Esse vírus só se tornou conhecido após a identificação do primeiro caso da enfermidade em 31 de dezembro de 2019, na cidade chinesa de Wuhan. Segundo o Ministério da Saúde (BRASIL, 2020b):

Os coronavírus são uma grande família de vírus comuns em muitas espécies diferentes de animais, incluindo camelos, gado, gatos e morcegos. Raramente, os coronavírus que infectam animais podem infectar pessoas, como exemplo do MERS-CoV e SARS-CoV. Recentemente, em dezembro de 2019, houve a transmissão de um novo coronavírus (SARS-CoV-2), o qual foi identificado em Wuhan na China e causou a COVID-19, sendo em seguida disseminada e transmitida pessoa a pessoa.

Com uma disseminação rápida e fácil transmissão em questão de meses, obrigou a Organização Mundial de Saúde, no dia 11 de março de 2020 a decretar que uma pandemia estava a ser causada pela COVID-19. Devido a este cenário houve uma parada mundial. Com muitos debates, estudos e análise comportamental deste vírus, órgãos da saúde entendem que a melhor prevenção é o isolamento social, fazendo assim com que escolas, igrejas, bares e outras diversas atividades suspendessem suas atividades.

Desde a década de 1960, o coronavírus já é conhecido, fazendo parte assim de uma grande família de vírus que podem causar infecções respiratórias em seres humanos e animais. Com milhares de vítimas pelo mundo e por um espectro clínico variando de infecções assintomáticas a quadros graves. De acordo com a Organização Mundial de Saúde, a maioria (cerca de 80%) dos pacientes com COVID-19 pode ser assintomáticos ou oligossintomáticos (poucos sintomas), e aproximadamente 20% dos casos detectados requer atendimento hospitalar por apresentarem dificuldade respiratória, dos quais aproximadamente 5% podem necessitar de suporte ventilatório.

Em vista disso, medidas de precaução a COVID-19 são sugeridas pelo Ministério da Saúde (BRASIL, 2020b), são as seguintes:

- a) lavar com frequência as mãos até a altura dos punhos, com água e sabão, ou então higienizar com álcool em gel 70%. Essa frequência deve ser ampliada quando estiver em algum ambiente público (ambientes de trabalho, prédios e instalações

comerciais, etc), quando utilizar estrutura de transporte público ou tocar superfícies e objetos de uso compartilhado;

- b) ao tossir ou espirrar, cobrir nariz e boca com lenço ou com a parte interna do cotovelo. Não tocar nos olhos, nariz, boca ou na máscara de proteção facial com as mãos não higienizadas. Se tocar nos olhos, nariz, boca ou na máscara, higienize sempre as mãos como já indicado;
- c) mantenha distância mínima de 1 (um) metro entre pessoas em lugares públicos e de convívio social. Evite abraços, beijos e apertos de mãos. Adote um comportamento amigável sem contato físico, mas sempre com um sorriso no rosto;
- d) higienizar com frequência o celular, brinquedos das crianças e outros objetos que são utilizados com frequência;
- e) não compartilhar objetos de uso pessoal como talheres, toalhas, pratos e copos;
- f) manter os ambientes limpos e bem ventilados;
- g) evitar circulação desnecessária nas ruas, estádios, teatros, shoppings, shows, cinemas e igrejas;
- h) se estiver doente, evite contato próximo com outras pessoas, principalmente idosos e doentes crônicos, busque orientação pelos canais *on-line* disponibilizados pelo SUS ou atendimento nos serviços de saúde e siga as recomendações do profissional de saúde;
- i) dormir bem e ter uma alimentação saudável;
- j) recomenda-se a utilização de máscaras em todos os ambientes. As máscaras de tecido (caseiras/artesanais), não são Equipamentos de Proteção Individual (EPI), mas podem funcionar como uma barreira física, em especial contra a saída de gotículas potencialmente contaminadas.

Segundo especialistas, ainda não se tem o padrão de comportamento desse vírus. Até o momento a pandemia infectou mais de 58 milhões de pessoas e causou mais de 1 milhão de óbitos no mundo. Neste momento tão arrasador, a matemática entra como uma ferramenta que auxilia nas projeções futuras. Criam-se modelos matemáticos, para que os governantes possam tomar as medidas redutoras do avanço da transmissão do vírus na população. Observa-se que a matemática continua sendo desenvolvida a partir das necessidades de resolver problemas. Nesse segmento, com as projeções feitas pela matemática foi e está sendo possível ter um contágio menos destruidor ainda.

3.1 A COVID-19 NO BRASIL

Quando a China começou a sofrer com o novo vírus em dezembro de 2019, ninguém imaginava que ele seria causador de uma pandemia mundial. Até porque, nos noticiários, pouco se falava de um contágio mundial, já que, para a China, não era interessante este alarde. Nesse sentido Mandetta (2020, p. 4) menciona:

O novo coronavírus, não foi classificado como uma urgência sanitária para a China, e de grande alerta para o restante do planeta. Nitidamente era uma solução política, pois havia grande pressão chinesa. Se a OMS decidisse pela emergência de interesse mundial, poderia haver embargos, suspensão de voos e paralisação do comércio.

De acordo com a citação do autor, se naquela ocasião surgisse a notícia de um novo vírus originário da China, esta teria sua economia totalmente abalada. O país ora mencionado é uma das maiores economias mundiais e um dos maiores exportadores. Para o autor, a decisão de não noticiar foi puramente política.

No Brasil, segundo órgão do Governo Federal, o primeiro caso confirmado foi em 26 de fevereiro deste ano, na cidade de São Paulo. Trata-se de um homem de 61 anos que foi hospitalizado após regresso de uma viagem à Itália, país este que já se encontrava em evolução rápida da doença. Ele apresentava os seguintes sintomas: febre, tosse seca, dor de garganta e coriza.

Vale ressaltar que em 3 de fevereiro de 2020 foi decretado estado de emergência em saúde pública no Brasil. Esse decreto agiu como um facilitador de estratégias de contenção do problema.

Sobre o decreto, o infectologista Leonardo Weissmann (PINHEIRO; RUPRECHT, 2020, p. 1), consultor da Sociedade Brasileira de Infectologia, comenta que após sua edição: “o Ministério da Saúde fica autorizado a adotar medidas como a contratação emergencial de especialistas e acionar uma espécie de força-tarefa do SUS, formada por profissionais de saúde e voluntários que atuam em situação de crise”.

O vírus de transmissão rápida, já contabilizava 482 casos um mês após o início. Em sessenta dias passou a ter 3.235 novos casos confirmados, caracterizando um crescimento exponencial da COVID-19. A primeira morte no Brasil pela doença foi confirmada em 17 de março, ou seja, três semanas após o primeiro caso de contágio. Assim comenta o Ministério da Saúde (BRASIL, 2020b) representado por Mandetta, Ministro da Saúde à época: “nosso sistema já passou por epidemias respiratórias graves. Iremos atravessar mais esta, analisando com os

pesquisadores e epidemiologistas brasileiros, qual é o comportamento da transmissão desse vírus em um país tropical”.

Percebe-se que é um vírus ainda desconhecido e com poucas informações a seu respeito. Nos últimos meses, o principal assunto do mundo é o coronavírus, onde jornais televisivos, internet, facebook e outros meios de comunicação fornecem uma enxurrada de informações a respeito da doença, da sua evolução, dos recuperados, dos óbitos e etc. Muitas vezes nem se sabe se são informações confiáveis ou não.

Os órgãos Federais, como os Ministérios da Saúde e da Economia do Brasil decretaram uma série de medidas à população brasileira, em razão da pandemia pela COVID-19. Foram mais de 100 medidas tomadas pelo Ministério da Economia (BRASÍLIA, 06/04/2020). Pelo Ministério da Saúde as principais medidas foram o isolamento social, a suspensão das aulas presenciais, a suspensão de festas, casas noturnas e atividades similares, a redução de horários de hotéis, restaurantes, shoppings, o uso obrigatório de máscara, de álcool em gel e muitas outras.

O surgimento do novo vírus trouxe pânico para o mundo e uma mudança radical na forma de vida das pessoas. Além das inúmeras vidas perdidas, provocou, também, a queda no crescimento da economia, ou seja, foi arrasador para o mercado financeiro. Com a evolução da transmissão da COVID-19 destacam-se três pontos fundamentais considerados os mais relevantes para a sociedade em geral: a saúde, a economia e a educação.

3.1.1 Saúde

A chegada do novo vírus no Brasil trouxe consigo uma grande preocupação à área da saúde. Os hospitais têm uma capacidade limitada para atendimento, e a grande preocupação se deu em razão de haver um número grande de contaminados, o que poderia causar um colapso no sistema. Em não havendo leitos, pacientes com outras doenças não poderiam ser atendidos e muitos teriam que ficar em casa sem os cuidados hospitalares necessários. Outro grande problema são as pessoas com alguma comorbidade, doenças crônicas, respiratórias e os idosos que são chamados de grupo de risco. O papel de cada um, como cidadãos é contribuir para desacelerar a progressão da doença para que o sistema de saúde não vire um caos.

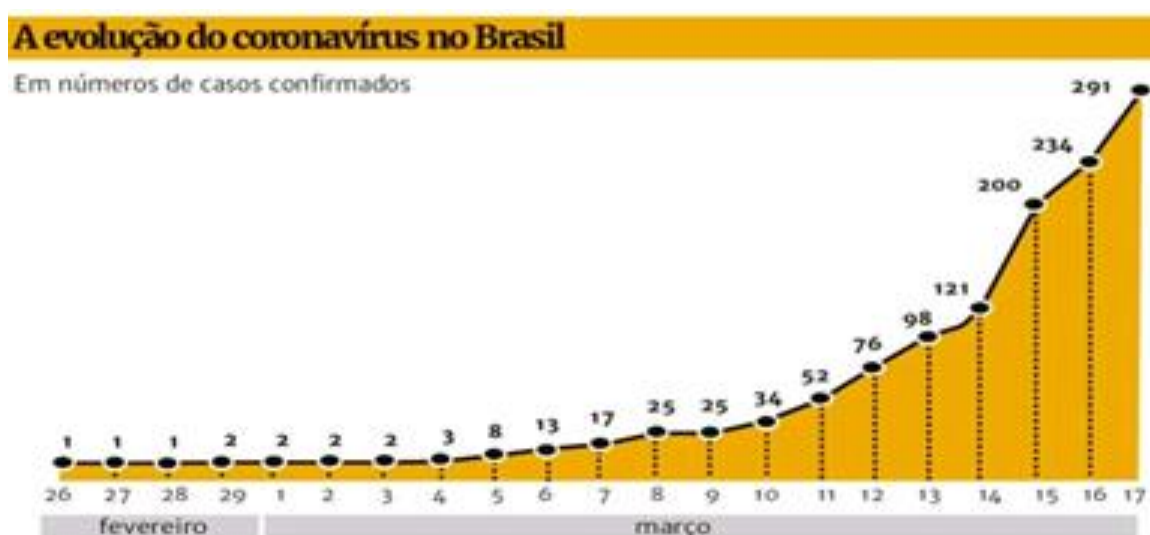
Enquanto não há um tratamento totalmente eficaz para a doença, e nem a vacina para prevenção, a OMS e os órgãos do governo acreditam no isolamento social como meio de desacelerar a transmissão. Ressalta-se, também, a importância do trabalho realizado pelos

profissionais da saúde, seja de forma direta ou indireta. Eles que estão na linha de frente e estão expostos diariamente a contrair o vírus.

Com uma transmissão extremamente rápida, chegou-se a períodos com mais de mil mortes por dia. Até o presente momento (24/11/2020), o Brasil soma um total de mais de 6 milhões de casos confirmados, destes mais de 5 milhões já estão recuperados e contam com mais 169 mil óbitos, segundo Ministério da Saúde (BRASIL, 2020b).

O Gráfico 11 demonstra o início do avanço da transmissão da COVID-19 no Brasil (casos confirmados):

Gráfico 11 – A evolução do coronavírus no Brasil



Fonte: Ministério da Saúde (BRASIL, 2020b).

A situação atual do avanço da COVID-19 no Brasil até a data de 24 de novembro de 2020 (casos confirmados, mortes e recuperados) é retratada no Quadro 9:

Quadro 9 – Painel da situação atual da COVID-19 no Brasil

COVID-19 NO BRASIL

Dados até 23/11/2020

CORONAVÍRUS COVID-19

MINISTÉRIO DA SAÚDE



Região

UF

Município

Reg.Metropolitana/Interi...

BRASIL

27/03/2020 a 23/11/2020

População

210.147.125

Recuperados (Brasil)

5.445.095

Em acompanhamento (Brasil)

473.028

CASOS

Casos Novos

16.207

Casos Acumulados

6.087.608

Casos Acumulados 100mi

2.897

ÓBITOS

Obitos Novos

302

Obitos Acumulados

169.485

Obitos Acumulados 100mi

81

Fonte: Ministério da Saúde (BRASIL, 2020b).

Na Tabela 1 apresentam-se os dados da COVID por regiões brasileiras.

Tabela 1 – Painel COVID-19 por Região

COVID-19 NO BRASIL
Dados até 23/11/2020

CORONAVÍRUS COVID-19 MINISTÉRIO DA SAÚDE **PÁTRIA AMADA BRASIL** GOVERNO FEDERAL

Região UF Município Reg.Metropolitana/Interi...

Região Estado Município Região Metropolitana Todos

Região	População	Casos Novos	Casos Acumulados	Casos Acumulados 100mi	Óbitos Novos	Óbitos Acumulados	Óbitos Acumulados 100mi
Totais	210.147.125	16.207	6.087.608	2.897	302	169.485	81
Sudeste	88.371.433	3.891	2.126.724	2.407	100	77.246	87
Sul	29.975.984	4.336	884.069	2.949	79	15.897	53
Nordeste	57.071.654	3.894	1.579.839	2.768	61	43.882	77
Norte	18.430.980	1.707	751.066	4.075	32	16.564	90
Centro-Oeste	16.297.074	2.379	745.910	4.577	30	15.896	98

Fonte: Ministério da Saúde (BRASIL, 2020b).

Como se retrata no Tabela 1, o número alto de pessoas infectadas causou consequências em vários segmentos brasileiros. Analisam-se a seguir questões relacionadas à economia e à educação.

3.1.2 Economia

As estratégias de combate à pandemia tiveram um reflexo desastroso à economia mundial. Há quase 12 anos atrás, em 2008, o mercado financeiro sofreu com a falência de um dos bancos de investimentos dos Estados Unidos. Entrou para a história como a segunda-feira negra, devido à queda violenta da bolsa de valores.

Agora, em 2020, especialistas da área econômica garantem que os danos causados pelo coronavírus é maior, pois, para conter o avanço da doença, indústrias e comércios foram fechados, as pessoas só podiam sair de casa em caso de necessidade. Com isso, gerou uma menor produção de produtos, os consumidores passaram a consumir menos, aumentou o número de desemprego e muitas outras consequências. A pandemia provocou sucessivas quedas nas bolsas de valores e, mais uma vez, frustrou a retomada da economia no Brasil.

Segundo manifestou Paulo Guedes (2020, p. 12), Ministro da Economia, “é preciso respeitar a opinião dos dois lados”, essa fala foi no sentido de que Ministério da Saúde e o Ministério da Economia deveriam entrar num consenso, pois para os especialistas da saúde o isolamento social seria a grande arma contra o crescimento da doença, mas por outro lado, torna-se devastador à economia. Guedes (2020, p. 12) acrescenta ainda, “apesar da importância

do isolamento social para a saúde pública, a economia não suportará mais do que dois meses estagnada”. O Governo Federal tomou algumas medidas que levaram o país ao déficit de R\$ 500 bilhões, conforme anunciou o Jornal Zero Hora (2020) listadas no Quadro 10:

Quadro 10 – Principais iniciativas tomadas pelo Governo Federal

1 – O Ministério da Economia estima que as ações anticrise já anunciadas causem impacto de R\$ 224,6 bilhões para as contas públicas, entre renúncia de receitas e criação de despesas.
2 – O auxílio financeiro de R\$ 600,00 a ser pago aos trabalhadores informais é a maior iniciativa entre as já anunciadas e vai demandar R\$ 98,2 bilhões dos cofres públicos.
3 – O programa antidesemprego vem em seguida: R\$ 51,2 bilhões em recursos. A medida tem como objetivo evitar demissões e, ao mesmo tempo, conceder um benefício do governo a quem tiver contratos de trabalho suspensos ou redução de jornada e salário.
4 – O crédito para empresas pagarem folha de salários, a ser operado pelo BNDES, está em terceiro na lista ao demandar R\$ 34 bilhões do Tesouro Nacional.

Fonte: Zero Hora (2020).

As incertezas são inúmeras para um vírus totalmente desconhecido, e buscar o equilíbrio na saúde e na economia não é tarefa fácil para os governantes. Todos sentirão as consequências desta pandemia, seja com a perda de familiares ou amigos, seja no aumento dos produtos, dos juros e do desemprego.

3.1.3 Educação

Enquanto o mundo tenta compreender o vírus que fez toda população mudar seu modo de agir e pensar, as escolas e universidades, sejam públicas ou privadas, também sofreram com as mudanças. Estas tiveram que se redescobrir e transformar a maneira de ensinar. Conforme comentam Dias e Pinto (2020, p. 545),

no que diz respeito à Educação, conforme a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (Unesco), sabemos que a crise causada pela Covid-19 resultou no encerramento das aulas em escolas e em universidades, afetando mais de 90% dos estudantes do mundo (UNESCO, 2020). A partir desse número, pergunta-se: qual o futuro da Educação num mundo abalado pelo novo coronavírus?

Com ajuda das tecnologias foi e está sendo possível fazer com que a maioria das crianças, adolescentes e adultos receba as aulas remotamente. Segundo educadores, não é o modelo ideal de aprendizagem, mas nesse momento é o que pode ser ofertado pelas instituições de ensino. Certamente, os que mais sofrem com esta pandemia, são aqueles com menor poder aquisitivo. Estes, notoriamente não têm acesso remoto. Outro ponto importante para estes

alunos mais carentes, é que, muitas vezes, a escola é o lugar em que ele faria as suas refeições oferecidas pelo colégio. Outro fator é a educação infantil. Em que lugar as mães deixarão seus filhos para poderem trabalhar e sustentar suas famílias? Simplesmente não podem e o desemprego aumenta. Para aqueles que têm maior poder aquisitivo, os alunos conseguem acompanhar as aulas pelo notebook ou celular. A equipe de educadores está fazendo o que pode para que todos tenham acesso às aulas e que elas sejam de qualidade. A professora da Faculdade de Educação da USP, Carlota Boto (2020, p. 1) declara que: “não se trata de conversão definitiva do ensino presencial a práticas virtuais. Trata-se de valer-se, neste momento particular, de recursos tecnológicos que são oportunos para projetarmos o futuro”.

Conforme cita a professora, vive-se um período com adaptações, o que não significa que o ensino será virtual após a pandemia. O que especialistas da educação supõem que, muito provavelmente, o ensino não será somente presencial e não será somente virtual. As duas modalidades estarão casadas.

De acordo com a opinião de Borba, Malheiros e Amaral (2011, p. 19), “acesso à informática em geral, e à internet, em particular, têm se tornado algo tão importante quanto garantir lápis, papel e livro para todas as crianças.”

Especialistas entendem que o ensino nunca mais será o mesmo, pois a era tecnológica veio para ficar. O que se percebe é que com a pandemia, os alunos também tiveram que se reformular, ou seja, muitos tiveram que entender e aprender a estudar por meio da tecnologia. Ferramenta esta que é e será parte das vidas de todas as pessoas.

Por fim, há que se reconhecer que esta mudança foi e continua sendo uma oportunidade pedagógica em termos de aprendizagem.

3.2 A COVID-19 EM SANTA CATARINA

Em Santa Catarina não foi diferente do resto do mundo. O estado também foi acometido pela doença, tendo seus dois primeiros casos em 12 de março deste ano. Ambos são moradores de Florianópolis. Um retornou de Nova Iorque e o outro de Holanda.

Após 15 dias do primeiro caso, Santa Catarina já contava com 163 contaminados. A primeira morte foi datada em 26 de março deste ano em São José, na grande Florianópolis. Igualmente, como em todo o Brasil, medidas restritivas foram determinadas pelo Governo de Santa Catarina por intermédio da Secretaria de Saúde. O Governo publicou no dia 16 de março um decreto para conter a disseminação do vírus no estado. Dentre as principais medidas estavam: o isolamento social, a suspensão das aulas públicas e particulares presenciais,

suspensão ainda do transporte coletivo, festas no geral, horário reduzido para restaurantes e shoppings, e muitas outras.

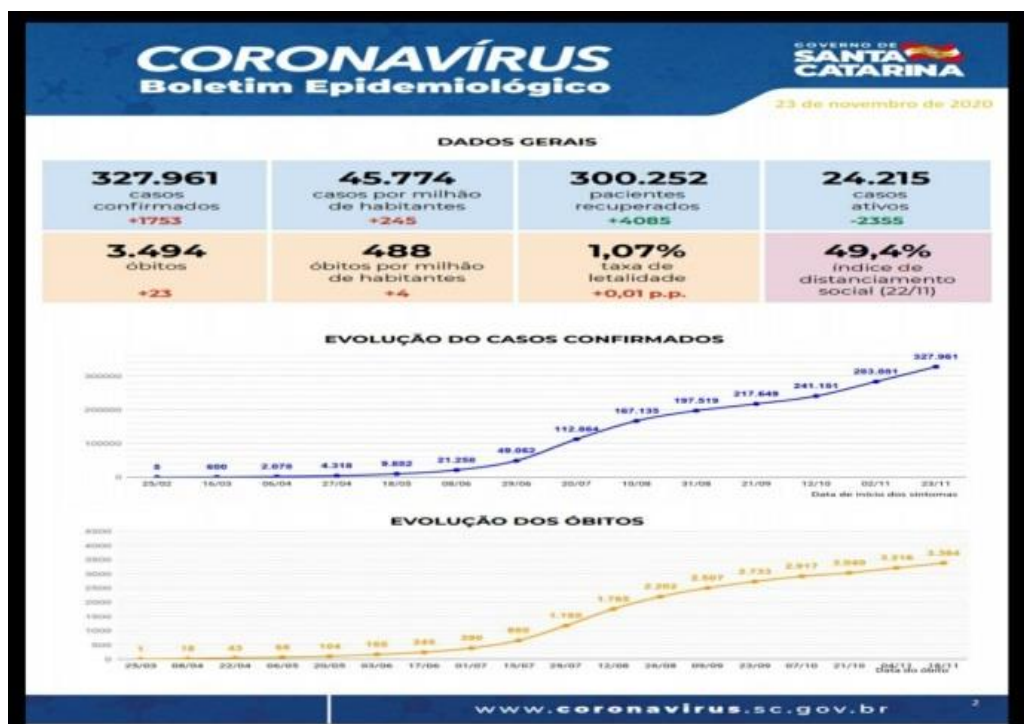
Conforme o site do Governo de Santa Catarina (2020), representado pelo Governador Carlos Moisés, “precisamos pensar no bem coletivo. Decidimos pela suspensão das aulas para reduzir a circulação de pessoas e, com isso, conter a propagação do vírus no estado. Todas as nossas medidas são neste sentido”.

O governo do estado catarinense, assim como todo o mundo, acredita nas medidas de contenção e, principalmente, no isolamento social. Como destaca o texto acima, as escolas públicas e particulares tiveram e permanecem com suas atividades presenciais suspensas a fim de reduzir a circulação de pessoas e diminuir o contágio. As escolas e universidades de modo geral tiveram que reinventar a forma de ensinar. Até o presente momento o estado contabiliza mais de 300 mil infectados, e somam mais de 3 mil óbitos, de acordo com as informações do Governo de Santa Catarina.

Outro ponto a ser destacado é quanto à economia do estado, que antes da pandemia estava em crescimento. Com a chegada do vírus uns dos setores que mais sofreu foi o turismo, pois Santa Catarina é conhecida mundialmente pelas suas belas praias e paisagens e atrai muitos turistas. No início da pandemia, hotéis, pousadas e resorts não podiam abrir por determinação do Governo Estadual. A situação hoje é que este setor só pode receber 60% da sua capacidade, ou seja, ainda um prejuízo muito grande para proprietários, funcionários e para todo o estado.

A evolução dos casos confirmados e número de óbitos pela COVID-19 em Santa Catarina são expressos por meio de gráficos até a data de 23 de novembro de 2020 (Gráfico 12).

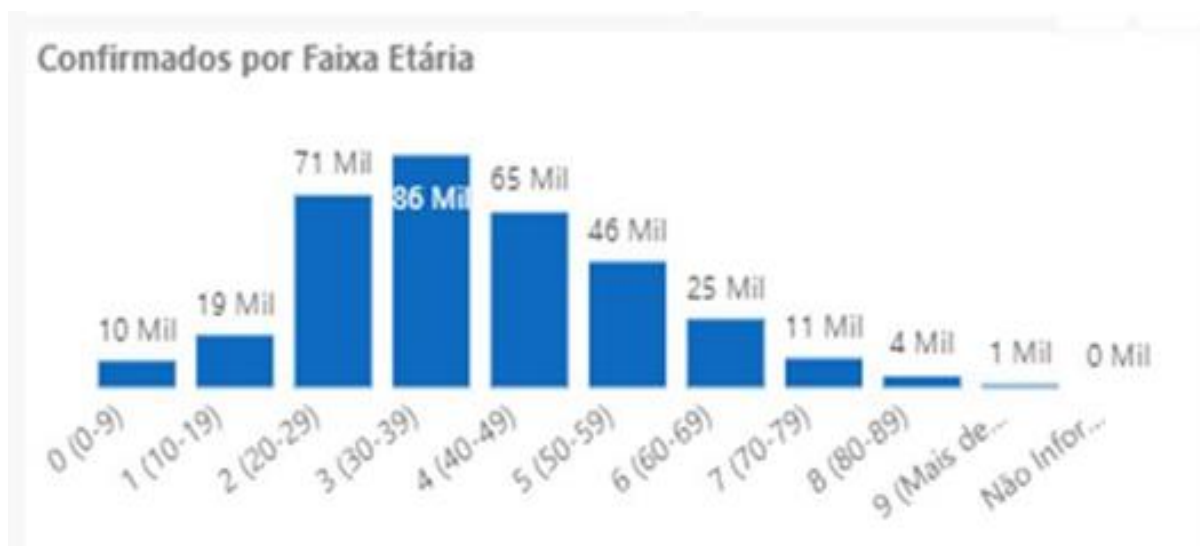
Gráfico 12 – Evolução dos casos confirmados e óbitos de Santa Catarina



Fonte: Santa Catarina (2020).

Vale destacar que, com as informações obtidas pelo Governo de Santa Catarina, o estado traçou a faixa etária da maioria de pessoas contaminadas, sendo estas entre 30 e 39 anos.

Gráfico 133 – Perfil dos casos confirmados de COVID-19 em SC, por faixa etária



Fonte: Santa Catarina (2020).

No próximo tópico abordam-se informações acerca da COVID-19 na cidade de Tubarão.

3.3 A COVID-19 NA CIDADE DE TUBARÃO

Mesmo antes de a Cidade Azul ter algum caso de contágio, órgãos representantes já tomavam providências para esperar o vírus. Atendimento ambulatoriais de urgência foram instalados na cidade. De acordo com a coordenadora da Atenção Básica, Vanessa Venâncio (TUBARÃO, 2020b):

Nós queríamos diferenciar o local de atendimento, pois desta maneira evitamos possíveis contaminações entre os pacientes. No centro, atendemos pacientes com sintomas, sejam quais forem, que se enquadrem em doenças respiratórias, como a Covid-19. Mas recomendamos sempre que pacientes com sintomas mais graves, de síndromes respiratórias, devem procurar o hospital.

Nota-se a preocupação em manter a cidade em controle com a doença. Entretanto, A cidade de Tubarão conta até a data de 24 de novembro de 2020 com 7.565 casos confirmados e 102 óbitos, conforme se ilustra no Gráfico 14 e no quadro:

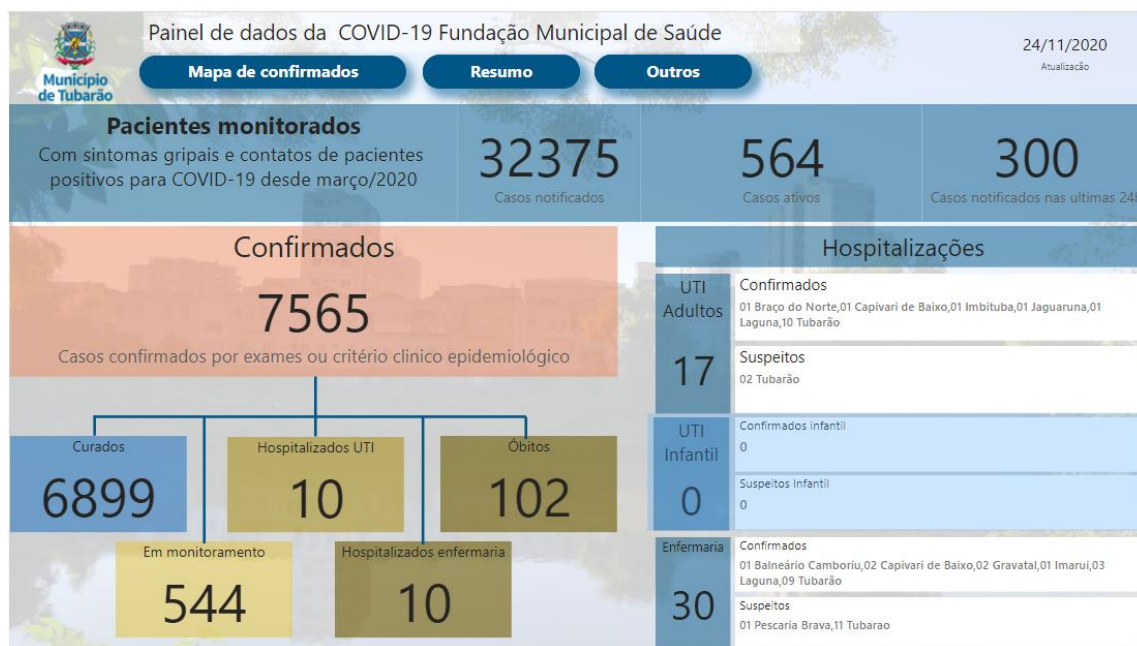
Gráfico 144 – Casos confirmados de COVID-19 e perfil por faixa etária - Tubarão



Fonte: Prefeitura Municipal de Tubarão (2020a).

Na sequência segue o painel de resumo da evolução da COVID-19 na cidade de Tubarão até a data de 24 de novembro de 2020.

Quadro 11 – Painel resumo COVID-19 em Tubarão



Fonte: Prefeitura Municipal de Tubarão (2020a).

Conforme demonstram os dados do Quadro 11, a cidade de Tubarão tem um número elevado de contaminados e um número expressivo de óbitos, muitas vezes influenciados pelo alto número de atendimentos realizados no Hospital Nossa Senhora da Conceição que atende toda a região da Amurel.

4 APLICAÇÃO DE ATIVIDADES DIDÁTICAS

Neste capítulo serão apresentadas 5 propostas de atividades didáticas que poderão servir de aporte para uma futura aplicação em sala, com alunos do ensino médio. Todas as atividades foram elaboradas com dados oficiais sobre a COVID-19, usando a modelagem matemática como forma de levar a matemática do cotidiano para dentro da sala de aula.

Para a plotagem dos gráficos utilizou-se o *Software Excel*, por ser de fácil manuseio e permitir fazer cálculos matemáticos, bem como planilhas, gráficos e outras funções. Para uma futura aplicação nada impede que outros softwares sejam utilizados.

4.1 ATIVIDADE DIDÁTICA 1

Tema: Análise de dados e construção de gráfico do número de óbitos em Santa Catarina por COVID-19.

Objetivos: Representar graficamente funções, a partir de dados de Santa Catarina obtidos no site da Secretaria de Saúde, relacionados à COVID-19. Encontrar o modelo matemático mais adequado ao número de óbitos em Santa Catarina no período de 20 de abril a 07 de setembro de 2020.

Sequência didática: para a realização desta proposta didática, os alunos trabalharão em dupla, a fim de estimular o trabalho em equipe, favorecendo a troca de opiniões, discussão e o aprendizado coletivo. Usando as informações reveladas diariamente nos jornais, internet e outros meios de comunicação sobre a COVID-19, os alunos, sob a orientação do professor, e utilizando o *Software Excel*, deverão investigar, testar e experimentar até chegar no modelo matemático mais adequado à situação problema questionada. Para a realização desta atividade os alunos poderão utilizar o laboratório de informática da escola e/ou *smarthphones* próprios.

Resultados esperados: por meio desta sequência didática espera-se que os alunos reconheçam a curva polinomial de segundo grau ou quadrática como modelo matemático mais adequado e consigam perceber a diferença gráfica das demais funções.

Situação problema: Diariamente nos meios de comunicação são apresentadas informações da COVID-19 do Brasil, de Santa Catarina e de Tubarão. Muitas informações são veiculadas por meio de tabelas e gráficos que informam a evolução da doença e o número de óbitos. Sabendo disso e fazendo uso de algumas dessas informações pede-se:

Com base nos dados da tabela abaixo que foram retirados do site <http://covid19graficos.com.br/> (MOL, 2020) fazer a plotagem do gráfico utilizando o *Software Excel* e encontrar o modelo matemático mais próximo da situação real.

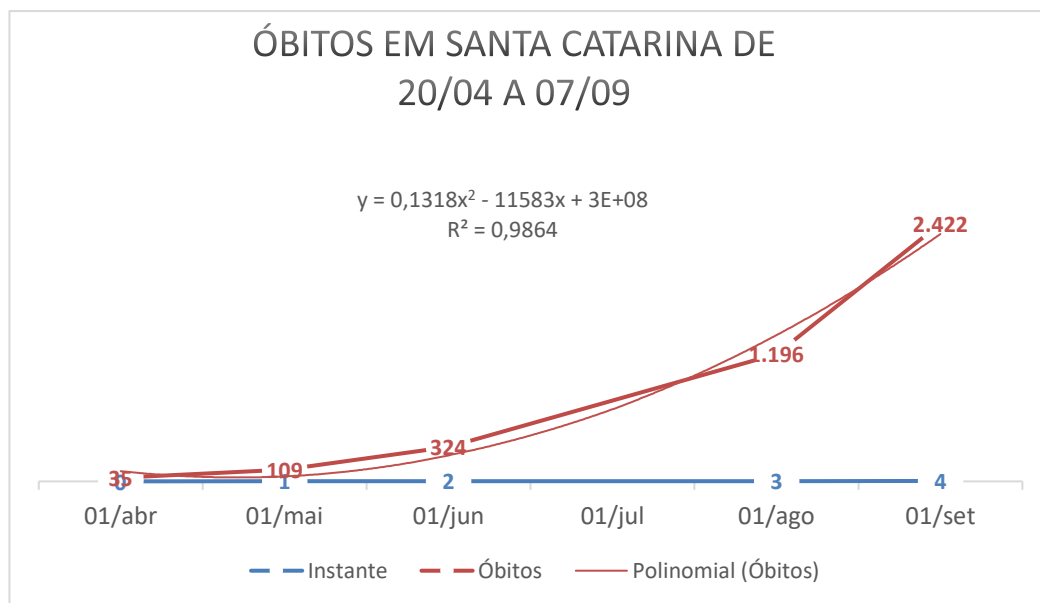
Tabela 2 – Números de óbitos referentes à COVID-19 em SC

Dias	Número de Óbitos em Santa Catarina
20/abril	35
25/maio	109
29/junho	324
03/agosto	1.196
07/setembro	2.422

Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

O Gráfico 15 representa os resultados esperados para óbitos em Santa Catarina.

Gráfico 155 – Óbitos em Santa Catarina de 20/04 a 07/09



Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Plotagem do gráfico no *Software Excel* tendo como curva uma função polinomial do segundo grau ou quadrática de *modelo* $y = 0,131x^2 - 11583x + 3.10^8$, com $R^2 = 0,9864$, com uma confiabilidade de 98,64%. Vale lembrar que os modelos matemáticos são aproximados, pois há interferências de várias variáveis, tais como quem são os grupos de riscos, se o indivíduo já foi contaminado e está em fase de recuperação, se Santa Catarina é um estado com mais pessoas idosas, se os hospitais têm capacidade para atender todos os doentes, e muitas outras. O modelo se aproxima de uma função polinomial de segundo grau ou quadrática e verifica-se, por meio do gráfico, que o número de óbitos ainda acontece diariamente em SC.

4.2 ATIVIDADE DIDÁTICA 2

Tema: Função Exponencial na COVID 19.

Objetivos: Apresentar o conteúdo de função exponencial aos alunos do ensino médio, associado à pandemia causada pelo coronavírus, de maneira que visualizem o padrão exponencial ligado à essa situação real. Encontrar o modelo matemático adequado à taxa de contágio do Sars-CoV-2.

Sequência didática: trabalhar em dupla para que a troca de ideias e as discussões enriqueçam a aula. A partir da situação real da COVID-19, propor aos alunos que observem esta pandemia com olhos matemáticos. Propõe-se com a atividade uma maneira de trazer para a sala de aula situações em que todos foram afetados. O professor neste trabalho de modelar a função mais adequada é um orientador e auxiliará em todos os momentos no desenvolvimento da atividade.

Resultados esperados: por meio desta sequência didática espera-se que os alunos reconheçam o modelo matemático de função exponencial e estabeleçam relação dessa função com a progressão geométrica.

Situação problema: No início da pandemia, o Brasil teve taxa de contágio maior do que as de Itália e França (BOTELHO, 2020). Um estudo publicado na última sexta (31 de agosto de 2020) na revista *Nature Human Behaviour* apontou que a taxa de contágio do Sars-CoV-2, nas primeiras semanas, foi de 3, ou seja, cada pessoa infectada contaminava outras três. Taxa maior do que a da Espanha, França, Reino Unido e Itália.

Valendo-se dessa notícia publicada pela Folha de São Paulo (BOTELHO, 2020), pode-se aplicar aos alunos essa proposta didática envolvendo a COVID-19. Sabe-se que a taxa de contágio de uma pandemia cresce de forma exponencial. Vale dizer, que até um determinado tempo este crescimento se dará de forma exponencial, mas depois esse crescimento tende a reduzir em função de várias variáveis (exemplo: o isolamento social) que interferem no crescimento ou não da curva. Considerando que o primeiro caso de pessoa infectada (sintomática ou assintomática) foi no dia 26 de fevereiro de 2020 e após 24 horas esta mesma pessoa transmitiu o vírus para outras 3 pessoas e que estas continuaram nesse mesmo ritmo a transmitir o vírus, pede-se:

- a) Construir uma tabela com base nas informações trazidas na notícia acerca do número de infectados (P) dos cinco primeiros dias (t), expressando na forma de potência.
- b) Expresse a função que relaciona o número de novos infectados (P) em função do número de dias transcorridos (t), a partir de 26 de fevereiro de 2020.
- c) Expresse a sequência da quantidade de novos contaminados obtidos no item a. E, fazendo uma relação com a PG , explicite a razão.
- d) Represente graficamente a função encontrada no item b utilizando um software livre. Encontre um modelo aproximado para função utilizando um software e compare com o obtido no item b.

Resultados possíveis de serem obtidos com o experimento

Questão a: Construir uma tabela com base nas informações trazidas na notícia acerca do número de infectados (P) dos cinco primeiros dias (t), expressando na forma de potência.

Solução:

Tabela 3 – Relação Infectados x Número de dias

Instante	Dias após 26 de fevereiro de 2020 (t)	Novos casos infectados (P) na forma de potência
0	26/02	$1 = 3^0$
1	27/02	$3 = 3^1$
2	28/02	$9 = 3^2$
3	29/02	$27 = 3^3$
4	01/03	$81 = 3^4$
5	02/03	$243 = 3^5$
...		
t		x

Fonte: Elaborada pelos autores (2020).

Questão b: Expresse a função que relaciona o número de novos infectados (P) em função do número de dias transcorridos (t), a partir de 26 de fevereiro de 2020.

Solução: Se cada pessoa infectada contamina outras 3, então tem-se: $P(t) = 3^t$

Questão c: Expresse a sequência da quantidade de novos contaminados obtidos no item a. E, fazendo uma relação com a PG, explicita a razão.

Solução: Sequência: (1, 3, 9, 27, 81, 243, 729, 2187, ...)

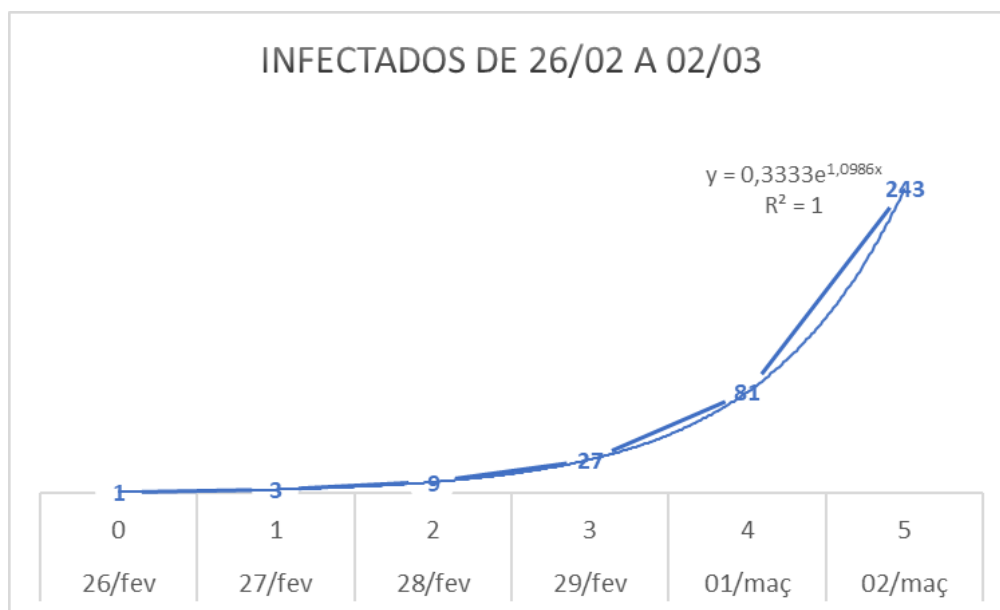
Fazendo uma relação com a PG, explicita a razão de tal sequência.

Solução: $q = \frac{a_2}{a_1} \rightarrow q = \frac{3}{1} \rightarrow q = 3$. A razão desta PG é 3.

Questão d: Represente graficamente a função encontrada no item b utilizando um software livre. Encontre um modelo aproximado para função utilizando um software e compare com o obtido no item b.

Solução:

Gráfico 166 – Número de infectados



Fonte: Elaborada pelos autores (2020)

Com a construção do gráfico no *Software Excel*, foi possível notar que dividindo o dia posterior pelo dia anterior, tem-se a razão = 3. Notou-se também que o crescimento se deu por meio de uma função exponencial com modelo matemático igual a $y = 0,3333e^{1,0986x}$, com $R^2 = 1$, ou seja, com 100% de confiabilidade.

4.3 ATIVIDADE DIDÁTICA 3

Tema: Representação gráfica e análise da função por meio dos dados da média móvel dos infectados por COVID-19 na cidade de Tubarão.

Objetivos: Representar graficamente funções por meio de um software a partir de dados da média móvel da cidade de Tubarão obtidos no site do Ministério da Saúde. Encontrar o modelo matemático mais adequado à média móvel do número de casos confirmados na cidade de Tubarão, atualizada em 02/09/2020.

Sequência didática: para a realização desta atividade os alunos poderão utilizar o laboratório de informática da escola e/ou *smarthphones* próprios. Fazendo uso das informações enunciadas pelo site já citado, os alunos construirão com a ajuda de um software, o modelo matemático mais aproximado à média móvel atualizada no dia 02 de setembro de 2020. Considerando a importância de se abordar esta situação real em sala de aula, os alunos após a

plotagem do gráfico deverão fazer análises dos resultados. Com a construção dos trabalhos em mãos, far-se-á uma roda de debates entre os alunos e professor acerca dos resultados e conclusões alcançadas sobre a pandemia no município de Tubarão.

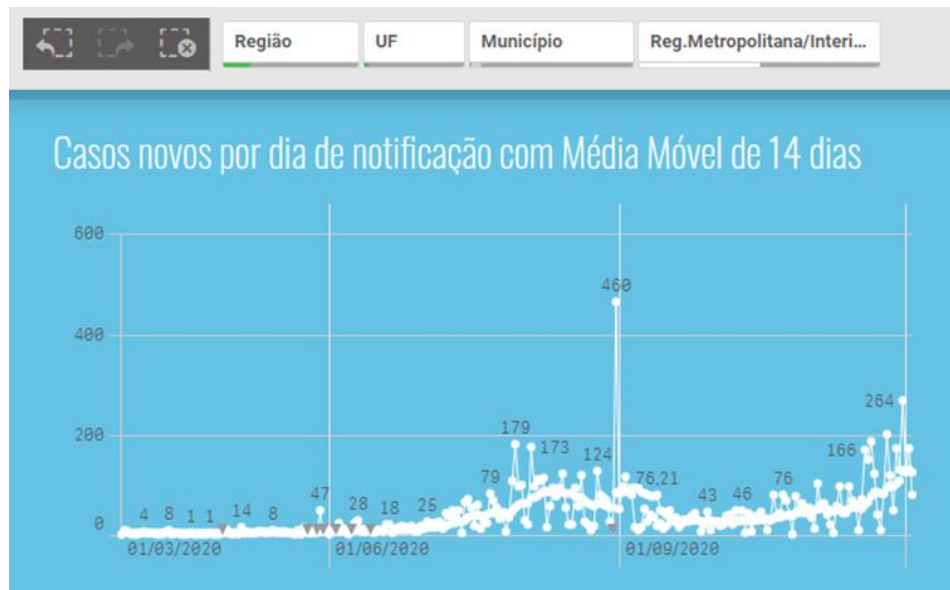
Resultados esperados: por meio desta sequência didática espera-se que os alunos reconheçam a função polinomial de grau 3 e consigam interpretar o resultado de que Tubarão se encontra em decrescimento do avanço da doença, ou seja, ainda há registro de novos casos, mas em ritmo desacelerado. Espera-se também que os discentes façam um comparativo com a “distribuição de Gauss” (função gaussiana). A “distribuição de Gauss” que é uma das distribuições de probabilidade mais utilizadas para modelar fenômenos naturais, como é o caso de uma epidemia traz um formato de sino. Quando um gráfico com informações epidemiológicas chega à curva de desaceleração da doença, entende-se que isso decorre da questão social de enfrentamento à pandemia (isolamento social e outras medidas), e tende a uma curva conhecida também como curva gaussiana.

Situação problema: Conforme notícia veiculada pelo site JDV, por meio do jornalista Leonardo Koch (2020, p. 1),

os dados de COVID-19 podem ter variações diárias muito grandes que não têm relação com o avanço do vírus, como atrasos nos registros, falta de testes, entre outros problemas. Especialistas recomendam utilizar a chamada média móvel. Com números mais detalhados, esses indicadores permitem mostrar onde o número de infectados e os números de mortes causadas pelo novo coronavírus estão aumentando, diminuindo ou estáveis. Para calcular a média móvel, basta somar o número de casos do dia com o dos 6 dias anteriores.

Olhando para a Cidade Azul, constata-se que o primeiro caso de contágio ocorreu no início de março deste ano e logo se propagou rapidamente. Apresenta-se o Gráfico 17 da cidade de Tubarão dos novos casos confirmados com média móvel fornecido pelo Ministério da Saúde.

Gráfico 177 – Dados COVID-19 02/09/2020.



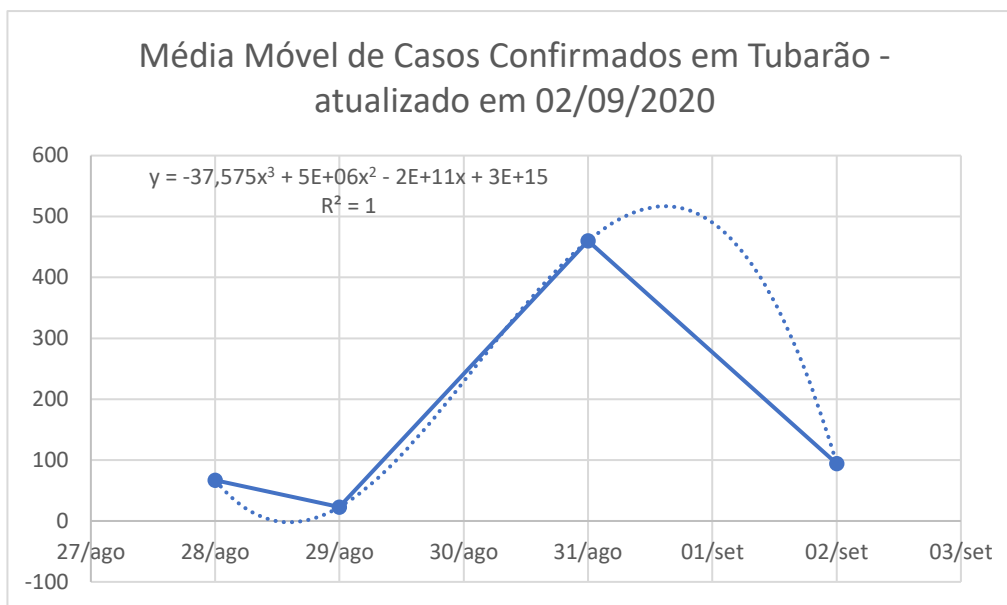
Fonte: Ministério da Saúde (2020)

Pergunta-se: a cidade de Tubarão ainda se encontra em processo de crescimento de pessoas infectadas ou há redução no número de contaminados? É possível saber se já houve o ponto máximo (“pico”) de contaminados? Faça a representação gráfica utilizando o *Software Excel* e encontre o modelo mais adequado para esta situação.

Resultados possíveis de serem obtidos com o experimento

Com base no gráfico fornecido no enunciado da questão, espera-se que os alunos construam o gráfico com tais dados sobre a média móvel da cidade de Tubarão (atualizada em 02/09/20) e observem o modelo matemático mais próximo da situação real que se vive. A plotagem do gráfico foi realizada no *Software Excel*, fornecendo o modelo matemático de função polinomial de grau 3, onde $y = -37,575x^3 + (5 \cdot 10^6)x^2 - (2 \cdot 10^{11})x + 3 \cdot 10 + 15$, com $R^2 = 1$, ou seja, quanto mais teu modelo se aproxima de 1, mais adequado é o modelo matemático.

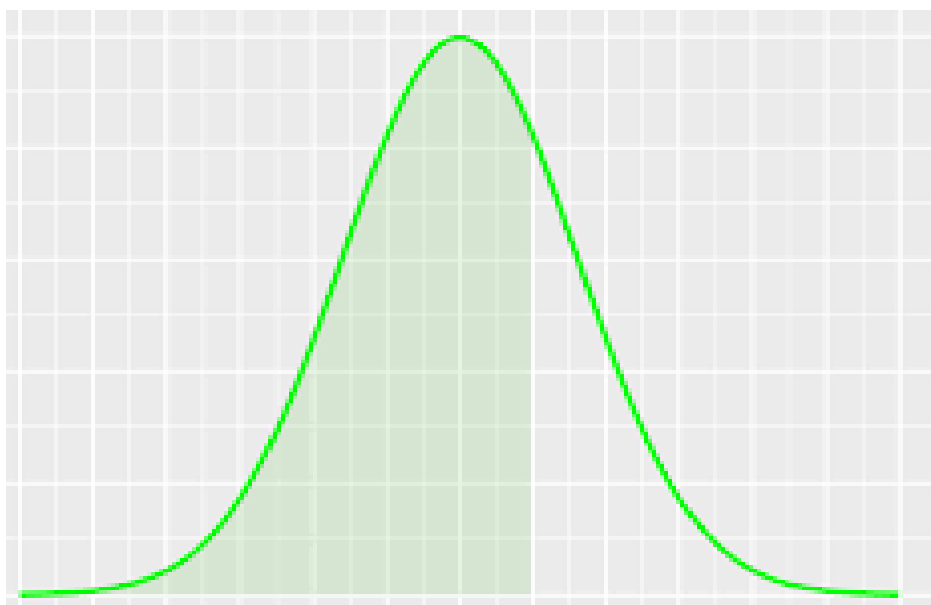
Gráfico 188 – Média móvel de casos confirmados em Tubarão 02/09/2020.



Fonte: Elaborada pelos autores (2020).

Espera-se que os alunos consigam visualizar no gráfico elaborado, que entre as datas de 29/08 a 02/09, a curva lembra muito uma função gaussiana.

Gráfico 19 – Curva gaussiana



Fonte: Google (2020).

Observa-se que, pelo padrão da curva de Gauss (formato de sino), a cidade de Tubarão encontra-se em ritmo de declínio da evolução da transmissão do coronavírus e a mesma teve seu pico no dia 31 de agosto de 2020.

4.4 ATIVIDADE DIDÁTICA 4

Tema: Interpretação gráfica e análise de escalas aritméticas e logarítmicas a partir de gráfico de óbitos da COVID-19 a nível nacional.

Objetivos: Compreender gráficos de situações do dia a dia, sabendo diferenciar os de escala linear e escala logarítmica, tendo em mente que os valores dos óbitos por COVID-19 no Brasil não mudam, mesmo tendo uma alteração da curva em questão. Perceber com o processo de modelagem que a função dos gráficos de escalas diferentes terá funções diferentes, ou seja, modelos diferentes para a mesma situação.

Sequência didática: Para a construção desta proposta didática, os alunos formarão grupos, e assim com os dados fornecidos pelo professor em sala sobre os números de óbitos no Brasil tirados do site: <http://covid19graficos.com.br/> (MOL, 2020), deverão utilizar o *Software Excel* para a elaboração dos gráficos. Antes disso uma explicação acerca dos tipos de escalas será feita pelo professor. A escala aritmética ou linear é aquela onde a distância entre um ponto e outro sempre terá o mesmo valor e é dado pela unidade. É a escala mais usada, podendo ser encontradas nos gráficos em jornais, revistas, televisão, etc. Pode ser feita uma relação com a PA (Progressão Aritmética). Já a escala logarítmica é útil quando os dados têm valores muito grandes. A distância é sempre 10x o valor anterior. (Ex.: 10, 100, 1.000, etc). Feitas as considerações, os alunos deverão modelar o gráfico de escala aritmética e em seguida modelar o gráfico em escala logarítmica. Após gerar o gráfico no software, identificar a função que mais se aproxima da curva gerada em cada escala obtida.

Resultados esperados: por meio desta sequência didática espera-se que os alunos reconheçam a diferença entre escala linear e logarítmica, tendo em mente que o número de óbitos por coronavírus em ambos os gráficos é o mesmo, porém com alteração no modelo matemático encontrado em cada escala e na curva gerada em cada escala.

Situação problema: Com o avanço da pandemia, muito se ouve falar em gráficos que estão em escala aritmética e outros em escala logarítmica. Com isso, propõe-se aos alunos que com base nos dados tirados do site <http://covid19graficos.com.br/>, 29 out 2020 (MOL, 2020) fazer a plotagem do gráfico usando o *Software Excel*, de maneira que após a plotagem do

mesmo se faça a mudança da escala linear para logarítmica ou vice-versa, e após isso gerar a função que mais se adequa ao caso dado.

Tabela 4 – Óbitos por dia

(continua)	
Dias	Número de óbitos por dia
23/03/2020	34
24/03/2020	47
25/03/2020	59
26/03/2020	77
27/03/2020	93
28/03/2020	115
29/03/2020	137
30/03/2020	166
31/03/2020	202
01/04/2020	244
02/04/2020	305
03/04/2020	365
04/04/2020	445
05/04/2020	496
06/04/2020	569
07/04/2020	691
08/04/2020	826
09/04/2020	959
10/04/2020	1073
11/04/2020	1141
12/04/2020	1237
13/04/2020	1350
14/04/2020	1557
15/04/2020	1760
16/04/2020	1962
17/04/2020	2173
18/04/2020	2375
19/04/2020	2491
20/04/2020	2598
21/04/2020	2772
22/04/2020	2940
23/04/2020	3349
24/04/2020	3722
25/04/2020	4074
26/04/2020	4301
27/04/2020	4606

Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Tabela 4 – Óbitos por dia

(continuação)	
Dias	Número de óbitos por dia
28/04/2020	5092
29/04/2020	5534
30/04/2020	5980
01/05/2020	6438
02/05/2020	6808
03/05/2020	7073
04/05/2020	7381
05/05/2020	7972
06/05/2020	8597
07/05/2020	9273
08/05/2020	10027
09/05/2020	10695
10/05/2020	11172
11/05/2020	11659
12/05/2020	12503
13/05/2020	13281
14/05/2020	14070
15/05/2020	14983
16/05/2020	15698
17/05/2020	16201
18/05/2020	16925
19/05/2020	18073
20/05/2020	19058
21/05/2020	20109
22/05/2020	21148
23/05/2020	22191
24/05/2020	22856
25/05/2020	23590
26/05/2020	24642
27/05/2020	25701
28/05/2020	26895
29/05/2020	28032
30/05/2020	28895
31/05/2020	29367
01/06/2020	30105
02/06/2020	31473
03/06/2020	32667
04/06/2020	34145

Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Tabela 4 – Óbitos por dia

(continuação)	
Dias	Número de óbitos por dia
05/06/2020	35253
06/06/2020	36054
07/06/2020	36530
08/06/2020	37393
09/06/2020	38586
10/06/2020	39824
11/06/2020	41092
12/06/2020	41935
13/06/2020	42792
14/06/2020	43426
15/06/2020	44190
16/06/2020	45522
17/06/2020	46707
18/06/2020	47946
19/06/2020	49118
20/06/2020	50100
21/06/2020	50709
22/06/2020	51444
23/06/2020	52851
24/06/2020	53955
25/06/2020	55123
26/06/2020	56128
27/06/2020	57159
28/06/2020	57742
29/06/2020	58473
30/06/2020	59791
01/07/2020	60877
02/07/2020	62136
03/07/2020	63349
04/07/2020	64410
05/07/2020	64965
06/07/2020	65651
07/07/2020	66952
08/07/2020	68126
09/07/2020	69347
10/07/2020	70646
11/07/2020	71578
12/07/2020	72195

Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Tabela 4 – Óbitos por dia

(continuação)

Dias	Número de óbitos por dia
13/07/2020	73030
14/07/2020	74324
15/07/2020	75602
16/07/2020	76902
17/07/2020	78026
18/07/2020	78870
19/07/2020	79578
20/07/2020	80346
21/07/2020	81663
22/07/2020	82959
23/07/2020	84272
24/07/2020	85437
25/07/2020	86536
26/07/2020	87117
27/07/2020	87802
28/07/2020	89037
29/07/2020	90259
30/07/2020	91461
31/07/2020	92727
01/08/2020	93668
02/08/2020	94193
03/08/2020	94794
04/08/2020	96152
05/08/2020	97519
06/08/2020	98744
07/08/2020	99830
08/08/2020	100648
09/08/2020	101226
10/08/2020	102009
11/08/2020	103209
12/08/2020	104361
13/08/2020	105635
14/08/2020	106642
15/08/2020	107364
16/08/2020	107951
17/08/2020	108747
18/08/2020	110099
19/08/2020	111263
20/08/2020	112499

Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Tabela 4 – Óbitos por dia

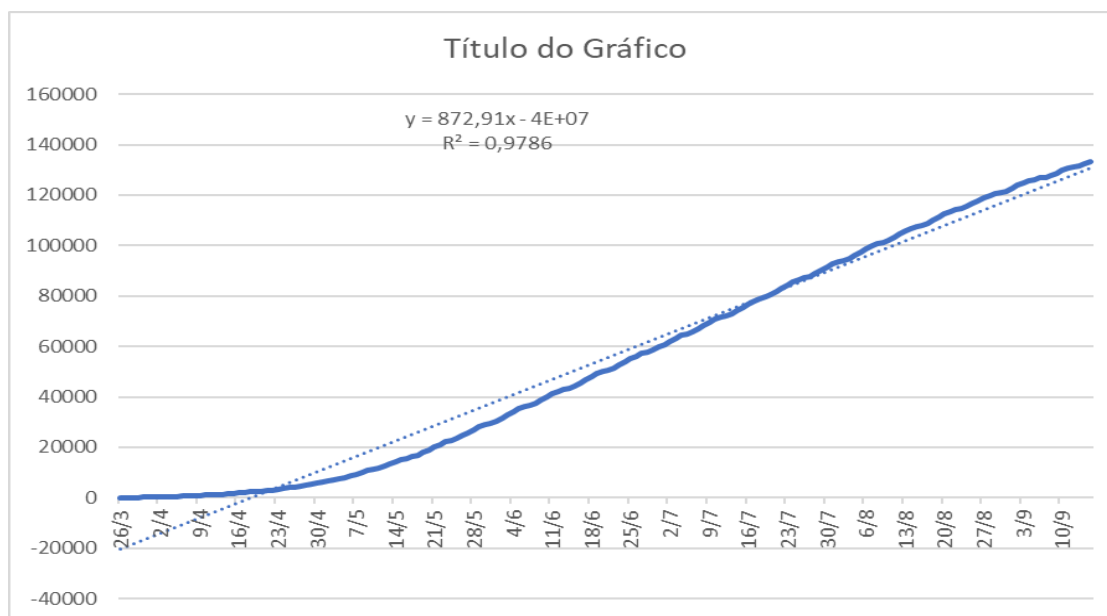
(conclusão)	
Dias	Número de óbitos por dia
21/08/2020	113551
22/08/2020	114378
23/08/2020	114834
24/08/2020	115551
25/08/2020	116760
26/08/2020	117839
27/08/2020	118824
28/08/2020	119673
29/08/2020	120570
30/08/2020	120971
31/08/2020	121618
01/09/2020	122768
02/09/2020	123972
03/09/2020	124839
04/09/2020	125688
05/09/2020	126292
06/09/2020	126736
07/09/2020	127070
08/09/2020	127584
09/09/2020	128752
10/09/2020	129726
11/09/2020	130574
12/09/2020	131341
13/09/2020	131746
14/09/2020	132204
15/09/2020	133257

Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Resultados Esperados

No primeiro momento fez-se a plotagem do gráfico do número de óbitos em escala aritmética ou linear.

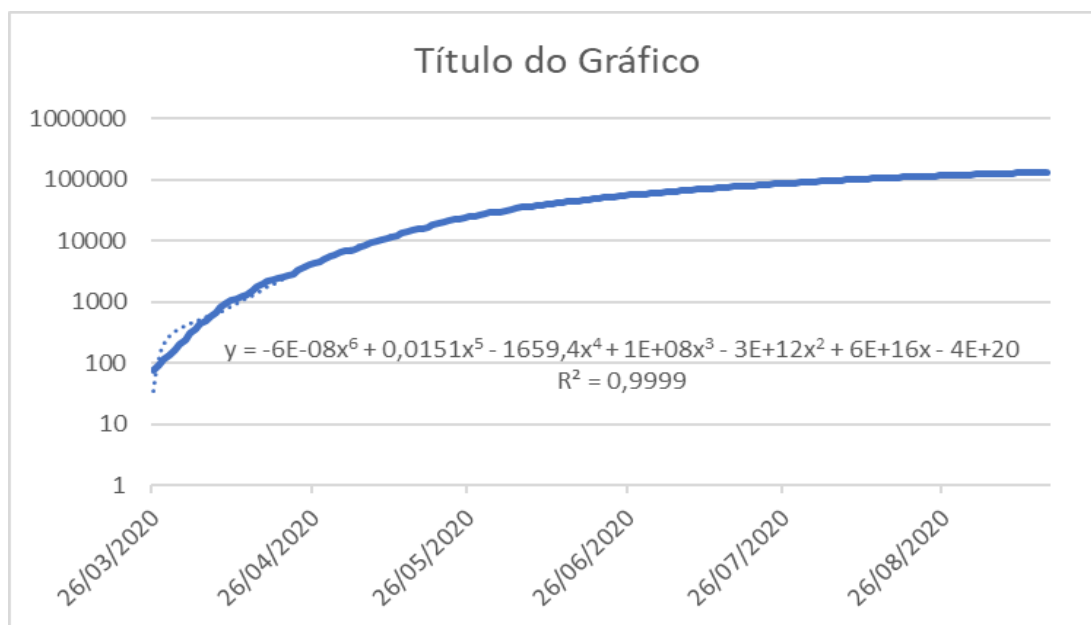
Gráfico 190 – Resultados esperados atividade didática 4 – Parte 1



Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

No segundo momento fez-se a plotagem do gráfico do número de óbitos em escala logarítmica.

Gráfico 201 – Resultados esperados atividade didática 4 – Parte 2



Fonte: Elaborado pelos autores (2020).

Após a plotagem do Gráfico 20 no *Software Excel*, pode-se notar que se trata de uma escala linear, pois os valores crescem de 20.000 em 20.000 unidades, gerando uma reta de função polinomial de modelo $y = 872,91x - 4.10 + 07$ com $R^2 = 0,9786$, com uma confiabilidade de 97,86%.

Já na plotagem do Gráfico 21 foi alterada sua escala, passando-a logarítmica, ou seja, os valores do eixo y são multiplicados por 10, percebendo assim a diferença de cada gráfico e como cada um se comporta. Modelando no *Software Excel* obteve-se uma curva que se trata de uma função polinomial de grau 6 de modelo $y = (-6.10^{-8})x^6 + 0,0151x^5 - 1659,4x^4 + 10^8x^3 - (3.10^{-12})x^2 + (6.10^{-16})x - 4.10 + 20$, com $R^2 = 0,9999$, com uma confiabilidade de 99,99%. Usa-se a escala logarítmica quando os valores, no caso de óbitos, são tão altos que ficam mais bem distribuídos no gráfico quando multiplicados por 10.

Com a construção dos dois gráficos, constatou-se que, conforme a escala usada, gera um modelo matemático diferente, mas ambos trazem a mesma informação: a quantidade dos números dos óbitos por COVID-19 no Brasil. Vale ressaltar que se deve ter cuidado em analisar gráficos em escalas diferentes, pois podem induzir conclusões diferentes.

4.5 ATIVIDADE DIDÁTICA 5

Tema: Análise gráfica dos óbitos por faixa etária em Santa Catarina em decorrência da COVID-19.

Objetivos: Reconhecer o conceito de função. Fazer análise do gráfico do número de óbitos por faixa etária de Santa Catarina, identificando o domínio e a imagem da função. Encontrar o modelo matemático mais adequado para a situação utilizando o *Software Excel*.

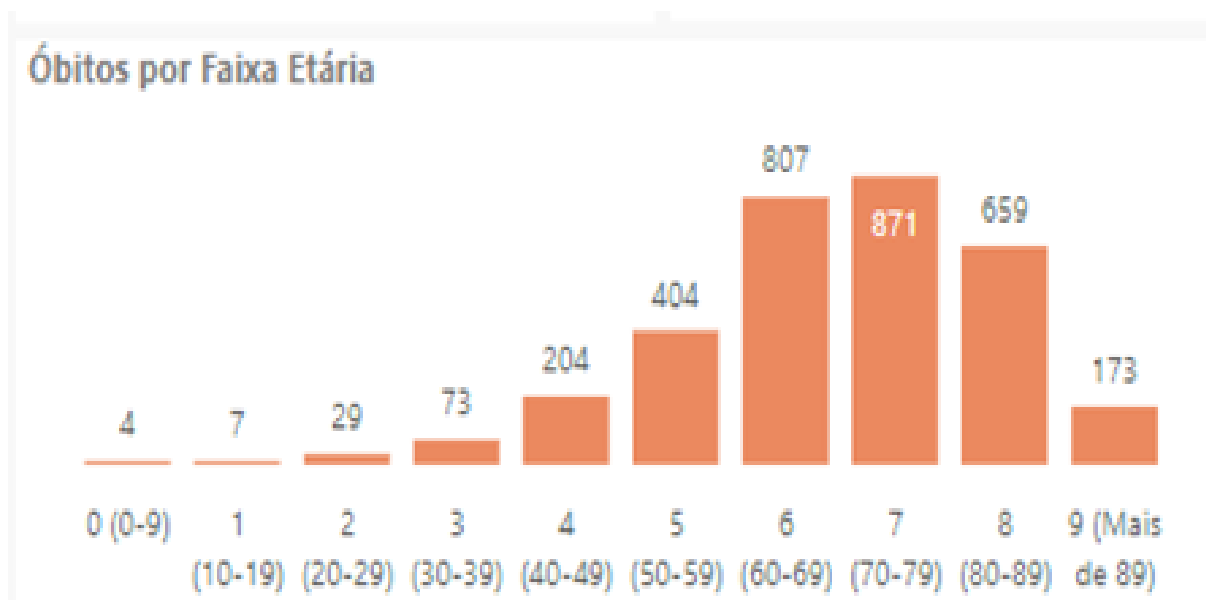
Sequência didática: esta atividade será desenvolvida, inicialmente, em sala de aula, abordando o conceito de função e destacando a sua importância em algumas atividades do cotidiano. A ideia de função está presente quando se relacionam duas grandezas variáveis. No segundo momento, fazer um bate papo com os alunos sobre algumas atividades que eles percebiam a presença deste conteúdo. No terceiro momento, conversar sobre a pandemia e reconhecer o conteúdo com as informações trazidas pelos meios de comunicação. No quarto momento, os alunos poderão utilizar o laboratório de informática da escola e/ou *smarthphones* próprios para desenvolver a atividade. Após a realização da atividade, indaga-se aos alunos acerca das dificuldades encontradas e dos resultados obtidos.

Resultados esperados: espera-se com esta atividade que os alunos reconheçam o conceito de função, seu domínio e imagem e visualizem a relevância deste conteúdo matemático nas ações diárias. Almeja-se, ainda, que, com a pandemia mundial, que é um assunto da área

da saúde, os alunos consigam enxergar uma matemática presente nela. Nesse sentido, espera-se, também, que os estudantes consigam plotar o gráfico dado no *Software Excel*, percebendo que as ferramentas tecnológicas são mecanismos que enriquecem a aula. Após a plotagem do gráfico de óbitos por faixa etária em Santa Catarina, o modelo matemático mais conveniente é de uma função polinomial de grau 6.

Situação problema: Diariamente ouvem-se informações atualizadas sobre a evolução do coronavírus, seja mundial, nacional, estadual ou municipal. Essas informações trazem os números de casos novos de infectados, de óbitos, dos leitos hospitalares, dentre outras. Para obter maiores informações sobre o comportamento do vírus, órgãos da saúde estudam os números e dados para entenderem melhor o vírus. Desse modo, a Secretaria de Saúde do Estado de Santa Catarina fez um levantamento (atualizado em 09/11/2020) a respeito dos óbitos por faixa etária, como se mostra no Gráfico 22. Valendo-se dessas informações utilizar o *Software Excel* para elaborar um gráfico de barras e por meio dele encontrar a função e o modelo matemático mais compatível com o cenário apresentado. Após, fazer uma análise gráfica e encontrar o domínio e a imagem dessa função. Para esta atividade, utilizar os dados dos gráficos abaixo.

Gráfico 212 – Óbitos por faixa etária em SC



Fonte: Secretaria da Saúde (SANTA CATARINA, 2020).

Resultados esperados

Com as informações retiradas do Gráfico 22, plotar o gráfico no *Software Excel*, mostrando que o modelo matemático para essa condição é de uma função polinomial de grau 6, com $R^2 = 0,9949$, ou seja, um modelo 99,49% confiável. Notar que o maior número de óbitos por COVID-19 em Santa Catarina, até o dia 09/11/2020, ocorreu entre pessoas com 70 a 79 anos.

Gráfico 223 – Resultados esperados atividade didática 5



Fonte: Elaborada pelos autores (2020).

No segundo momento, fazendo uma análise do Gráfico 23, concluir que o domínio para esta função está elencado no eixo x (eixo das abscissas), onde $D(f) = [0,89[$, assim pode-se dizer que o domínio vai de 0 a mais de 89 anos. A imagem por sua vez, está compreendida no eixo y (eixo das ordenadas), onde $Im(f) = [4, 871]$, concluindo que a imagem vai de 4 a 871 o número de óbitos para esses dados apresentados.

5 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com o desenvolvimento deste trabalho, percebe-se que é possível obter vários modelos matemáticos que explicam a evolução da transmissão da COVID-19 apresentada por gráficos.

Este estudo focou no uso da modelagem matemática por meio de funções relacionadas à transmissão COVID-19. A escolha do tema se deu devido à pandemia mundial que transformou a vida das pessoas. Por meio de informações veiculadas diariamente nos meios de comunicação foi possível compreender e descrever essa situação real, utilizando conhecimentos matemáticos, os quais poderão contribuir como proposta didática aplicáveis em turmas do ensino médio.

Há alguns anos, a maneira como se ensina matemática vem sendo alvo de críticas. Parte dos alunos não tem interesse, acham a aula cansativa e monótona, e acreditam que os conteúdos não têm relação com atividades do dia a dia. Pensando nisso, alguns renomados autores como D'Ambrósio, Bassanezi, Biembengut, Burak e muitos outros, defendem que a modelagem matemática pode ser uma alternativa pedagógica para as aulas de matemática. Com ela, o aluno enxergará que tem muita matemática presente nas situações rotineiras, e verá sentido naquilo que se estuda em sala de aula. Além disso, ele terá que pesquisar e investigar até encontrar uma solução para o problema proposto. Muitas vezes, o próprio aluno, com base no seu interesse, escolherá o acontecimento que modelará.

Agregado a uma aula mais dinâmica e diferente faz-se necessário o uso dos recursos tecnológicos que permitem cálculos mais complexos e uma visão da situação mais aprofundada, dependendo de cada caso. Nesta vertente, para este trabalho, optou-se pelo uso do *Software Excel* como ferramenta auxiliadora na construção e comprovação dos resultados.

O uso do conteúdo de funções está atrelado a várias situações desempenhadas pelo ser humano e não seria diferente no caso da pandemia. As funções são apenas um dos conteúdos matemáticos que a COVID-19 permite estudar. Inúmeros outros poderiam ser abordados, mas como proposta à sala de aula acredita-se na relevância deste assunto para os alunos. A pandemia trabalhada em sala pode despertar a curiosidade e gerar o interesse dos alunos, pois informações sobre o seu país, o seu estado e o seu município serão analisados e estudados no conteúdo proposto.

Salienta-se, também, a importância de dar autonomia para os alunos, a fim de estimular a criatividade e o senso crítico, o que leva a pensar que o ensino da matemática precisa mudar ainda mais.

Diante de todo o exposto no decorrer do trabalho, os objetivos da pesquisa foram alcançados. Apresentou-se a modelagem matemática como forma de ensino, diferenciaram-se os alguns tipos de funções com seus conceitos e características, investigou-se o comportamento da transmissão do coronavírus ligando-o ao tema de funções e elaboraram-se cinco atividades didáticas usando a modelagem matemática a partir da evolução da transmissão da COVID-19 no Brasil, em Santa Catarina e na cidade de Tubarão, as quais poderão ser aplicadas em sala de aula em turmas do ensino médio.

Quanto à confecção do trabalho, foi um grande desafio, já que é um assunto recente e sem muitas bibliografias para consulta. Para a construção das atividades utilizaram-se apenas dados de órgãos oficiais. Outra dificuldade foi em escolher quais gráficos seriam abordados, já que há uma gama enorme deles. Destaca-se, também, como dificuldade para essa pesquisa, a falta de condições temporais, motivados pela COVID-19, para aplicar previamente as atividades elaboradas.

Fomenta-se a importância de se trabalhar com essa tendência em matemática que é um mecanismo facilitador do aprendizado juntamente com casos reais fazendo com que o aluno reconheça tal situação com os conteúdos estudados em aula.

Por fim, vale dizer que este trabalho não se esgota aqui e sugere-se para trabalhos futuros uma abordagem mais aprofundada deste envolvendo a modelagem matemática e o estudo de funções, ou até mesmo fazer uma abordagem com a modelagem matemática em outros aspectos relacionando à COVID-19, como a regressão linear (não linear). Poderiam, ainda, ser desenvolvidas atividades em sala com modelagem de outras situações reais que cada aluno tenha vivido ou que seja do seu interesse estudar.

REFERÊNCIAS

A CIENTISTA que descobriu o primeiro coronavírus humano - após ter abandonado escola aos 16 anos. **BBC News Brasil**. São Paulo, 15 abr. 2020. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-52303032>. Acesso em: 25 set. 2020.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa. **Modelagem matemática em foco**. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem matemática na educação básica**. 1. ed., 2. reimpr. São Paulo: Contexto, 2012.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na educação matemática: contribuições para o debate teórico. In: Reunião Anual da ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais...** Rio de Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/modulo_I/modelagem_barbosa.pdf. Acesso em 26 set. 2020.

BARROS, Odair José Melo da Silva. **Ensino de modelos exponenciais por meio de modelagem matemática**: uma proposta didática. 2020. 98f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal do Tocantins, Palmas (TO), 2020. Disponível em: <https://www.profmatsbm.org.br/dissertacoes/?polo=&titulo=modelagem+matem%C3%A1tica&aluno=>. Acesso em:

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática**: teoria e prática. São Paulo: Contexto, 2015.

BEAN, Dale. **O que é modelagem matemática?** educação matemática em revista. São Paulo, n. 9/10, p. 49-57. Abr. 2001.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem na educação matemática: O que é? Por quê? Para quem? **Conversando sobre funções e modelagem matemática**, 2019. Disponível em: <https://youtu.be/Ek7DHYaHCU4>. Acesso em: 26 set. 2020.

BIEMBENGUT, Maria Salett. HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. 5. ed., 5. reimpr. São Paulo: Contexto, 2018.

BORBA, Marcelo de Carvalho, MALHEIROS, Ana Paula dos Santos, AMARAL, Rúbia Barcelos. **Educação a distância on line**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

BOTALHO, Ana. No início da pandemia, Brasil teve taxa de contágio maior do que as de Itália e França. **Folha de São Paulo**, 04 de agosto de 2020. Disponível em: <https://www1.folha.uol.com.br/equilibrioesaude/2020/08/no-inicio-da-pandemia-brasil-teve-taxa-de-contagio-maior-do-que-as-de-italia-e-franca.shtml#:~:text=Um%20estudo%20publicado%20na%20C3%BAltima,pessoa%20infectada%20contaminava%20outras%20tr%C3%AAs>. Acesso em: 05 set. 2020.

BOTO, Carlota. A educação e a escola em tempos de coronavírus. **Jornal da USP**, São Paulo, 08/04/2020. Disponível em: <https://jornal.usp.br/artigos/a-educacao-e-a-escola-em-tempos-de-coronavirus/>. Acesso em: 09 out. 2020.

BRANDT, Celia Finck, BURAK, Dionísio, KLÜBER, Tiago Emanuel. **Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações**. Ponta Grossa: UEPG, 2016.

BRASIL. Ministério da Economia. **Confira as medidas tomadas pelo Ministério da Economia em função da Covid-19 (Coronavírus)**. Brasília, 2020a. Disponível em: <https://www.gov.br/economia/pt-br/assuntos/noticias/2020/marco/confira-as-medidas-tomadas-pelo-ministerio-da-economia-em-funcao-do-covid-19-coronavirus>. Acesso em: 06 out. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, DF, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf. Acesso em: 05 set. 2020.

BRASIL. Ministério da Saúde, Secretaria de Educação Básica. **Coronavírus: COVID – 19**. Brasília, 2020b. Disponível em: <https://coronavirus.saude.gov.br/>. Acesso em 08 set. 2020.

BURAK, Dionísio; KLUBER, Tiago Emanuel. **Modelagem matemática: uma perspectiva para a Educação Básica**. Curitiba: CRV, 2016.

BURAK, Dionísio; ARAGÃO, Rosália Maria Ribeiro de. **A modelagem matemática e relações com a aprendizagem significativa**. 1 ed. Curitiba: CRV, 2012.

COLL, Salvador César. **Aprendizagem escolar e construção do conhecimento**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1984.

CORONAVÍRUS: Ministério da Saúde anuncia novas medidas de contenção. **Veja Saúde**, São Paulo, 2020. Disponível em: <https://saude.abril.com.br/medicina/coronavirus-ministerio-da-saude-anuncia-novas-medidas-de-contencao/>. Acesso em: 06 out. 2020.

COVID-19. **Coronavírus no Brasil e no mundo**. Disponível em: <https://www.coronavirus.com.br/>. Acesso em: 01 out. 2020.

DIAS, Érika, PINTO, Fátima Cunha Ferreira. A educação e a Covid-19. 2020. **Ensaio: aval. pol. públ. Educ.**, Rio de Janeiro, v. 28, n. 108, p. 545-554, jul./set. 2020 DOI: <https://doi.org/10.1590/s0104-40362019002801080001>. Disponível em: https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40362020000300545. Acesso em: 13 out. 2020.

FLEMMING, Diva Marília. **Fundamentos da modelagem matemática**. Palhoça, 2008.

FLEMMING, Diva Marília; GONÇALVES, Mírian Buss. **Cálculo A: funções limite derivação integração**. 5. ed. São Paulo: Pearson, 2006.

GOOGLE. Distribuição normal Gaussiana. 2020. Disponível em: <https://www.google.com.br/search?q=curva%20gaussiana&tbm=isch>. Acesso em: 20 out. 2020.

KOCK, Leonardo. Curva de mortes por Covid-19 está em estabilidade em SC; aponta consórcio. **JDV**, Jaraguá do Sul, 19 de agosto de 2020. Disponível em: <https://jdv.com.br/Artigos/Curva-de-mortes-por-covid-19-esta-em-estabilidade-em-SC>. Acesso em: 15 out. 2020.

MANDETTA, Luiz Henrique. **Um paciente chamado Brasil**: os bastidores da luta contra o coronavírus. São Paulo: Objetiva, 2020.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em educação matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

MOL, Alan (desenvolvedor do site). **COVID -19 no Brasil** (gráficos). 2020. Disponível em: <http://covid19graficos.com.br/>. Acesso em: 29 out. 2020.

MOTTA, Alexandre de Medeiros. **O TCC e o fazer científico**: da elaboração à defesa pública. 2. ed. Tubarão: Copiart, 2015.

PINHEIRO, Chloé; RUPRECHT, Theo. Coronavírus: primeiro caso é confirmado no Brasil. O que fazer agora? Veja Saúde, Atualizado em 18 ago 2020, 10h48 - Publicado em 26 fev 2020, 11h34. Disponível em: <https://saude.abril.com.br/medicina/coronavirus-primeiro-caso-brasil/>. Acesso em: 20 set. 2020.

SANTA CATARINA. Secretaria de Estado da Saúde. **Coronavírus**. Disponível em: <https://saude.sc.gov.br/>. Acesso em 07 out. 2020.

TUBARÃO. Prefeitura Municipal. Saúde: **Coronavírus** (COVID-19), Tubarão, 2020a. Disponível em: <http://www.tubarao.sc.gov.br/estruturaorganizacional/hotsite/index/codHotsite/9397>. Acesso em 08 out. 2020.

TUBARÃO. Prefeitura Municipal. Coronavírus: **Centro de Triage**: saiba como funciona o serviço que atende pacientes com suspeita de Covid-19. Tubarão, 19 de agosto de 2020b. Disponível em: <https://tubarao.sc.gov.br/noticias/ver/2020/08/centro-de-triagem-saiba-como-funciona-o-servico-que-atende-pacientes-com-suspeita-de-covid-19>. Acesso em: 01 set. 2020.

ZERO HORA. **Hora de amparar a economia**. Porto Alegre, p. 12, 30 mar 2020 (versão impressa).

REFERÊNCIAS COMPLEMENTARES

ANTON, Howard. **Cálculo um novo horizonte**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2000.

CALDA, Isolete Ribas, FERREIRA, Carlos Roberto. **Modelagem matemática: uma estratégia para o ensino e aprendizagem de Matemática na Educação Básica**. vol. 1. Paraná: Governo do Estado: Secretaria da Educação, 2016.

DEMARTINI, Wanderson. **As funções em diferentes contextos: uma investigação nos livros didáticos do ensino médio**. 2017. 76 f. Monografia (Licenciatura em Matemática)-Universidade do Sul de Santa Catarina, UNISUL, Palhoça, 2017.

DUARTE, Vania Maria do Nascimento. **Pesquisa científica**. Monografias Brasil Escola [Internet]: 2011. Disponível em: <https://monografias.brasilecola.uol.com.br/regras-abnt/pesquisa-cientifica.htm>. Acesso em: 04 set. 2020.

MACIANO, Daniela Machado. **Modelagem matemática: um novo olhar para a Praça 19 de Dezembro da cidade de Armazém/SC**. 2019. 70f. Monografia (Licenciatura em Matemática)-Universidade do Sul de Santa Catarina, UNISUL, Tubarão, 2019.

PEREIRA, Luciano David. **Projetos de modelagem matemática no Ensino para aprendizagem de geometria espacial no 2º ano do ensino médio**. Dissertação. 2017. (Mestrado Profissional em Educação Matemática)-Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, 2017. Disponível em: https://www.repositorio.ufop.br/bitstream/123456789/8277/6/DISSERTA%C3%87%C3%83O_ProjetosModelagemMatem%C3%A1tica.pdf. Acesso em: 01 set. 2020.

SILVA, Francini Damiani e, NUNES, Iziane Lais Rodrigues, SEMENSATO, Michel Teston. **Modelagem matemática: a literatura presente no ensino e aprendizagem da História e de contextos matemáticos. Encontro Paranaense de Educação Matemática**. Unioeste de Cascavel, 2017. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/download/225/38. Acesso em: 30 ago. 2020.

TEIXEIRA, Carmen Fontes de Souza, SOARES, Catharina Matos, SOUZA, Ednir Assis, LISBOA, Erick Soares, PINTO, Isabela Cardoso de Matos, ANDRADE, Laíse Rezende de, ESPIRIDIÃO, Monique Azevedo. **A saúde dos profissionais de saúde no enfrentamento da pandemia de COVID – 19**. 2020. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1413-81232020000903465. Acesso em: 13 out. 2020.

THOMAS, George B. *et al.* **Cálculo**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2014.