

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA
GUSTAVO RINTZEL THOMÉ

**REFORÇO ESTRUTURAL À FLEXÃO COM FIBRAS DE CARBONO:
AUTOMATIZAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO DE DIMENSIONAMENTO**

Palhoça
2017

GUSTAVO RINTZEL THOMÉ

**REFORÇO ESTRUTURAL À FLEXÃO COM FIBRAS DE CARBONO:
AUTOMATIZAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO DE DIMENSIONAMENTO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Engenharia Civil da Universidade
do Sul de Santa Catarina como requisito parcial
à obtenção do título de Engenheiro Civil.

Orientador: Prof. Ildo Sponholz, Msc.

Palhoça

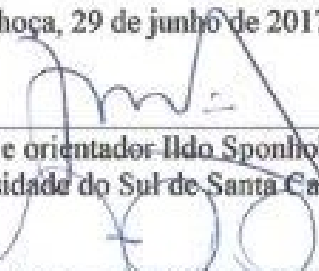
2017

GUSTAVO RINTZEL THOMÉ

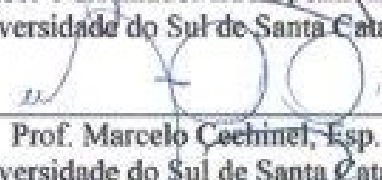
**REFORÇO ESTRUTURAL À FLEXÃO COM FIBRAS DE CARBONO:
AUTOMATIZAÇÃO DO MODELO DE CÁLCULO DE DIMENSIONAMENTO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado à obtenção do título de Engenheiro Civil e aprovado em sua forma final pelo Curso de Engenharia Civil da Universidade do Sul de Santa Catarina.


Palhoça, 29 de junho de 2017.




Professor e orientador Ildo Sponholz, Msc.
Universidade do Sul de Santa Catarina



Prof. Marcelo Cechinel, Esp.
Universidade do Sul de Santa Catarina



Eng. Civil e Sanitarista Marco Antônio Teixeira Lomba, Esp.
Caixa Econômica Federal



Eng. Civil Fabrício Martins.
GeoEnergy Engenharia

RESUMO

O reforço estrutural normalmente não é um tema estudado em quantidade suficiente em sala de aula para engenheiros recém-formados desenvolverem projetos de reforço, todavia é uma área em constante crescimento, haja vista o envelhecimento das estruturas de concretos no Brasil aliado à manutenção deficiente das habitações. Além do aumento da vida útil de uma estrutura, intervenções deste tipo podem ser necessárias em casos onde há falha na execução ou no projeto e casos onde há mudança da utilização da estrutura. Compósitos e tecidos de fibra de carbono apresentam alta resistência mecânica, bom comportamento à fadiga e cargas cíclicas, baixo peso próprio além de grande velocidade na execução. Diante deste cenário o presente trabalho apresenta o procedimento para o dimensionamento de reforço estrutural à flexão com o uso da fibra de carbono preconizado pela norma americana, além de sua implementação em planilha a fim de automatizar o processo, tomando cuidado com a didática do texto e a precisão no cálculo. Secundariamente, este trabalho procura incentivar o ensino do dimensionamento de reforço em cursos de graduação e também a criação de uma norma específica para intervenções em estruturas de concreto armado com fibras de carbono no Brasil.

Palavras-chave: Reforço Estrutural. Flexão Normal Simples. Fibra de Carbono.

ABSTRACT

Structural strengthening is not usually a subject studied in sufficient quantity at the classroom for newly engineers to develop strengthening projects, but it is an area in constant growth, given the aging of the concrete structures in Brazil together with the poor maintenance of the dwellings . In addition to increasing the useful life of a structure, interventions of this type may be necessary in cases where there is a failure in the execution or design and cases where there is a change in the use of the structure. Carbon fiber composites have high mechanical strength, good fatigue behavior and cyclic loads, low weight and high speed in execution. In view of this scenario this work presents the procedure for the dimensioning of structural flexural reinforcement with the use of the carbon fiber, besides its implementation in spreadsheet in order to automate the process, being careful with the didactics of the text and accuracy in the calculation. Secondly, this work seeks to encourage the teaching of strengthening design in undergraduate courses and also the creation of a specific standard for interventions in reinforced concrete structures with carbon fibers in Brazil.

Keywords: Structural Strengthening. Flexural Loading. Carbon Fiber.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Esquema de viga genérica.....	14
Figura 2 – Domínios de dimensionamento.....	19
Figura 3 – Distribuição de tensões e deformações em viga de seção retangular com armadura simples.....	21
Figura 4 – Decomposição da armadura dupla	22
Figura 5 – Seção “T” dividida em duas retangulares	23
Figura 6 – Composição de reforço estrutural com FRP	28
Figura 7 – Sequência de aplicação do reforço	28
Figura 8 – Reforço de viga por aumento da altura	29
Figura 9 – Reforço de viga com concreto e armaduras suplementares	30
Figura 10 – Diagrama de deformação de uma viga reforçada por meio de chapa de aço colada	31
Figura 11 – Geometria dos cabos de protensão	32
Figura 12 – Representação esquemática de coluna reforçada com fibra de carbono	33
Figura 13 – Configurações possíveis ao cisalhamento	33
Figura 14 – Diagrama de deformações e resultantes de uma viga reforçada com FRP	35
Figura 15 – Representação das terminações das camadas de fibra	38
Figura 16 – Emenda por transpasse (a) e justaposição lateral (b)	39
Figura 17 – Algoritmo para o cálculo do momento resistente	42
Figura 18 – Dados de entrada para exemplo de validação: seção retangular com armadura simples.....	45
Figura 19 – Resultado do exemplo de validação: seção retangular com armadura simples	46
Figura 20 – Exemplo de viga com armadura dupla.....	47
Figura 21 - Dados de entrada para exemplo de validação: seção retangular com armadura dupla	47
Figura 22 – Resultado do exemplo de validação: viga retangular com armadura dupla.....	48
Figura 23 – Seção T do exercício de validação	49
Figura 24 – Dados de entrada e de saída para exemplo de validação com seção T com armadura simples.....	50
Figura 25 – Trecho do relatório de cálculo.....	51
Figura 26 – Formulário integrante do relatório de cálculo	52
Figura 27 – Uso da ferramenta <i>userform</i> para maior transparência nos cálculos.....	53

Figura 28 – Fluxograma do processo de dimensionamento iterativo	54
Figura 29 – Fluxograma do processo de cálculo sem iteração	55
Figura 30 – Seção da viga do Exemplo 4.1 do manual da Viapol.....	56
Figura 31 – Determinação da deformação inicial na base da viga	57
Figura 32 – Cálculo da resultante na fibra de carbono	57
Figura 33 – Iteração para a determinação da altura da linha neutra	58
Figura 34 – Processo de cálculo sem iteração	60
Figura 35 – Dados de entrada para cálculo do reforço: parte 1	61
Figura 36 – Dados de entrada para cálculo do reforço: parte 2	62
Figura 37 – Arranjo encontrado para armadura inferior.....	63
Figura 38 – Resultados do exemplo calculado pela planilha.....	64
Figura 39 – Comparação dos diagramas de deformação	64
Figura 40 – Diagrama de deformação de viga parte no domínio 2 e parte no domínio 3	67
Figura 41 – Diagrama de tensões para mesma altura de linha neutra e diferentes deformações	68
Figura 42 – Dados de entrada no programa <i>SKY-SAP</i> para primeira simulação	69
Figura 43 – Resultados do <i>SKY-SAP</i> para a primeira simulação.....	70
Figura 44 – Dados de entrada no <i>SKY-SAP</i> para segunda simulação	70
Figura 45 – Resultados do <i>SKY-SAP</i> para a segunda simulação	71
Figura 46 – Dados de entrada no <i>FRPpro Beam Flex</i> : parte 1:	72
Figura 47 – Dados de entrada no <i>FRPpro Beam Flex</i> : parte 2.....	73
Figura 48 – Iteração realizada pelo usuário	74
Figura 49 – Interface do <i>BETONexpress</i>	74

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1- Curva de Gauss para definição do valor característico da resistência do material .	15
Gráfico 2 – Diagrama de tensão-deformação do concreto	16
Gráfico 3 – Diagrama tensão-deformação do aço	18
Gráfico 4 – Diagrama de tensão-deformação	26
Gráfico 5 – Fator de redução dos sistemas FRP	37
Gráfico 6 – Área de fibra de carbono em função da altura da linha neutra (exercício 4.1 do manual da Viapol)	59
Gráfico 7 – Resultante na fibra de carbono em função da altura da linha neutra (exercício 4.1 do manual da Viapol)	59
Gráfico 8 – Momento em função da área de aço	65
Gráfico 9 – Momento em função da altura da linha neutra	65
Gráfico 10 – Momento por área de aço equivalente em função da relação x/d	66

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Deformação de início de escoamento de cálculo (ϵ_{yd} - ‰)	18
Tabela 2 – Características genéricas das fibras de carbono.....	26
Tabela 3 – Quadro comparativo de resultados	30
Tabela 4 – Coeficiente de redução ambiental C_e	35

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
1.1	OBJETIVOS	12
1.1.1	Objetivo geral	12
1.1.2	Objetivos específicos	12
1.2	METODOLOGIA	13
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1	CONCRETO ARMADO	14
2.1.1	Histórico	14
2.1.2	Propriedades	15
2.1.2.1	Do concreto	15
2.1.2.1.1	Resistência característica à compressão	15
2.1.2.1.2	Resistência à tração.....	16
2.1.2.1.3	Diagrama de tensão-deformação e módulo de elasticidade	16
2.1.2.2	Do aço.....	17
2.1.2.2.1	Resistência característica à tração e à compressão.....	17
2.1.2.2.2	Módulo de elasticidade e diagrama tensão-deformação.....	18
2.1.3	Dimensionamento à flexão simples	19
2.1.3.1	Vigas retangulares com armadura simples	20
2.1.3.2	Vigas retangulares com armadura dupla	21
2.1.3.3	Vigas de seção T.....	23
2.1.3.3.1	Com $0,8x \leq hf$	23
2.1.3.3.2	Com $0,8x < hf$	23
2.2	FIBRAS DE CARBONO	25
2.2.1	Histórico	25
2.2.2	Propriedades	25
2.2.3	Aplicação	27
2.3	REFORÇOS À FLEXÃO NO CONCRETO ARMADO	29
2.3.1	Adição de área de concreto.....	29
2.3.2	Aumento da área de aço.....	30
2.3.3	Colagem de chapas metálicas	30
2.3.4	Reforço por protensão externa.....	31

2.4	REFORÇOS COM FIBRAS DE CARBONO	32
2.4.1	Reforço por confinamento do concreto	32
2.4.2	Reforço ao esforço cortante	33
2.4.3	Reforço em lajes	34
2.4.4	Reforço em alvenaria, muros de arrimo, vigas-parede e ampliação da capacidade resistente a impactos e explosões	34
2.4.5	Reforço em vigas submetidas à flexão	34
2.4.5.1	Coeficiente de redução ambiental C_e	35
2.4.5.2	Limite de resistência dos reforços com FRP	36
2.4.5.3	Fator de redução da resistência dos sistemas FRP	36
2.4.5.4	Máxima deformação admitida na fibra em função do número de camadas	37
2.4.5.5	Observações de detalhamento	38
2.4.5.5.1	<i>Comprimento longitudinal da fibra</i>	38
2.4.5.5.2	<i>Emendas das lâminas de fibra de carbono</i>	39
3	DESENVOLVIMENTO DA PLANILHA DE CÁLCULO	40
3.1	CAPACIDADE RESISTENTE À FLEXÃO DE UMA SEÇÃO DE VIGA	40
3.1.1	Considerações de cálculo	43
3.1.1.1	Quando não há armadura de compressão e a altura da linha neutra excede o limite ..	43
3.1.1.2	Quando há mais armadura de compressão do que o necessário	43
3.1.1.3	Quando há menos armadura de compressão do que o necessário	44
3.1.2	Validação da planilha	44
3.1.2.1	Seção retangular com armadura simples	45
3.1.2.2	Seção retangular com armadura dupla	46
3.1.2.3	Seção T com armadura simples	49
3.1.3	Alguns recursos adicionais	51
3.1.3.1	Relatório de cálculo	51
3.1.3.2	Desenho da seção e do diagrama de deformação	52
3.1.3.3	Uso da ferramenta <i>userform</i> para maior transparência nos cálculos	52
3.2	DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO	53
3.2.1	Comparação com exemplos da literatura	56
3.2.1.1	Exemplo 4.1 do manual da Viapol	56
3.2.1.1.1	<i>Dimensionamento segundo o manual</i>	56
3.2.1.1.2	<i>Dimensionamento segundo o método proposto</i>	60
3.2.1.1.3	<i>Dimensionamento com o auxílio da planilha desenvolvida</i>	61

3.2.2 Comparação com outros <i>softwares</i>	68
3.2.2.1 Dimensionamento com o <i>SKY-SAP (SK Chemicals)</i>	68
3.2.2.1.1 <i>Vantagens e desvantagens</i>	72
3.2.2.2 Dimensionamento com o <i>FRPpro Beam Flex (Prince Systems)</i>	72
3.2.2.2.1 <i>Vantagens e desvantagens</i>	73
3.2.2.3 Comentários sobre o <i>BETONexpress (RUNET Software e Expert Systems)</i>	74
3.2.2.3.1 <i>Vantagens e desvantagens</i>	75
4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	76
4.1 CONCLUSÕES	76
4.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	77
REFERÊNCIAS	78
APÊDICES.....	80
APÊNDICE A – RELATÓRIO DE CÁLCULO (MOMENTO RESISTENTE).....	81
APÊNDICE B – RELATÓRIO DE CÁLCULO (DIMENSIONAMENTO)	83
ANEXOS	87
ANEXO A – RELATÓRIO DO SKY-SAP	88
ANEXO B – RELATÓRIO DE CÁLCULO GERADO PELO FRP BEAM FLEX	90
ANEXO C – RELATÓRIO DE CÁLCULO GERADO PELO BETONEXPRESS	99

1 INTRODUÇÃO

O concreto armado é largamente utilizado em todos os países do mundo e em todos os tipos de construção graças a suas características positivas como economia, conservação, adaptabilidade etc. (BASTOS, 2006)

É de aceitação geral que tanto nas construções como em suas estruturas, devem-se realizar inspeções periódicas, cujas características e frequências dependem da finalidade, localização e importância da obra. (HUSNI, 2013)

A partir das inspeções pode-se constatar a necessidade de intervenções nas estruturas para torná-las novamente aptas a desempenhar sua função com segurança. O reforço (aumento da capacidade resistente), é necessário em casos onde haverá um aumento da solicitação, seja este causado pela mudança de utilização ou alteração na concepção estrutural da edificação.

Sistemas compostos estruturados que utilizam fibras carbono apresentam características como: elevada resistência mecânica, grande rigidez, bom comportamento à fadiga e cargas cíclicas, elevada resistência a diversos ataques químicos, etc. (MACHADO, 2015).

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

Aprender a dimensionar com segurança reforços à flexão com tecidos e laminados de fibras de carbono em estruturas de concreto armado.

1.1.2 Objetivos específicos

- Otimizar o modelo de cálculo apresentado na literatura a fim de tornar o processo de dimensionamento mais didático: facilitar o entendimento do dimensionamento do reforço à flexão de maneira a tornar possível o seu ensino em cursos de graduação.

- Desenvolvimento de uma planilha automatizada para o dimensionamento do reforço: obter uma ferramenta de uso intuitivo, sem deixar de lado a precisão nos cálculos, possibilitando seu emprego em trabalhos futuros.

- Incentivar a criação de uma norma brasileira sobre o assunto: apesar de ser um objetivo secundário, a falta de normatização sobre este tema pode gerar dúvidas nos projetistas.

1.2 METODOLOGIA

Para o desenvolvimento deste trabalho, primeiro foi feita uma revisão sobre o dimensionamento da armadura longitudinal de vigas de concreto armado, posteriormente criado um roteiro para a obtenção do momento resistente de uma viga já executada. A partir de então iniciou-se os estudos sobre o dimensionamento do reforço com fibra de carbono. Com uma análise crítica sobre o processo apresentado, foi possível otimizar o modelo de cálculo, possibilitando a implementação deste em uma planilha automatizada desenvolvida em ambiente Excel©. Por fim, foi feita a validação da planilha comparando os resultados gerados com os apresentados em exercícios resolvidos apresentados por BASTOS (na parcela referente ao concreto armado) e por MACHADO (no tocante ao reforço estrutural). Finalmente, foi feita uma breve comparação com alguns *softwares* disponíveis atualmente, destacando suas principais vantagens e desvantagens.

1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho possui quatro capítulos, o primeiro é este introdutório, que apresenta o tema, os objetivos e a metodologia empregada.

O segundo é destinado à revisão bibliográfica, que irá apresentar conceitos e histórico do concreto armado e das fibras de carbono, além de discorrer sobre diferentes tipos de reforço estrutural à flexão. Apresentará também outras aplicações da fibra de carbono, como em reforços por confinamento por exemplo.

O terceiro capítulo, mostrará o desenvolvimento dos cálculos, sendo expostos todos os passos para o dimensionamento, bem como conceitos úteis para sua implementação em ambiente Excel©, ao final será feita a validação comparando os resultados gerados com os apresentados na bibliografia. Por último, uma breve comparação com resultados de outros *softwares* disponíveis gratuitamente.

O quarto e último capítulo é destinado às conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONCRETO ARMADO

2.1.1 Histórico

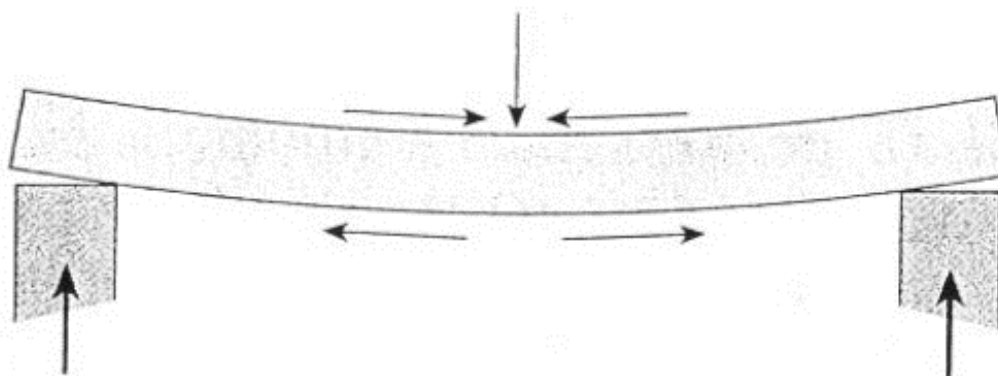
Os antigos utilizavam a pedra como principal material de construção, ela era durável e resistia bem aos esforços de compressão. (BOTELHO & MARCHETTI, 2013).

O concreto é um aglomerado constituído de agregados e cimento como aglomerante; é, portanto, uma rocha artificial. (LEONHARDT & MÖNNING, 1982). Para utilização estrutural, o concreto sozinho não é adequado, pois enquanto tem uma boa resistência à compressão, na tração, resiste apenas cerca de 10% de sua resistência à compressão. (CARVALHO & FIGUEIREDO, 2014).

Uma ideia brotou: por que não usar uma mistura de material bom para a compressão na parte comprimida e um bom para tração na parte tracionada? Essa é a ideia do concreto armado. Na parte tracionada do concreto, mergulha-se aço. (BOTELHO & MARCHETTI, 2013).

Resumidamente, o concreto armado pode ser definido como: “a união do concreto simples e um material resistente à tração de tal modo que ambos resistam solidariamente aos esforços solicitantes”. (BASTOS, 2006). A Figura 1, adaptada do livro “Concreto Armado Eu Te Amo vol. 1” mostra o caso de uma viga submetida a um esforço de flexão, que gera tensões de compressão e tração:

Figura 1 - Esquema de viga genérica



Fonte: Botelho & Marchetti (2013, p. 64).

Em meados do século XIX foram adotadas pela primeira vez na França, armaduras de aço em peças de concreto: em 1855, JL Lambot construiu um barco com argamassa de cimento reforçado com ferro. (LEONHARDT & MÖNNING, 1982).

Segundo BASTOS, no século passado, o Brasil colecionou diversos records, como a maior viga continua protendida do mundo (Ponte Colombo Salles, 1975) e primeira ponte a ser executada com o processo de balanço sucessivo (Ponte Emílio Baumbart, 1930).

Porém, as conjunturas socioeconômicas de países em desenvolvimento, como o Brasil, fizeram que as obras fossem sendo conduzidas com velocidades cada vez maiores, com poucos rigores nos controles dos materiais e serviços. (THOMAZ, 1989).

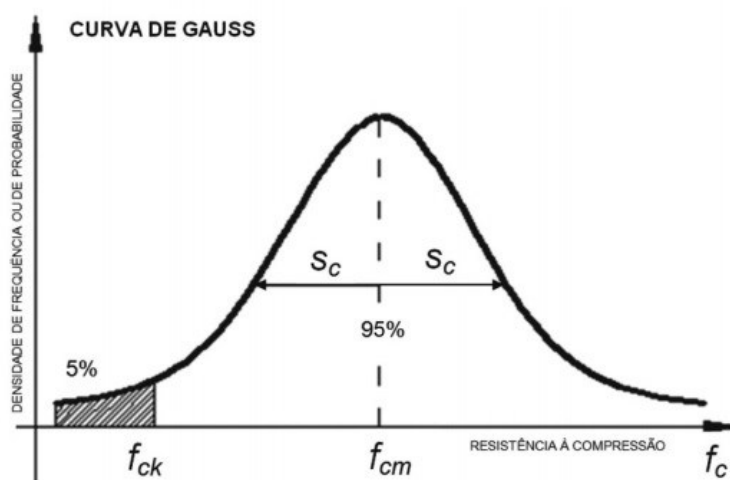
2.1.2 Propriedades

2.1.2.1 Do concreto

2.1.2.1.1 Resistência característica à compressão

A resistência característica à compressão do concreto, f_{ck} , é a propriedade mais conhecida deste material, e é definida no item 12.2 da ABNT NBR 6118:2014 como sendo um valor com determinada probabilidade de ser ultrapassado no sentido desfavorável à segurança, esta probabilidade é adotada como 5% a Figura 2 exemplifica o conceito:

Gráfico 1- Curva de Gauss para definição do valor característico da resistência do material



Fonte: Pacheco & Helene (2013, p. 10) referenciando Helene (1984).

Em outras palavras, valor da resistência à compressão que apresenta uma probabilidade de 5% de não ser alcançado é denominado resistência característica do concreto à compressão e indica-se com a notação f_{ck} . (PACHECO & HELENE, 2013).

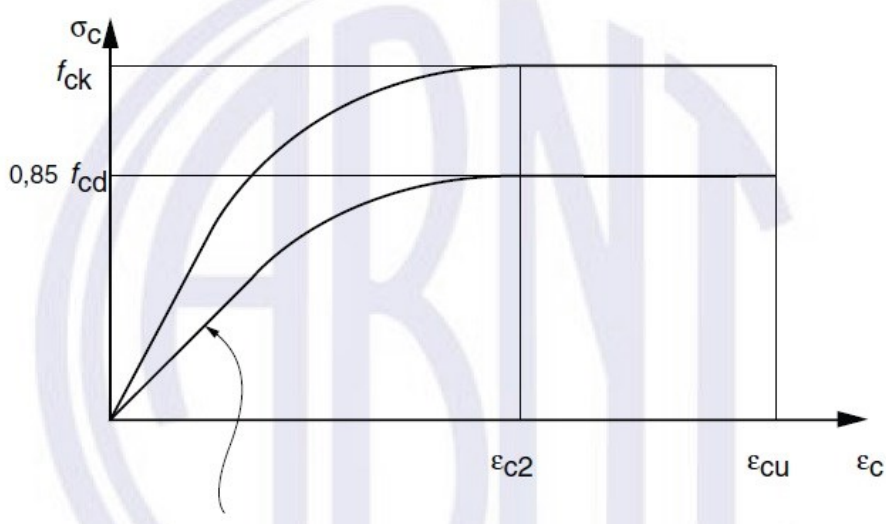
2.1.2.1.2 Resistência à tração

Nos cálculos presentes neste trabalho, a resistência à tração do concreto é desprezada, porém de maneira geral este valor pode ser estimado como sendo em torno de 10% do valor do valor da resistência à compressão.

2.1.2.1.3 Diagrama de tensão-deformação e módulo de elasticidade

O diagrama de tensão-deformação é um gráfico que contém em suas abcissas valores de deformações e nas ordenadas valores de tensão. Cada valor de tensão aplicada em um material irá gerar uma deformação, e a curva criada varia em função de suas propriedades. A Figura 3 mostra o diagrama para o concreto:

Gráfico 2 – Diagrama de tensão-deformação do concreto



Fonte: ABNT NBR 6118:2014 (2014, p. 26).

O valor fator redutor 0,85 é aplicado para levar em conta o efeito Rusch, haja vista que os ensaios no concreto são feitos em corpos de prova cilíndricos e com duração curta, enquanto que nas estruturas o carregamento é aplicado durante a vida útil. (BASTOS, 2006).

Os valores para ε_{c2} (deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico) e ε_{cu} (deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura), para concretos com f_{ck} menor ou igual à 50 MPa são respectivamente 0,2 e 0,35% (CARVALHO & FIGUEIREDO, 2014).

O módulo de elasticidade, ou módulo de Young, é um parâmetro numérico relativo à medida da deformação que o concreto sofre sob a ação de tensões, geralmente de compressão. (BASTOS, 2006). Pode ser entendido como a inclinação da curva ou reta do diagrama de tensão-deformação. De acordo com CARVALHO & FIGUEIREDO, podem ser definidos três valores para o módulo de elasticidade:

- a) Módulo tangente: seu valor é variável em cada ponto e é dado pela inclinação da reta tangente à curva neste ponto.
- b) Módulo de deformação tangente na origem: dado pela inclinação da reta tangente à curva na origem.
- c) Módulo secante: seu valor é variável em cada ponto e é obtido pela inclinação da reta que une a origem com esse ponto.

A norma ABNT NBR 6118:2014 permite estimar o módulo de elasticidade secante, para concretos com f_{ck} menor ou igual à 50 MPa e idade maior ou igual à 28 dias de acordo com a Equação 1:

$$\text{Equação 1: } E_{ci} = \alpha_e * 5600 * \sqrt{f_{ck}}$$

Sendo α_e função do agregado:

- 1,2 para basalto e diabásio;
- 1,0 para granito e gnaiss;
- 0,9 para calcário;
- 0,7 para arenito.

Concretos com resistência característica à compressão maior que 50 MPa e/ou com idade inferior há 28 dias, não serão objeto de estudo deste trabalho.

2.1.2.2 Do aço

2.1.2.2.1 Resistência característica à tração e à compressão

O aço é um material que apresenta o um comportamento semelhante quando submetido a esforços de tração e compressão. A tensão que se considera nos cálculos, não é a de ruptura, mas sim a de início de escoamento, que é aquela que delimita o regime elástico do material. Entende-se por limite de elasticidade o valor da tensão até o qual as deformações são proporcionais às tensões. (LEONHARDT & MÖNNING, 1982).

No Brasil, a maioria das estruturas de concreto armado, utiliza o aço CA-50, com tensão de escoamento igual à 500 MPa.

2.1.2.2.2 Módulo de elasticidade e diagrama tensão-deformação

O módulo de elasticidade do aço é considerado igual à 210.000 MPa, conforme estipulado pela norma, diferentemente do concreto, o seu independe da deformação, desde que dentro do regime elástico, a Tabela 1 apresenta os tipos de aço, e suas deformações de início de escoamento disponíveis no mercado brasileiro:

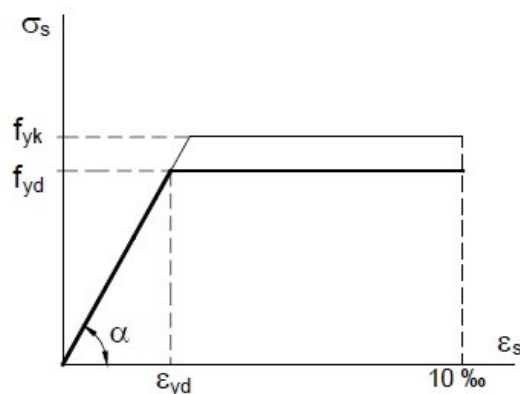
Tabela 1 – Deformação de início de escoamento de cálculo (ϵ_{yd} - ‰)

Tipos de Aço	Categoria do Aço		
	CA-25	CA-50	CA-60
Laminado	1,04	2,07	-
Trefilado	-	-	2,48

Fonte: Bastos (2006, p. 81).

O Gráfico 3 mostra o comportamento do aço até o limite normativo de alongamento de 1%:

Gráfico 3 – Diagrama tensão-deformação do aço



Fonte: Bastos (2006, p. 81).

2.1.3 Dimensionamento à flexão simples

De posse das propriedades mecânicas do concreto armado, e do conhecimento das condições de equilíbrio, pode-se dimensionar vigas submetidas à flexão. O modelo de cálculo utilizado neste trabalho será o das equações teóricas, existem métodos aproximados como o das tabelas “*k*”, ou ainda modelos de simulação computacional baseados em elementos finitos, que é capaz de capturar os modos de falha que não estão disponíveis através de análise por outro método. (FLOROS & INGASON, 2013 *apud* MULITERNO & PRAVIA, 2016).

As equações não serão deduzidas, porém serão apresentados os roteiros básicos para o dimensionamento à flexão no ELU. Dimensionamento ao esforço cortante e as verificações no ELS não são objeto de estudo deste trabalho.

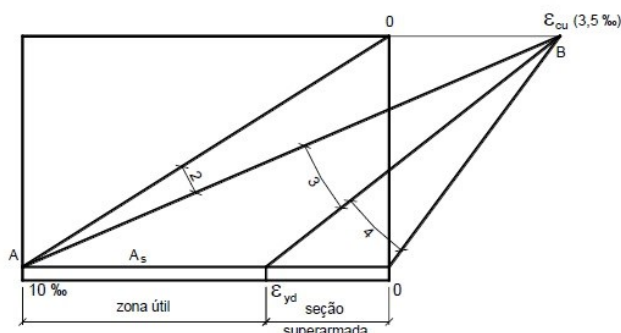
O dimensionamento à flexão é como a resolução de um sistema linear de duas equações e duas incógnitas, sendo a primeira equação o equilíbrio do momento solicitante com o resistente, e a segunda do equilíbrio das forças axiais.

Observações sobre a altura da linha neutra: até 2014, a relação x/d era limitada para momentos positivos em seções sem ligação, no x_{lim} , que é a altura da linha neutra que gera a deformação de início de escoamento no aço. A nova versão da ABNT NBR 6118:2014 diz que para proporcionar o adequado comportamento dúctil em vigas e lajes, a posição da linha neutra no ELU deve obedecer aos seguintes:

- a) $x/d \leq 0,45$ para concretos com $f_{ck} \leq 50MPa$
- b) $x/d \leq 0,35$ para concretos com $50 < f_{ck} \leq 90MPa$

A altura da linha neutra está relacionada com o domínio de dimensionamento, que deve proporcionar uma ruptura com “aviso prévio” ou seja, com grande deformação da viga, a Figura 2 mostra os domínios existentes:

Figura 2 – Domínios de dimensionamento



Fonte: Bastos (2015, p. 4).

2.1.3.1 Vigas retangulares com armadura simples

Resumidamente o primeiro passo para o cálculo da área de aço de uma viga é a determinação da altura da linha neutra, dada pela Equação 2:

$$\text{Equação 2: } M_d = 0,68 * b_w * f_{cd} * x * (d - 0,4 * x)$$

Sendo:

M_d : Momento de cálculo (considera-se para fins de cálculo solicitante = resistente).

0,68: (0,8 correção do diagrama de deformação do concreto para $f_{ck} \leq 50$ MPa) x (0,85 coeficiente de Rusch).

b_w : Largura da viga.

f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto.

x : Altura da linha neutra.

d : Altura útil da viga.

Definida a altura da linha neutra, calcula-se a área de aço através da Equação 3:

$$\text{Equação 3: } A_s = \frac{M_d}{\sigma_{sd} * (d - 0,4 * x)}$$

Sendo:

A_s : Área de aço resistente à tração.

M_d : Momento de cálculo (considera-se para fins de cálculo solicitante = resistente).

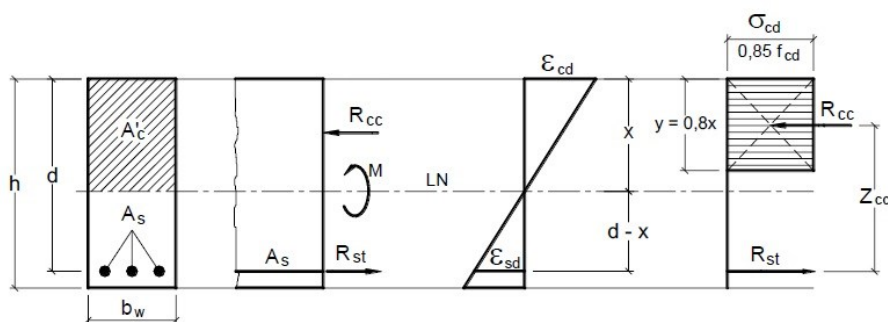
σ_{sd} : Tensão de cálculo da armadura tracionada.

d : Altura útil da viga.

x : Altura da linha neutra.

A Figura 3, representa o comportamento da viga em questão:

Figura 3 – Distribuição de tensões e deformações em viga de seção retangular com armadura simples



Fonte: Bastos (2015, p. 13).

2.1.3.2 Vigas retangulares com armadura dupla

Define-se seção com armadura dupla a seção que, além da armadura resistente tracionada, contem também armadura longitudinal resistente na região comprimida, ali colocada para auxiliar o concreto na resistência às tensões de compressão. (BASTOS, 2015).

Neste caso, determina-se o máximo momento que a seção consegue resistir com armadura simples trabalhando na relação $x/d = 0,45$ e a diferença do momento atuante para este momento máximo será resistido pela armadura de compressão (CARVALHO & FIGUEIREDO, 2014).

Portanto, a área de aço necessária na compressão é dada pela Equação 4:

$$\text{Equação 4: } A'_s = \frac{(M_{sd} - M_{lim})}{\sigma'_{sd} * (d - d')}$$

Onde:

A'_s : Área de aço resistente à compressão.

M_{sd} : Momento solicitante de cálculo.

M_{lim} : Máximo momento da seção considerando armadura simples.

σ'_{sd} : Tensão de cálculo para o aço resistente à compressão.

d : Altura útil da viga.

d' : Distância do bordo superior da viga até o centro de gravidade da armadura comprimida.

A determinação da área de aço tracionado pode ser feita pela Equação 5:

$$\text{Equação 5: } A_s = \frac{M_{lim}}{\sigma_{sd} * (d - 0,4 * x)} + \frac{(M_{sd} - M_{lim})}{\sigma_{sd} * (d - d')}$$

Sendo:

A_s : Área de aço resistente à tração.

M_{lim} : Máximo momento da seção considerando armadura simples.

M_{sd} : Momento solicitante de cálculo

σ_{sd} : Tensão de cálculo da armadura tracionada.

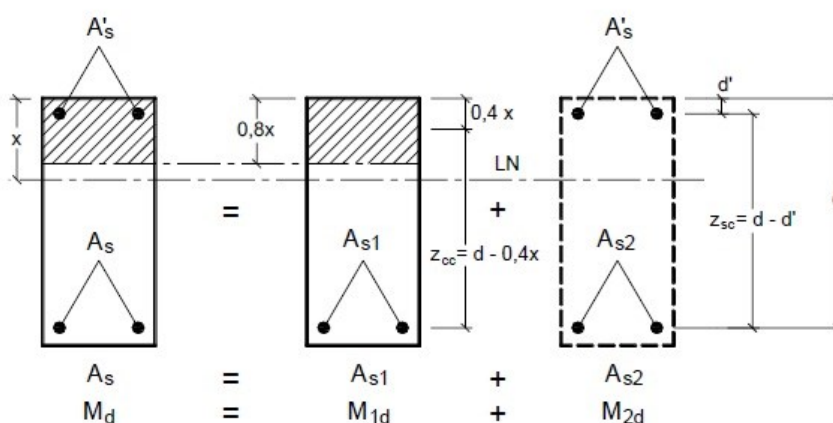
x : Altura da linha neutra.

d : Altura útil da viga.

d' : Distância do bordo superior da viga até o centro de gravidade da armadura comprimida.

A Figura 4 mostra a decomposição do M_{sd} em M_{lim} e $(M_{sd} - M_{lim})$ chamados por BASTOS de M_{d1} e M_{d2} :

Figura 4 – Decomposição da armadura dupla



Fonte: Bastos (2015, p. 35).

2.1.3.3 Vigas de seção T

Em uma laje de concreto armado apoiado no contorno em vigas, as lajes maciças e as vigas não são independentes umas das outras; pelo fato das estruturas de concretos serem monolíticas. (CARVALHO & FIGUEIREDO, 2014).

A contribuição das lajes, só pode ser considerada quando as lajes estão comprimidas pelas tensões normais de flexão. Se comprimida, a laje atua aumentando significativamente a área de concreto comprimido da viga retangular. (BASTOS, 2015).

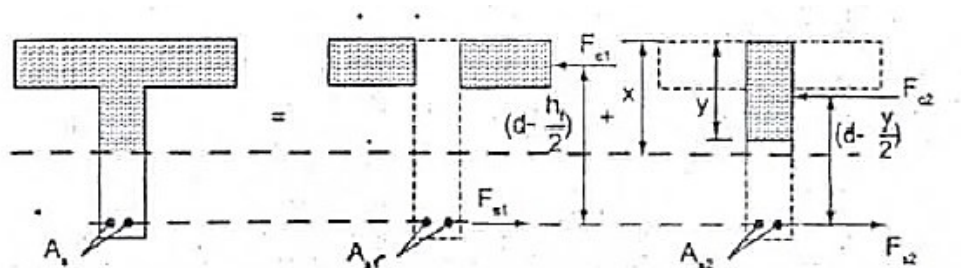
2.1.3.3.1 Com $0,8x \leq h_f$

Para casos em que o valor de $0,8x$ for menor ou igual à altura da mesa, o dimensionamento pode ser feito como se a seção fosse retangular, porém ao invés de usar o valor da largura da viga, utiliza-se o valor da largura da mesa. (BASTOS, 2015).

2.1.3.3.2 Com $0,8x < h_f$

Em casos que o momento solicitante necessitar de uma altura da linha neutra maior do que $(1/0,8)$ de h_f , pode-se decompor a seção para facilitar o cálculo. CARVALHO & FIGUEIREDO, sugerem calcular primeiro a parcela resistente proporcionada pelas abas, e depois a parcela da alma:

Figura 5 – Seção “T” dividida em duas retangulares



Fonte: Carvalho & Figueiredo (2014, p. 149).

Desta maneira, a parcela referente à mesa fica definida como:

$$\text{Equação 6: } M_{\text{mesa}} = (b_f - b_w) * h_f * 0,85 * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f)$$

Sendo:

M_{mesa} : Momento resistente proporcionado pela mesa.

b_f : Largura da mesa.

b_w : Largura da viga.

0,85: Coeficiente adimensional de Rusch

f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto.

d : Altura útil da viga.

h_f : Altura da mesa.

A parcela faltante, resistida pela alma, é definida como a diferença do momento solicitante para o resistente da mesa, portanto, tendo seu valor, resta encontrar a altura da linha neutra, calculada pela equação:

$$\text{Equação 7: } (M_{sd} - M_{mesa}) = 0,68 * b_f * f_{cd} * x * (d - 0,4 * x)$$

Sendo:

M_{sd} : Momento solicitante de cálculo.

M_{mesa} : Momento resistente proporcionado pela mesa.

0,68: (0,8 correção do diagrama de deformação do concreto para $f_{ck} \leq 50$ MPa) x (0,85 coeficiente de Rusch).

b_f : Largura da mesa.

f_{cd} : Resistência de cálculo do concreto.

x : Altura da linha neutra.

d : Altura útil da viga.

Finalmente, calcula-se a área de aço:

$$\text{Equação 8: } A_s = \frac{M_{msea}}{\sigma_{sd} * (d - 0,5 * h_f)} + \frac{(M_{sd} - M_{mesa})}{\sigma_{sd} * (d - 0,4 * x)}$$

Sendo:

A_s : Área de aço resistente à tração.

M_{mesa} : Momento resistente proporcionado pela mesa.

M_{sd} : Momento solicitante de cálculo.

σ_{sd} : Tensão de cálculo da armadura tracionada.

d : Altura útil da viga.

h_f : Altura da mesa.

x : Altura da linha neutra.

2.2 FIBRAS DE CARBONO

2.2.1 Histórico

A utilização de compósitos reforçados com fibras de carbono em elementos de concreto, como alternativa ao aço, começou em meados do século passado, no Japão. (SOUZA & RIPPER, 1998). No entanto, as primeiras pesquisas científicas sobre tal aplicação ocorreram no início dos anos 80, na Suíça. (BEBER, 2003 *apud* DE LUCA, 2006).

A utilização dessa técnica é um passo importante na evolução tecnológica da engenharia aplicada à reabilitação de estruturas. O uso deste material já é aplicado com sucesso nas indústrias aeronáuticas, aeroespacial, naval e bélica. (FORTES, 2000).

O êxito da utilização do material se verificou no reforço de estruturas, tanto que até 2006, podem ser enumeradas mais de 150 obras executadas somente no Brasil. (DE LUCA, 2006)

2.2.2 Propriedades

Os materiais estruturados com fibras contínuas e matriz polimérica são conhecidos como compostos. São materiais anisotrópicos e heterogêneos com um comportamento linear até a ruptura. (MACHADO, 2015).

A norma ACI 440.2R-08 (*Guide for the Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures*) indica genericamente, para os sistemas compostos estruturados com fibras de carbono as seguintes propriedades:

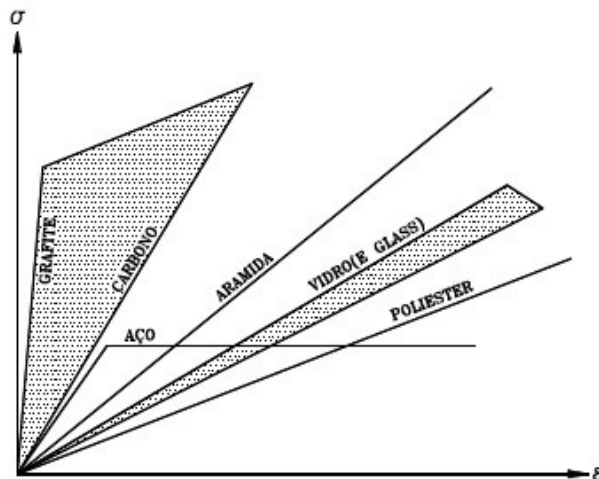
Tabela 2 – Características genéricas das fibras de carbono

Tipo da Fibra de Carbono	Módulo de Elasticidade (GPa)	Resistência Máxima de Tração (MPa)	Deformação de Ruptura (%)
De uso geral	220 - 235	< 3.790	> 1,2
Alta resistência	220 - 235	3.790 – 4.825	> 1,4
Ultra alta resistência	220 - 235	4.825 – 6.200	> 1,5
Alto módulo	345 - 515	> 3.100	> 0,5
Ultra alto módulo	515 - 690	>2.410	>0,2

Fonte: Manual de Reforço das Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono, VIAPOL.

Em geral o módulo de elasticidade dos compostos é parecido com o do aço, porém a tensão atuante na fibra pode ser maior nas fibras pois estas não possuem o patamar de escoamento. O Gráfico 3 apresenta o diagrama de deformação das fibras de carbono e de outros materiais:

Gráfico 4 – Diagrama de tensão-deformação



Fonte: Manual de Reforço das Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono, VIAPOL.

Além destas propriedades mecânicas que serão utilizadas nos cálculos, podemos citar algumas características positivas das fibras, como as elencadas no catálogo da BASF:

- Facilidade da instalação;
- Muito leve;
- Não corrosivo;
- Aumenta a durabilidade, resistência e rigidez das estruturas.

2.2.3 Aplicação

O desempenho futuro de uma construção reforçada com compósitos de fibras de carbono será diretamente dependente da qualidade da aplicação do produto sobre a superfície dos elementos. (SOUZA & RIPPER, 1998).

O concreto ou as superfícies às quais o sistema FRP será aplicado deverão ter uma exposição recente, conseguida através de lixamento ou jateamento abrasivo, e não apresentar vazios aparentes ou descobertos através do “tap-test”. (MACHADO, 2015).

A ACI 440 no seu Item 1.3.4 (*Minimum concrete substrate strength*), alerta sobre a não-conformidade da aplicação do reforço em superfícies que possuam suspeita de corrosão. Portanto em caso afirmativo, deve-se proceder ao tratamento das armaduras. (DE LUCA, 2006).

Para a aplicação do reforço com composto é necessário que as trincas com abertura maior que 0,3 mm sejam preenchidas com epóxi sobre pressão, e as com aberturas inferiores dever receber resinas e selantes para prevenir a corrosão. (DE LUCA, 2006).

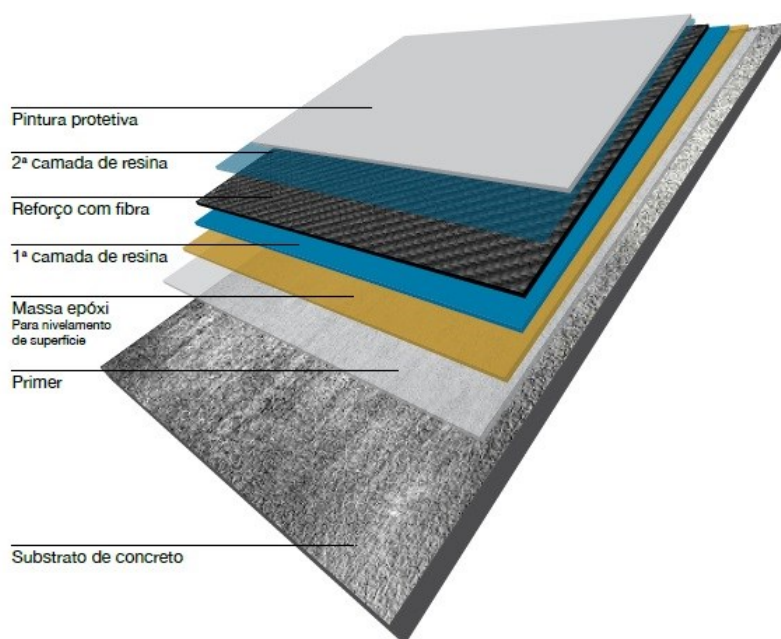
Se as fibras tiverem que envolver quinas de seções quadradas ou retangulares os mesmos deverão ser arredondados com um raio mínimo de 1,5 cm para evitar a concentração de tensões e evitar a criação de vazios na dobra. (MACHADO, 2015).

De maneira geral, os reforços com FRP são aplicados conforme sequência adaptada de SOUZA & RIPPER (1998):

- a) Esmerilhagem da superfície;
- b) Aplicação do Primer;
- c) Resina de colagem;
- d) Aplicação das folhas de fibras de carbono;
- e) Resina de revestimento.

A Figura 6 demonstra esquematicamente a composição de um sistema estruturado com FRP:

Figura 6 – Composição de reforço estrutural com FRP



Fonte: A Química para a construção, BASF.

A Figura 7, extraída do catálogo da BASF, demonstra de maneira um pouco mais detalhada os passos para a aplicação do reforço:

Figura 7 – Sequência de aplicação do reforço



Fonte: A Química para a construção, BASF.

2.3 REFORÇOS À FLEXÃO NO CONCRETO ARMADO

Existem diversos métodos de reforçar uma viga além da aplicação de compostos de fibra de carbono, dentre os principais, pode-se citar:

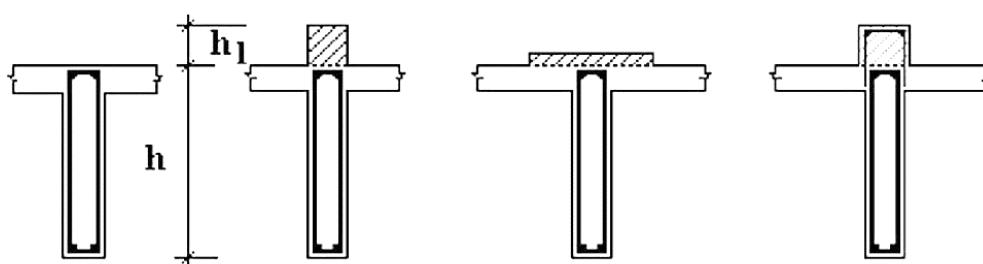
- a) Adição de área de concreto;
- b) Adição de área de aço;
- c) Colagem de chapa metálica;
- d) Aplicação de protensão externa.

A escolha do método empregado varia em funções de diversos fatores, sendo que não se pode afirmar qual sistema é o melhor haja vista que cada obra possui suas particularidades.

2.3.1 Adição de área de concreto

Uma situação típica de reforço é a caracterizada pelo aumento da altura da seção transversal de vigas, por meio do acréscimo de concreto na face superior, aumentando, assim o braço de alavanca do momento, e consequentemente a capacidade portante. (SOUZA & RIPPER, 1998). A Figura 8 representa esta situação:

Figura 8 – Reforço de viga por aumento da altura



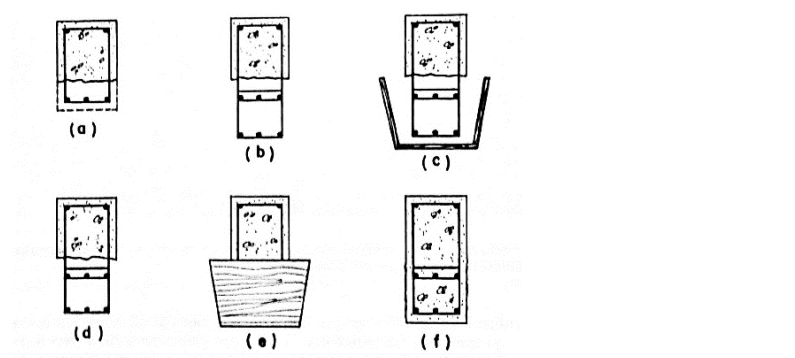
Fonte: Souza & Ripper (1998, p. 218).

Esta situação, a mais simples para a interação entre o concreto existente e o de reforço, posto que há apenas justaposição entre os dois, desperta considerações quanto à união entre os dois concretos, pois este pode ser o grande fator de encarecimento desta técnica. (SOUZA & RIPPER, 1998).

2.3.2 Aumento da área de aço

Outra situação seria adicionar barras suplementares, nesta hipótese, antes de iniciarem-se as operações de reforço da viga, a estrutura deverá ser convenientemente escorada. (THOMAZ, 1989). A Figura 9 mostra a sequência de execução desta técnica.

Figura 9 – Reforço de viga com concreto e armaduras suplementares



Fonte: Thomaz (1989, p. 162).

2.3.3 Colagem de chapas metálicas

A utilização de chapas de aço coladas por resina epóxi, é muito eficiente quando bem executada, porém como “efeito colateral” obtém-se um aumento da rigidez do elemento, diminuindo sua deformabilidade. (SOUZA & RIPPER, 1998).

Por ser um método parecido com a colagem de compostos de fibra de carbono, tem sido objeto de alguns estudos comparativos ainda que o dimensionamento da área de aço do reforço tenha grande sensibilidade em função do método utilizado.

A Tabela 3 mostra a variação dos resultados de dimensionamento para uma mesma situação em função do modelo de cálculo utilizado:

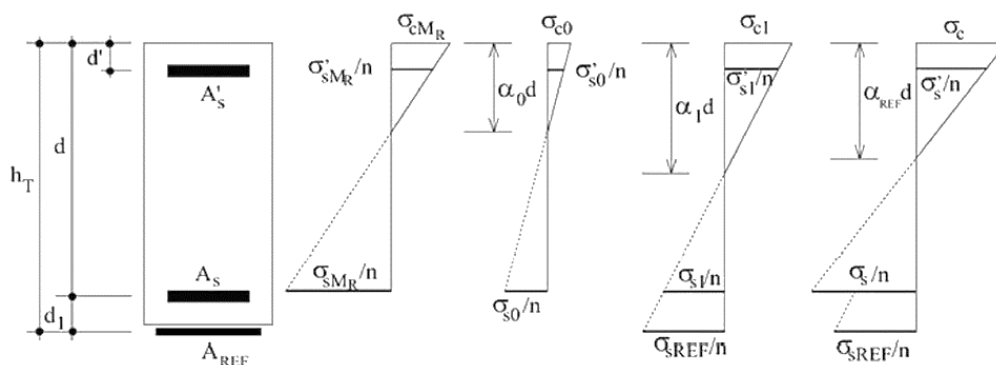
Tabela 3 – Quadro comparativo de resultados

MÉTODO	Valor da área de reforço (cm ²)
J. Bresson	26,3
Cánovas	16,98
Van Gemert	16,05
Ziraba	18,3
Campagnolo	13,95
Silveira e Souza	14,55

Fonte: Souza & Ripper (1998, p. 205).

De maneira geral, os diagramas de deformação de vigas reforçadas por meio de chapas de aço coladas, apresentam a seguinte aparência:

Figura 10 – Diagrama de deformação de uma viga reforçada por meio de chapa de aço colada



Fonte: Souza & Ripper (1998, p. 199).

A deformação diminui devido ao descarregamento do elemento estrutural para a aplicação do reforço, e posteriormente aumenta quando a viga é novamente carregada.

2.3.4 Reforço por protensão externa

A protensão exterior é em realidade uma pós-tensão, que quando aplicada como reforço pode sanar falhas de projeto, causas acidentais, e quando necessário o aumento da capacidade portante da estrutura. (RIPPER & SOUZA).

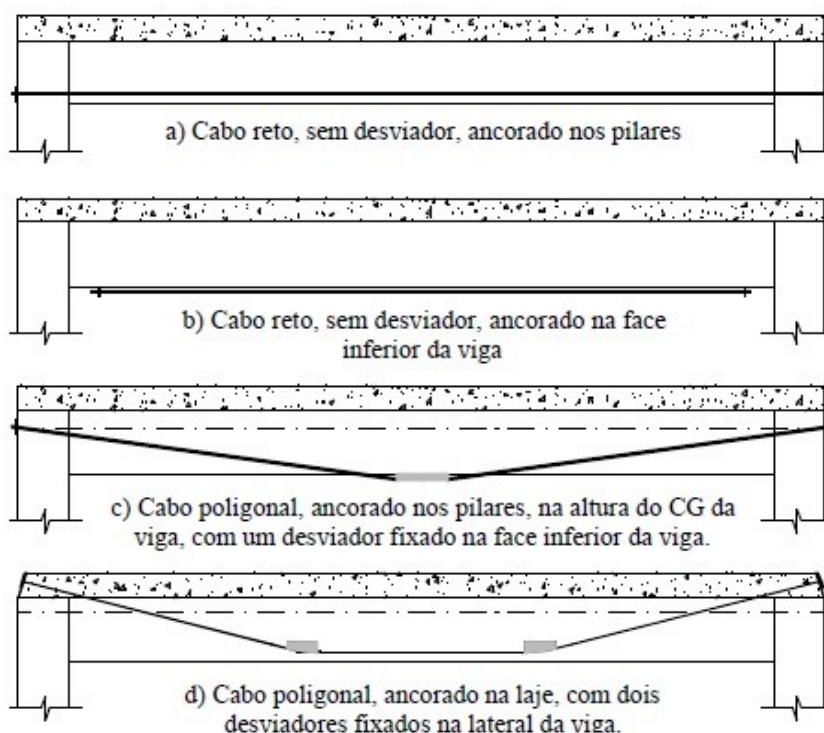
O grande diferencial da protensão quando comparada a outras técnicas de reforço é seu caráter ativo. Não é necessário que a viga se deforme para que o reforço comece a atuar sobre ela. (ALMEIDA, 2001).

Em outras palavras, “a priori” não é necessário descarregar a viga e eliminar as deformações existentes para que o reforço seja executado. (SOUZA & RIPPER, 1998).

Além do aço, a protensão pode ser aplicada em cabos constituídos por fibras sintéticas embebidos em uma matriz polimérica. Destacam-se as fibras de carbono, de aramida (kevlar) e de vidro. (ALMEIDA, 2001).

Dentre os possíveis arranjos tem-se:

Figura 11 – Geometria dos cabos de protensão



Fonte: Almeida (2001 p. 17).

2.4 REFORÇOS COM FIBRAS DE CARBONO

As fibras de carbono não são utilizadas apenas no reforço à flexão em vigas, em estruturas é utilizado em pilares, onde funcionam confinando o concreto, colaborando na flexão, em lajes, onde o funcionamento é muito semelhante ao das vigas, e ao esforço cortante. Pode ser aderido também em estruturas metálicas, de madeira ou alvenaria.

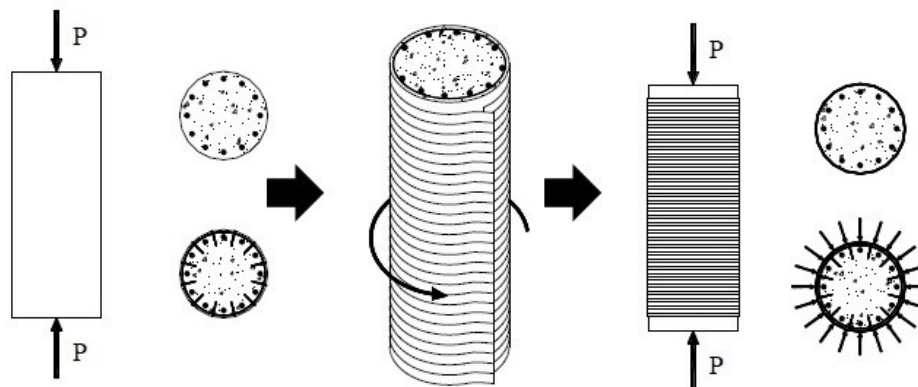
2.4.1 Reforço por confinamento do concreto

Em pilares de concreto, os polímeros reforçados com fibras de carbono são utilizados para restringir a expansão lateral, com o objetivo de manter a sua integridade, minimizar a formação de fissuras e consequentemente aumentar a resistência e ductilidade. (LAU & ZHOU, 2001 *apud* SUDANO, 2005).

O confinamento é conseguido pela orientação das fibras transversalmente ao eixo longitudinal do elemento, desta maneira as fibras passam a atuar como se fossem estribos. As jaquetas de FRP permanecem sem tensão até que a dilatação e o fendilhamento ocorram. (MACHADO, 2015).

A Figura 12 adaptada do manual da Viapol exemplifica bem essa passagem:

Figura 12 – Representação esquemática de coluna reforçada com fibra de carbono



Fonte: Manual de Reforço das Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono, VIAPOL.

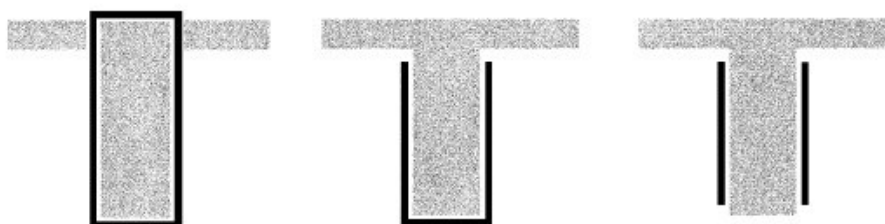
2.4.2 Reforço ao esforço cortante

O reforço ao esforço cortante é talvez, dentre os reforços com fibra de carbono, o mais simples de ser calculado, embora deve ser feito com tanto cuidado quanto qualquer caso. De maneira geral, as fibras dispostas transversalmente ao eixo da viga funcionam como novos estribos, aumentando assim a capacidade de resistência aos esforços cortantes que atuam na viga.

Pode-se calcular a área de fibra por unidade de comprimento, mas a maneira mais comum de definir projetos desse tipo de reforço é determinar o espaçamento entre as fibras, poupando tempo com detalhamento, tendo em vista que a largura e a espessura das fibras à serem utilizadas já são previamente definidas.

Conforme a ACI 440, valores de minoração variam em função da disposição da forma do reforço, sendo estas as expostas na Figura 13:

Figura 13 – Configurações possíveis ao cisalhamento



Fonte: ACI 440.2R-08 (2008, p. 32)

2.4.3 Reforço em lajes

As lajes, são elementos tipo placa, que de acordo com a definição da ABNT NBR 6118:2014, são elementos de superfície plana, sujeitos principalmente a ações normais a seu plano.

Estas ações normais geram esforços de flexão, o mesmo das vigas, portanto o dimensionamento acaba sendo muito parecido. Não é diferente no caso do reforço, de maneira geral, calcula-se a área de fibra necessária para reforçar um segmento de um metro de largura, e tendo pré-definido o tipo de fibra, parte-se então para o cálculo do espaçamento.

2.4.4 Reforço em alvenaria, muros de arrimo, vigas-parede e ampliação da capacidade resistente a impactos e explosões

Este é um tipo de reforço que está sendo bastante utilizada preventivamente em casas e edifícios situados em regiões sujeitas a tornados e furacões. Nessas estruturas podem ser aplicados reforços tanto à flexão quanto ao cisalhamento. (MACHADO, 2015).

2.4.5 Reforço em vigas submetidas à flexão

O reforço à flexão com laminas e tecidos de fibra de carbono, é o objetivo principal deste trabalho. As recomendações de projeto são baseadas nos princípios dos projetos no estado limite último. (MACHADO, 2015).

Admitindo que a viga necessitará de reforço, o procedimento para o dimensionamento é o seguinte:

- 1 - Arbitra-se a profundidade da linha neutra (c) em conformidade com o modo de ruptura.
- 2 - Calculam-se as deformações dos diversos materiais admitindo-se a linearidade da variação das mesmas.
- 3 - Conhecidas as deformações calculam-se as tensões atuantes nos diversos materiais.
- 4 - A partir do conhecimento das forças se faz as verificações do equilíbrio das mesmas. Se o momento resistente encontrado no sistema reforçado for maior que o momento solicitante máximo de cálculo ($M_{ref.maj.}$) o processo está completo.

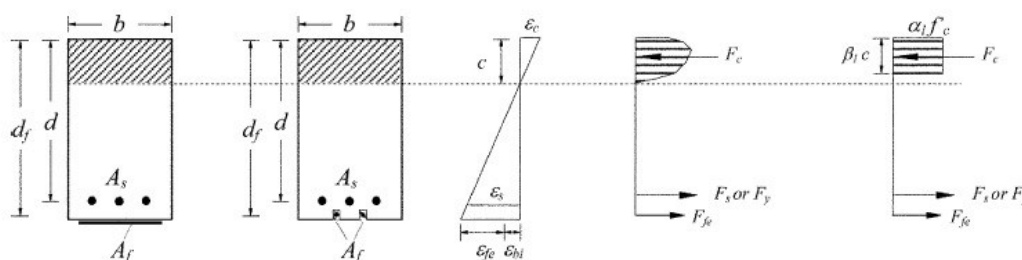
O procedimento descrito é iterativo, uma vez que a etapa 1 que determina o resultado final é arbitrada, podendo ou não atender simultaneamente às condições de

resistência necessária e economia, devendo ser repetida tantas vezes quanto necessário para a consecução desses objetivos.

Uma vez concluído o processo iterativo faz-se a verificação da ductilidade do sistema FRP. (MACHADO, 2015, p. 129-130).

O diagrama de deformações e resultantes deste tipo de reforço, está contido na ACI 440.2R-08, que neste trabalho é representado pela Figura 14:

Figura 14 – Diagrama de deformações e resultantes de uma viga reforçada com FRP



Fonte: ACI 440.2R-08 (2008, p. 28)

2.4.5.1 Coeficiente de redução ambiental C_e

O coeficiente de redução ambiental leva em consideração o meio em que o reforço será executado, varia também em função do material empregado, seu valor é obtido na Tabela 4, extraída da norma americana:

Tabela 4 – Coeficiente de redução ambiental C_e

Exposure conditions	Fiber type	Environmental reduction factor C_E
Interior exposure	Carbon	0.95
	Glass	0.75
	Aramid	0.85
Exterior exposure (bridges, piers, and unenclosed parking garages)	Carbon	0.85
	Glass	0.65
	Aramid	0.75
Aggressive environment (chemical plants and wastewater treatment plants)	Carbon	0.85
	Glass	0.50
	Aramid	0.70

Fonte: ACI 440.2R-08 (2008, p. 24)

2.4.5.2 Limite de resistência dos reforços com FRP

A versão anterior da ACI 440, limitava a resistência máxima admitida em uma peça reforçada para, segundo a VIAPOL, garantir que não ocorra o colapso da estrutura devido a ocorrências tais como descolamento do sistema composto, fogo e incêndios, vandalismo e outras causas. O item 8.2 da versão de 2002 da ACI 440 definia este limite em:

$$\text{Equação 9: } (\phi R_n)_{\text{existente}} \geq (1,2 * S_{DL} + 0,8 * S_{LL})_{\text{novo}}$$

Onde:

$(\phi R_n)_{\text{existente}}$: Momento de cálculo resistente da seção antes de ser reforçada.

S_{DL} : Ações de carga permanente em valor característico.

S_{LL} : Ações de carga variável em valor característico.

2.4.5.3 Fator de redução da resistência dos sistemas FRP

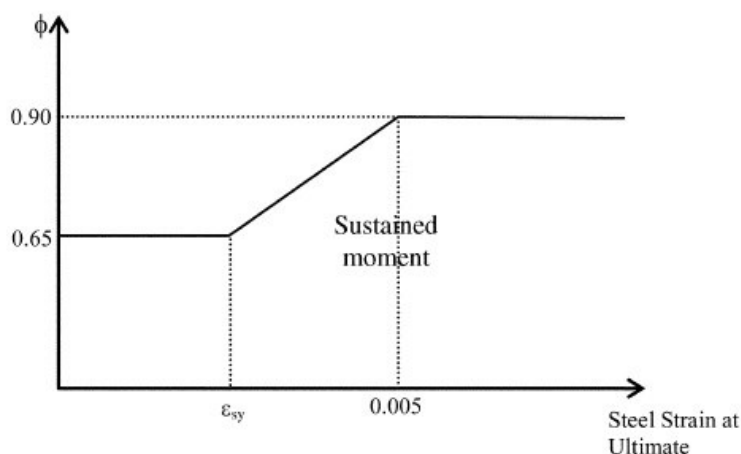
De acordo com o item 10.2.7 (*Strength reduction of FRP systems*) o uso das fibras em reforço à flexão irá reduzir a ductilidade do elemento original. Em alguns casos esta perda é desprezível, em outros não.

Para levar a ductilidade em consideração, o fator de redução da resistência dos sistemas FRP varia em função da deformação no aço, quanto maior a deformação, mais dúctil, então o coeficiente será mais brando. Este fator é regido pela equação:

$$\text{Equação 10: } \phi = \begin{cases} 0,9 \text{ para } \varepsilon_t \geq 0,005 \\ 0,65 + \frac{0,25(\varepsilon_t - \varepsilon_{sy})}{0,005 - \varepsilon_{sy}} \text{ para } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_t < 0,005 \\ 0,65 \text{ para } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{sy} \end{cases}$$

E expresso pelo gráfico:

Gráfico 5 – Fator de redução dos sistemas FRP



Fonte: ACI 440.2R-08 (2008, p. 27)

Onde:

ϕ : Fator de redução.

ε_{sy} : Deformação na tensão de escoamento do aço.

ε_t : Deformação no aço.

2.4.5.4 Máxima deformação admitida na fibra em função do número de camadas

Uma limitação na deformação da fibra é imposta pela ACI 440 para prevenir a delaminação ou descolamento do sistema composto, dada pela equação:

$$\text{Equação 11: } \varepsilon_{fd} = 0,41 \sqrt{\frac{f_c'}{n \cdot E_f \cdot t_f}} \leq 0,9 \cdot \varepsilon_{fu}$$

Onde:

ε_{fd} : Máxima deformação admitida na fibra.

f_c' : Resistência de cálculo do concreto à compressão.

n : Número de camadas de fibra.

E_f : Módulo de elasticidade da fibra.

t_f : Espessura de uma camada de fibra.

ε_{fu} : Máxima deformação na fibra dada por $C_e \cdot \varepsilon_{fu}$, sendo C_e o coeficiente de redução ambiental e ε_{fu} a deformação máxima fornecida pelo fabricante.

2.4.5.5 Observações de detalhamento

2.4.5.5.1 Comprimento longitudinal da fibra

Segundo as recomendações da ACI 440, a fibra deve ultrapassar em pelo menos 6 polegadas o ponto de inflexão do momento para o caso de vigas contínuas. Para vigas simplesmente apoiadas a mesma recomendação se aplica, porém, esta distância passa a ser medida a partir do momento de fissuração.

No caso de ocorrer várias camadas de lâminas o ponto de terminação de cada uma delas deve ser defasado entre si em 6 polegadas, ou 15 centímetros, sendo que a menor deve respeitar a distância do ponto de inflexão ou de momento crítico. (VIAPOL).

O comprimento mínimo varia em função das propriedades da fibra, e do concreto, além do número de camadas do sistema, e seu valor é dado pela equação do item 13.1.3 da norma americana, extraída de Teng *et al.* (2001):

$$\text{Equação 12: } l_{df} = \sqrt{\frac{nE_f t_f}{\sqrt{f'_c}}}$$

Onde:

l_{df} : Comprimento mínimo.

n : Número de camadas de fibra.

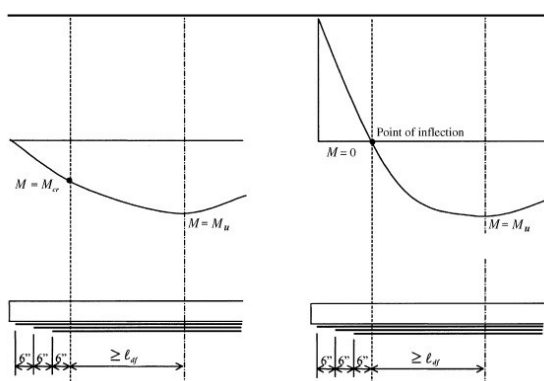
E_f : Módulo de elasticidade da fibra.

t_f : Espessura da fibra.

f'_c : Resistência de cálculo do concreto comprimido.

A Figura 15 mostra de maneira mais clara a passagem anterior:

Figura 15 – Representação das terminações das camadas de fibra



Fonte: ACI 440.2R-08 (2008, p. 39)

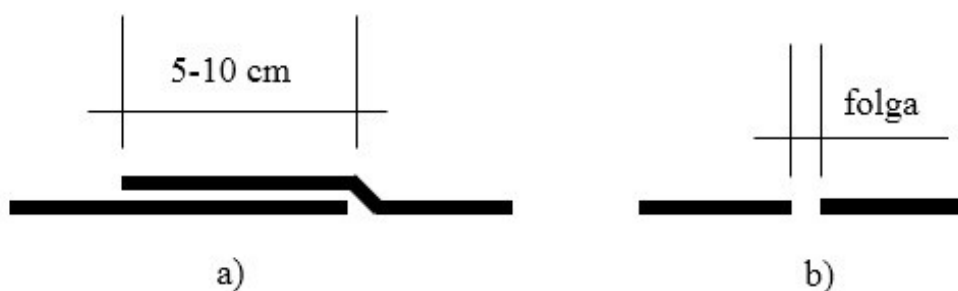
2.4.5.5.2 Emendas das lâminas de fibra de carbono

Geralmente as emendas das lâminas de fibra de carbono são necessárias em função da geometria da peça de concreto armado ou em função da facilidade executiva da instalação do sistema. (VIAPOL).

De modo generalizado, é recomendado como comprimento mínimo de transpasse longitudinal 50mm. Entretanto a experiência tem demonstrado que um valor maior é recomendado para que se possa prevenir erros de posicionamento e também compensar a ondulação da superfície de concreto onde será aplicado o composto. Recomenda-se para tanto um transpasse mínimo de 100mm. (VIAPOL).

No sentido transversal, este transpasse não é necessário, a Figura 16 demonstra esquematicamente as emendas:

Figura 16 – Emenda por transpasse (a) e justaposição lateral (b)



Fonte: Do Autor.

3 DESENVOLVIMENTO DA PLANILHA DE CÁLCULO

3.1 CAPACIDADE RESISTENTE À FLEXÃO DE UMA SEÇÃO DE VIGA

A primeira etapa do dimensionamento do reforço, é a determinação do momento resistente de cálculo da viga. Para calculá-lo é necessário saber as dimensões e as propriedades dos materiais empregados em sua execução, que na inexistência ou inconfiabilidade do projeto estrutural podem ser determinados, dentre outras maneiras por meio de:

- a) Medição da geometria da viga.
- b) Destruição parcial do concreto para verificar as armaduras.
- c) Ensaio não destrutivo no concreto como o ensaio de esclerômetro.
- d) Testes de ultrassom para estimar a quantidade de armadura.

O cálculo da área de aço é o exercício mais comum quando se trata de flexão simples, porém neste caso o problema é o reverso: afirmar a capacidade resistente baseado nas dimensões e propriedades dos materiais.

O processo de maneira simplificada é:

- a) Dada a área de aço, calcular a resultante no aço tracionado, admitindo a tensão de escoamento, pois de acordo com a ABNT NBR 6118:2014 a altura da linha neutra não deve ser maior do que $0,45 d$, ou seja, não é possível dimensionar no domínio 4 onde a tensão atuante no aço é regida pela lei de Hooke.
- b) De posse da resultante no aço, calcular a altura da linha neutra de maneira a igualar as forças.
- c) Tendo o valor das resultantes e a altura da linha neutra, calcular a alavanca, e consequentemente o momento fletor.

Para melhor compreensão, apresenta-se um exemplo numérico extraído da apostila de Bastos (2015), pág. 31: Dada a seção retangular de uma viga, calcular qual é o momento fletor admissível (de serviço). São conhecidos:

b_w : 20 cm

h : 50 cm

$\gamma_c = \gamma_f$: 1,4

d : 46 cm

A_s : 8 cm²

f_{ck} : 20 MPa

Aço CA-50 (f_{yk} : 500 MPa)

$\gamma_s: 1,15$

a) Resultante no aço:

$$R_{st} = \frac{A_s * f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{8 * 50}{1,15} = 347,82 \text{ kN}$$

b) Altura da linha neutra:

$$R_{cc} = 0,8 * 0,85 * b_w * x * f_{cd} \therefore 347,82 = \frac{0,68 * 20 * x * 2}{1,4} \therefore x = 17,9 \text{ cm}$$

c) Momento:

$$\begin{aligned} M_d &= R_{cc} * (d - 0,4 * x) = M_k * \gamma_f \\ &\therefore \\ M_k &= 347,82 * \frac{(46 - 0,4 * 17,9)}{1,4} = 9649,5 \text{ kN} * \text{cm} \end{aligned}$$

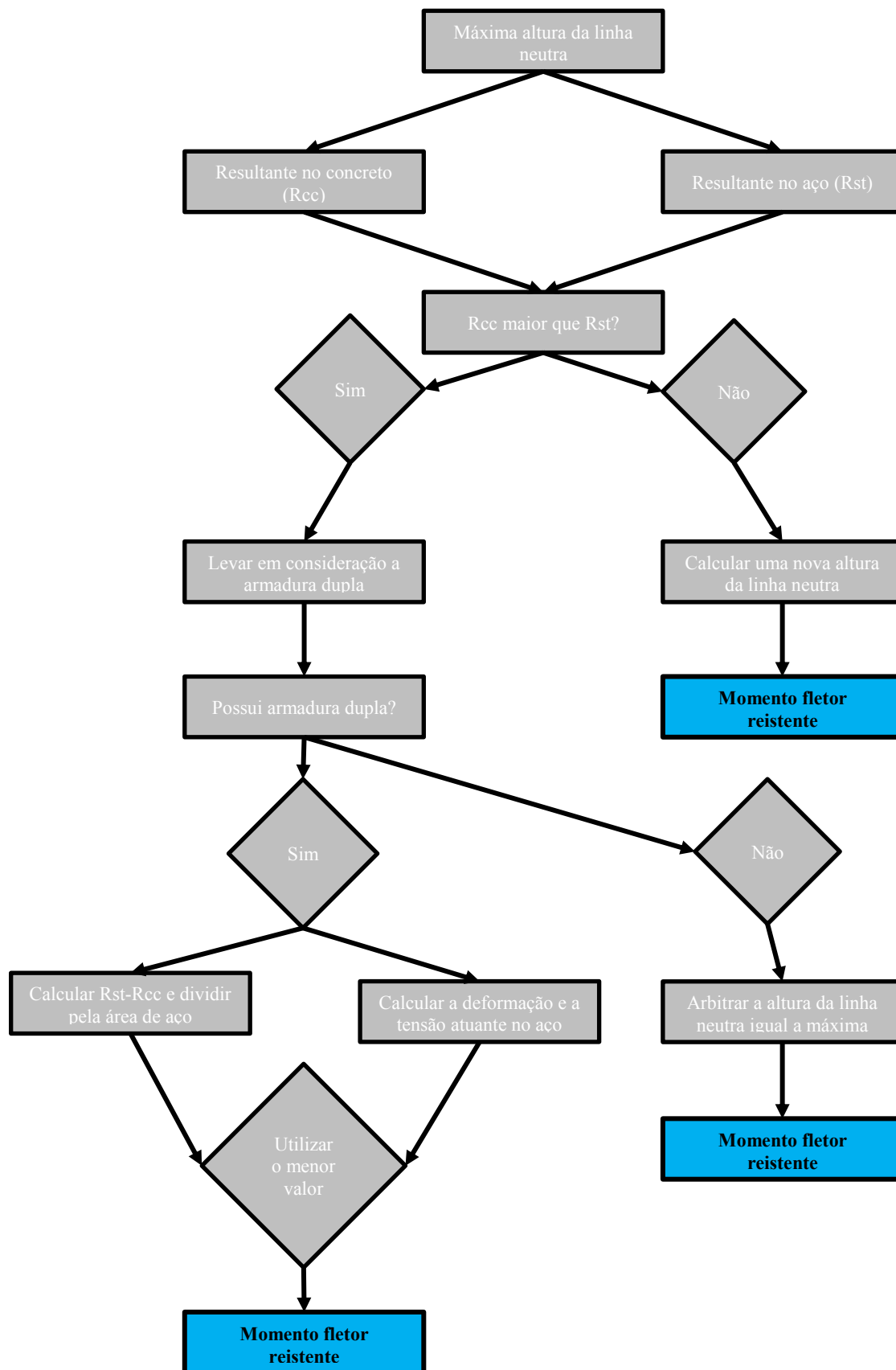
Este é o exemplo mais básico possível, pois trata-se de seção retangular com armadura simples. Para o desenvolvimento da planilha, é necessário abordar o maior número de combinações possíveis, seja seção T ou retangular e com ou sem armadura dupla.

Para a implementação em uma planilha automatizada, é necessário primeiro criar o algoritmo de cálculo, que deve abordar o máximo de possibilidades. Neste trabalho, as principais limitações são:

- f_{ck} do concreto menor ou igual à 50 MPa (devido ao arredondamento do diagrama de tensões).
- Altura da viga limitada em 180 cm (exclusivamente devido à parte gráfica da planilha).
- Largura da viga e/ou da mesa limitada em 180 cm (idem à alínea anterior).
- Uma única norma foi levada em consideração (ABNT NBR 6118:2014).

Além destas limitações, algumas considerações de cálculo foram feitas, tornando o modelo ligeiramente diferente do real, mas sempre de maneira a favor da segurança. A Figura 17 mostra o algoritmo utilizado para a determinação do momento resistente:

Figura 17 – Algoritmo para o cálculo do momento resistente



Fonte: Do Autor.

A Figura 17 não representa a total complexidade dos cálculos, mas mostra de maneira sucinta as principais etapas do cálculo. Para cada etapa são necessárias algumas verificações e encaminhamentos, por exemplo a equação utilizada para determinar a resultante no concreto quando a altura da linha neutra é a máxima possível pode variar em 3 formas:

- a) Seção retangular.
- b) Seção T com $0,45d < h_f$.
- c) Seção T com $0,45d \geq h_f$.

De maneira semelhante as outras equações também variam em função das diversas variáveis presentes no cálculo.

3.1.1 Considerações de cálculo

3.1.1.1 Quando não há armadura de compressão e a altura da linha neutra excede o limite

Até 2014 a norma limitava a altura da linha neutra em pontos de ligação com outros elementos estruturais, ou seja, nos apoios. As vigas então eram armadas com a linha neutra limitada no x_{3lim} (caso a seção não fosse de ligação), que para o aço CA-50, o mais utilizado no Brasil, é igual à $0,63d$. Acontece que com a nova versão a limitação passa a valer para todos os pontos do elemento estrutural, portanto em teoria, uma viga projetada antes de 2014, caso fosse recalculada de acordo com a nova versão, passaria a ter um momento resistente menor, pois a redução da altura da linha neutra, embora aumentasse a alavanca, diminuiria a resultante no concreto, diminuindo também a resistência à flexão.

A favor da segurança, a planilha desenvolvida despreza no cálculo da resultante no concreto comprimido, a parcela da linha neutra que excede os $0,45d$ (para concretos de $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$).

3.1.1.2 Quando há mais armadura de compressão do que o necessário

O recurso da armadura dupla, se faz necessário quando a máxima resultante no concreto não é suficiente para equilibrar o momento solicitante. No dimensionamento, adiciona-se área de aço comprimido, e para equilibrar o somatório das forças, a armadura de tração também é aumentada. Em teoria, o produto da área de aço comprimido pela tensão atuante deveria ser igual à diferença das resultantes do aço tracionado e do concreto

comprimido. Acontece que na prática isso nem sempre (quase nunca) acontece, e são diversos os motivos, seja pelo próprio “arredondamento” da área de aço causado pela adoção de determinados diâmetros de barras, pela adoção de uma armadura igual ou semelhante para o máximo número de vigas, erros de execução ou qualquer outro motivo que seja.

Para fins de cálculo, nesses casos onde a armadura de compressão excede o que seria necessário para equilibrar a resultante no aço tracionado, arbitra-se uma tensão atuante fictícia nas barras, de maneira a essa tensão sim equilibrar as forças. Cabe ressaltar que esta consideração é a favor da segurança, pois em realidade a alavanca entre as forças de tração e compressão seria maior, caso fosse feito um cálculo mais preciso.

A altura da linha neutra estaria um pouco acima do que é levado em consideração, desta forma a resultante no concreto seria um pouco menor, consequentemente a parcela do aço comprimido, que possui uma alavanca maior em relação ao tracionado, seria maior, aumentando ligeiramente a capacidade resistente da viga.

3.1.1.3 Quando há menos armadura de compressão do que o necessário

Diferentemente do caso anterior, aqui o somatório da resultante no concreto comprimido e na armadura de compressão é menor do que o produto da tensão de escoamento pela área de aço tracionado.

Para esta situação, a solução encontrada foi, de modo semelhante ao item 3.1.1.2, arbitrar uma tensão fictícia no aço tracionado, de modo a igualar as forças. Embora sabe-se que esta consideração não reflete a realidade, considera-se para fins de cálculo, e sabe-se que é a favor da segurança, pois a resultante no concreto seria consideravelmente maior do que o considerado, haja vista as já comentadas limitações da altura da linha neutra vistas no item 3.1.1.1.

3.1.2 Validação da planilha

A validação da planilha será feita para os casos de:

- a) Seção retangular com armadura simples.
- b) Seção retangular com armadura dupla.
- c) Seção T com armadura simples.

Os exercícios para a comparação são extraídos da apostila de Bastos (2015): Flexão normal simples - vigas, disponível gratuitamente na internet.

3.1.2.1 Seção retangular com armadura simples

A validação do funcionamento para seção retangular simples, será feito com base no mesmo exemplo apresentado anteriormente, onde foi obtido um momento fletor de serviço igual a 9649,5 kNcm, portanto o valor de cálculo é de 13509.3 kNcm.

Na Figura 18, temos os dados de entrada inseridos na planilha tirados de um *printscreen*:

Figura 18 – Dados de entrada para exemplo de validação: seção retangular com armadura simples

Dados de entrada:

Tipo de viga
 Altura da viga (cm)
 Altura da mesa (cm)
 Largura da viga (cm)
 Largura da mesa (cm)
 Cobrimento superior (cm)
 Cobrimento inferior (cm)
 Cobrimento lateral (cm)
 Concreto (Mpa)
 Yc (sem unidade)
 Coeficiente de Rusch
 Ys (sem unidade)
 Diâmetro dos estribos (mm)
 Espaçamento dos estribos (cm)
 Tensão de escoamento do aço (Mpa)
 Módulo de elasticidade do do aço (Mpa)
Armadura inferior (cm²)
Armadura superior (cm²)
 Seção com ligação?

RETANGULAR		
h=	50	(máx 180)
hf=	7.5	(<h)
bw=	20	(<bf)
bf=	50	(máx 180)
	2.5	
	2.5	
	2.5	
	20	(máx 50)
	1.4	
	0.85	
	1.15	
	6.3	
	20	
	CA-50	
	210000	
As=	8.00	
A's=	0.00	
	NÃO	

Fonte: Do Autor.

No canto superior direito da Figura 19 aparecem os valores do momento fletor característico e o de cálculo, no lado esquerdo apresenta toda a sequência de cálculo, e no direito o diagrama de deformações, altura da linha neutra e as resultantes no concreto e armadura positiva.

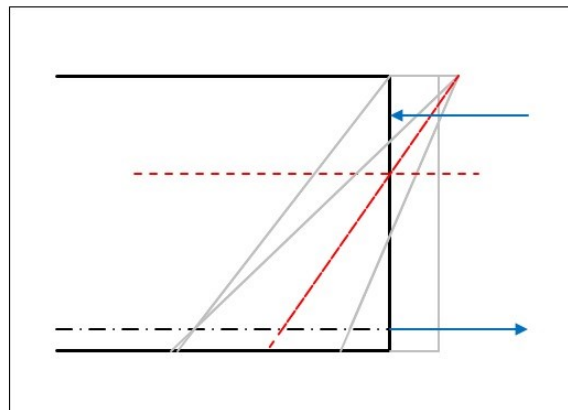
Figura 19 – Resultado do exemplo de validação: seção retangular com armadura simples

Cálculo:

Altura da linha neutra 1:	(Eq. 1)	20.73	cm
Resultante no concreto 1:	(Eq. 2)	402.78	kN
Resultante no aço tracionado 1:	(Eq. 3)	347.83	kN
Resultante no concreto 2:	(Eq. 4)	347.83	kN
Altura da linha neutra 2:	(Eq. 5)	17.90	cm
Parcela da mesa:	(Eq. 6)	0.00	kN
Parcela da alma:	(Eq. 7)	347.83	kN
Armadura dupla?	(Eq. 8)	NÃO	-
Força a ser resistida pela armadura comprimida:	(Eq. 9)	0.00	kN
Máxima força resistida pela armadura comprimida:	(Eq. 10)	0.00	kN
Resultante no aço tracionado 2:	(Eq. 11)	347.83	kN
Alavanca aço - concreto da mesa:	(Eq. 12)	0.00	cm
Alavanca aço - concreto da alma:	(Eq. 13)	38.91	cm
Alavanca aço - aço:	(Eq. 14)	0.00	cm
Momento fletor resistente de cálculo:	(Eq. 15)	13533.52	kN*cm
Domínio:	(Eq. 16)	DOM 3	-
Deformação no concreto:	(Eq. 17)	0.0035	cm/cm
Deformação no aço tracionado:	(Eq. 18)	0.0055	cm/cm
Deformação na base da viga:	(Eq. 19)	0.0063	cm/cm

$$M_d = 13533.52 \text{ kN*cm}$$

$$M_k = 9666.8 \text{ kN*cm}$$



Fonte: Do Autor.

O valor do momento de cálculo obtido foi de 13533,52 kNcm, por sua vez o característico igual à 9666,80 kNcm, com 0,17% de diferença para mais em relação aos valores da bibliografia. O valor é extremamente pequeno, mas isso já era de se esperar pois as equações utilizadas na planilha foram todas extraídas do mesmo material onde encontra-se o exemplo. A pequena variação justifica-se pela diferença da altura útil da viga.

3.1.2.2 Seção retangular com armadura dupla

O exemplo utilizado para a validação está na pag. 38 da apostila de Bastos (2015), e se trata de um exercício de dimensionamento, e não de verificação, portanto partir-se-á do resultado final (detalhamento da viga) e em seguida verificar se o momento solicitante é atendido.

Do enunciado obtém-se:

$$b_w: 20 \text{ cm}$$

$$h: 50 \text{ cm}$$

$$\gamma_c = \gamma_f: 1,4$$

$$A_s: 8 \text{ cm}^2$$

$$f_{ck}: 25 \text{ MPa}$$

$$\text{Aço CA-50 } (f_{yk}: 500 \text{ MPa})$$

γ_s : 1,15

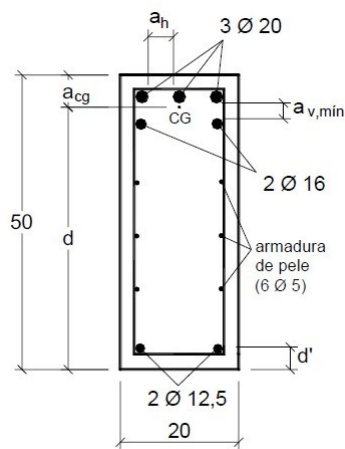
brita 1

ϕ_t : 6,3 mm

M_k : -15700 kNcm (observação: o momento neste exemplo é negativo, porém na planilha considerará como positivo devido à uma limitação de sua programação).

Diante destes dados, o dimensionamento executado por Bastos (2015) para tais condições resulta na seção representada pela Figura 20:

Figura 20 – Exemplo de viga com armadura dupla



Fonte: Bastos (2015, p. 41).

Na Figura 21, os dados extraídos do enunciado e da seção proposta, são inseridos no campo de entrada:

Figura 21 - Dados de entrada para exemplo de validação: seção retangular com armadura dupla

Dados de entrada:

Tipo de viga
Altura da viga (cm)
~~Altura da mesa (cm)~~
Largura da viga (cm)
~~Largura da mesa (cm)~~
Cobrimento superior (cm)
Cobrimento inferior (cm)
Cobrimento lateral (cm)
Concreto (Mpa)
Yc (sem unidade)
Coeficiente de Rush
Ys (sem unidade)
Diâmetro dos estribos (mm)
Espaçamento dos estribos (cm)
Tensão de escoamento do aço (Mpa)
Módulo de elasticidade do do aço (Mpa)
Armadura inferior (cm²)
Armadura superior (cm²)
Seção com ligação?

	RETANGULAR	
h=	50	(máx 180)
hf=	7,5	(≤h)
bw=	20	(≤bf)
bf=	50	(máx 180)
	2	
	2	
	2	
	25	(máx 50)
	1.4	
	0.85	
	1.15	
	6.3	
	20	
	CA-50	
	210000	
As=	13.45	
A's=	2.50	
	NÃO	

Fonte: Do Autor.

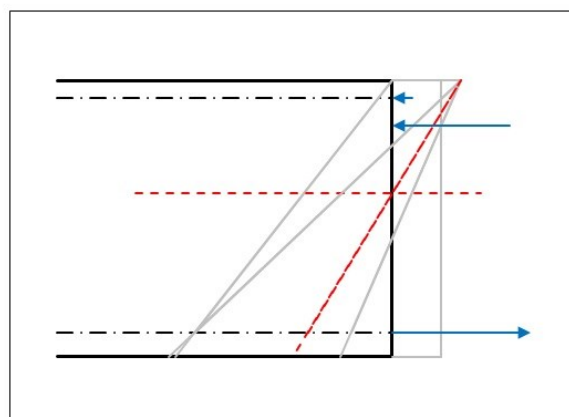
Após a inserção dos dados, o momento característico é automaticamente calculado, e o resultado pode ser visto na Figura 22.

Figura 22 – Resultado do exemplo de validação: viga retangular com armadura dupla

Cálculo:

Altura da linha neutra 1:	(Eq. 1)	20.49	cm
Resultante no concreto 1:	(Eq. 2)	497.66	kN
Resultante no aço tracionado 1:	(Eq. 3)	584.78	kN
Resultante no concreto 2:	(Eq. 4)	497.66	kN
Altura da linha neutra 2:	(Eq. 5)	20.49	cm
Parcela da mesa:	(Eq. 6)	0.00	kN
Parcela da alma:	(Eq. 7)	497.66	kN
Armadura dupla?	(Eq. 8)	STM	-
Força a ser resistida pela armadura comprimida:	(Eq. 9)	87.13	kN
Máxima força resistida pela armadura comprimida:	(Eq. 10)	108.75	kN
Resultante no aço tracionado 2:	(Eq. 11)	584.78	kN
Alavanca aço - concreto da mesa:	(Eq. 12)	0.00	cm
Alavanca aço - concreto da alma:	(Eq. 13)	37.34	cm
Alavanca aço - aço:	(Eq. 14)	42.28	cm
Momento fletor resistente de cálculo:	(Eq. 15)	22266.67	kN*cm
Domínio:	(Eq. 16)	DOM 3	-
Deformação no concreto:	(Eq. 17)	0.0035	cm/cm
Deformação no aço tracionado:	(Eq. 18)	0.0043	cm/cm
Deformação na base da viga:	(Eq. 19)	0.0050	cm/cm

$M_d = 22266.66 \text{ kN*cm}$
 $M_k = 15904.76 \text{ kN*cm}$



Fonte: Do Autor.

O momento característico calculado é igual à 15904,76 kNcm, e o apresentado na apostila igual à 15700,00 kNcm, ou seja, a diferença entre eles é de 1,3%, embora pequeno, é justificado devido à diferença entre a área de aço calculada e a adotada.

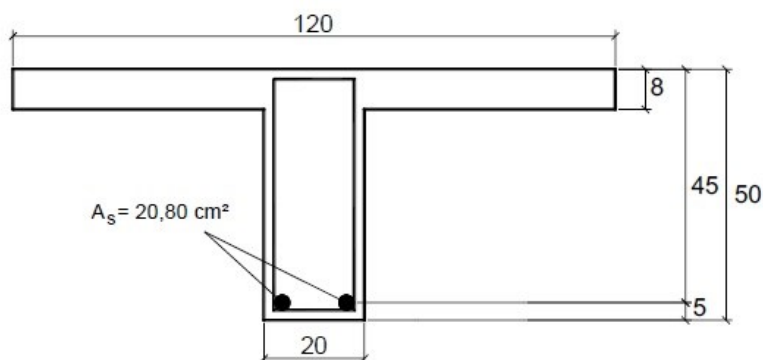
Na Figura 22, ao lado direito, pode-se perceber que o diagrama apresenta a seta correspondente à resultante do aço comprimido. Fazendo uma breve análise no campo “Cálculo” é possível perceber o fluxograma apresentado na Figura 17.

Os itens “(Eq. 9)” e “(Eq. 10)” da figura fazem referência às considerações de cálculo descritas em 3.1.1.2 e 3.1.1.3. A “Força a ser resistida pela armadura de compressão” (na Figura 22) equivale a “Calcular $R_{st}-R_{cc}$ e dividir pela área de aço” do fluxograma, por sua vez, a “Máxima força resistida pela armadura comprimida” corresponde a “Calcular a deformação e a tensão atuante no aço”. Neste exemplo, o menor valor entre os dois calculados é o necessário para equilibrar a resultante do aço tracionado, portanto, há “sobra” armadura de compressão, encaixando-se no caso descrito em 3.1.1.2.

3.1.2.3 Seção T com armadura simples

O terceiro e último teste de validação da primeira parte da planilha é a resolução do exemplo proposto na pag. 65 da apostila de Bastos (2015) que diz em seu enunciado: calcular o momento fletor máximo de serviço que a seção mostrada na Figura 23 pode resistir. São conhecidos o concreto da viga (C30) e o aço (CA-50).

Figura 23 – Seção T do exercício de validação



Fonte: Bastos (2015, p. 65).

a) Resultante no aço:

$$R_{st} = \frac{A_s * f_{yk}}{\gamma_s} = \frac{20,8 * 50}{1,15} = 904 \text{ kN}$$

b) Altura da linha neutra:

$$R_{cc} = 0,8 * 0,85 * b_f * x * f_{cd} \therefore 904 = \frac{0,68 * 120 * x * 3}{1,4} \therefore x = 5,2 \text{ cm}$$

A hipótese de $0,8x \leq h_f$ se confirma.

c) Momento:


$$M_d = R_{cc} * (d - 0,4 * x) = M_k * \gamma_f$$

\therefore

$$M_k = 0,68 * 120 * 5,2 * \left(\frac{3,0}{1,4}\right) * \frac{(45 - 0,4 * 5,2)}{1,4} = 27875 \text{ kN} * \text{cm}$$

Na Figura 23, pode-se ver tanto os dados de entrada como os resultados finais, além de uma visão geral do *layout* proposto:

Figura 24 – Dados de entrada e de saída para exemplo de validação com seção T com armadura simples



ESTUDOS DE DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO
 Problema reverso: determinação do momento fletor resistente de cálculo de uma seção
Gustavo R. Thomé
gustavorintzthome@gmail.com

SOBRE

Projeto: Exemplo da apostila Flexão normal simples - vigas: BASTOS (2015) página 65

Autor: THOMÉ

Observações: Teste de validação para o TCC: seção T com armadura simples

Modelo de cálculo:

Calcular a máxima área de concreto comprimido possível, admitindo dimensionamento nos domínios 2 e 3, posteriormente verificar a resultante no aço, se a resultante do aço for menor do que a do concreto, recalcular a altura da linha neutra de modo a igualar as forças, caso resultante da armadura for maior verificar a existência ou não de armadura dupla. Se não existir, arbitrar a resultante do aço igual a do concreto, se existir, calcular a máxima resultante da armadura comprimida, e adicionar menor resultante entre a máxima resultante da armadura comprimida e a resultante necessária para igualar o somatório das forças no cálculo do momento resistente.

Dados de entrada:

Tipo de viga: VIGA T

Altura da viga (cm): h= 50 (máx 180)

Altura da mesa (cm): hf= 8 (<hf)

Largura da viga (cm): bw= 20 (<bf)

Largura da mesa (cm): bf= 120 (máx 180)

Cobrimento superior (cm): 2

Cobrimento inferior (cm): 2

Cobrimento lateral (cm): 2

Concreto (Mpa): 30 (máx 50)

Yc (sem unidade): 1.4

Coefficiente de Rush: 0.85

Ys (sem unidade): 1.15

Diâmetro dos estribos (mm): 6.3

Espaçamento dos estribos (cm): 20

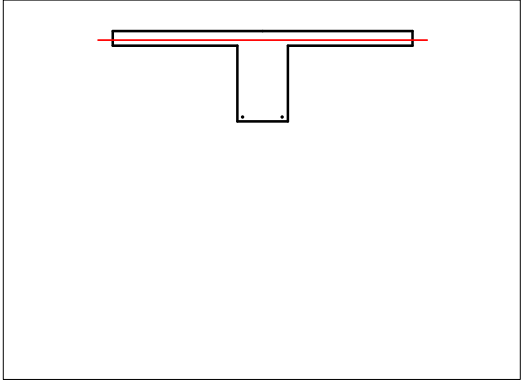
Tensão de escoamento do aço (Mpa): CA-50

Módulo de elasticidade do aço (Mpa): 210000

Armadura inferior (cm²): As= 20.65

Armadura superior (cm²): As'= 0.00

Seção com ligação? NÃO



Md = 39030.36 kN*cm

Mk = 27878.83 kN*cm

Cálculo:

Altura da linha neutra 1: (Eq. 1) 20.49 cm

Resultante no concreto 1: (Eq. 2) 2054.18 kN

Resultante no aço tracionado 1: (Eq. 3) 897.83 kN

Resultante no concreto 2: (Eq. 4) 897.83 kN

Altura da linha neutra 2: (Eq. 5) 5.13 cm

Parcela da mesa: (Eq. 6) 897.83 kN

Parcela da alma: (Eq. 7) 0.00 kN

Armadura dupla? (Eq. 8) NÃO -

Força a ser resistida pela armadura comprimida: (Eq. 9) 0.00 kN

Máxima força resistida pela armadura comprimida: (Eq. 10) 0.00 kN

Resultante no aço tracionado 2: (Eq. 11) 897.83 kN

Alavanca aço - concreto da mesa: (Eq. 12) 43.47 cm

Alavanca aço - concreto da alma: (Eq. 13) 0.00 cm

Alavanca aço - aço: (Eq. 14) 0.00 cm

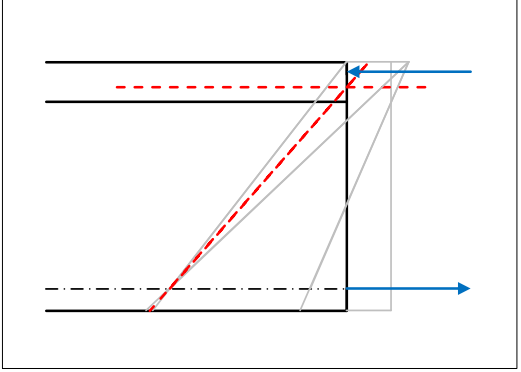
Momento fletor resistente de cálculo: (Eq. 15) 39030.37 kN*cm

Domínio: (Eq. 16) DOM 2 -

Deformação no concreto: (Eq. 17) 0.0013 cm/cm

Deformação no aço tracionado: (Eq. 18) 0.0100 cm/cm

Deformação na base da viga: (Eq. 19) 0.0111 cm/cm



[DEFINIR FIBRAS](#)

[REFORCAR VIGA](#)

Gerar Relatório

O momento resistente calculado é igual a 27878,83 kN*cm, portanto apresentando uma diferença de apenas 0,014% em relação ao demonstrado na apostila.

3.1.3 Alguns recursos adicionais

3.1.3.1 Relatório de cálculo

Inspirado em outros *softwares*, o modelo desenvolvido, prezando pela transparência e didática, gera um relatório onde apresenta-se de maneira mais detalhada o cálculo desenvolvido para a obtenção do momento resistente além de outros dados como as deformações. A Figura 25 mostra o recorte do trecho que contém a apresentação dos cálculos, e a Figura 26 demonstra o formulário inserido no programa (as células destacadas em cinza correspondem as equações efetivamente utilizadas no processo descrito na Figura 25).

Figura 25 – Trecho do relatório de cálculo

Calculo:

Eq. 1:	Altura da linha neutra 1:
	$x1 = 0.45 * 45.53 = 20.49 \text{ cm}$
Eq. 2:	Resultante no concreto 1:
	$Rcc1 = 0.85 * 2.14 * 0.8 * 20.49 * 120 = 2054.18 \text{ kN}$
Eq. 3:	Resultante no aço tracionado 1:
	$Rst1 = 20.65 * 434.78 = 897.83 \text{ kN}$
Eq. 4:	Resultante no concreto 2:
	$Rcc2 = \text{menor}(2054.18 ; 897.83) = 897.83 \text{ kN}$
Eq. 5:	Altura da linha neutra 2:
	$x2 = 897.83 / (0.85 * 2.14 * 0.8 * 120) = 5.13 \text{ cm}$
Eq. 6:	Parcela da mesa:
	$Rcc(\text{mesa}) = 0.85 * 2.14 * 0.8 * 5.13 * 120 = 897.83 \text{ kN}$
Eq. 7:	Parcela da alma:
	$Rcc(\text{alma}) = 0 \text{ kN}$ (toda resultante do concreto está na mesa)
Eq. 8:	Armadura dupla?
	$(\text{Eq. 8}) = \text{se}(2054.18 \text{ maior ou igual a } 897.83; \text{"NÃO"}; \text{"SIM"}) = \text{NÃO}$
Eq. 9:	Força a ser resistida pela armadura comprimida:
	$Rsc = \text{se}((\text{Eq. 8}) = \text{"NÃO"}; 0; (897.83 - 897.83)) = 0 \text{ kN}$
Eq. 10:	Máxima força resistida pela armadura comprimida:
	$Rsc = 0 * 435 = 0 \text{ kN}$
Eq. 11:	Resultante no aço tracionado 2:
	$Rst2 = \text{se}((\text{Eq. 8}) = \text{"NÃO"}; 897.83; 897.83 + \text{menor}(0; 0)) = 897.83 \text{ kN}$
Eq. 12:	Alavanca aço - concreto da mesa:
	$Z_{\text{mesa}} = 45.53 - 0.4 * 5.13 = 43.47 \text{ cm}$
Eq. 13:	Alavanca aço - concreto da alma:
	$Z_{\text{alma}} = 0 \text{ cm}$ (toda a resultante está na mesa)
Eq. 14:	Alavanca aço - aço:
	$Z_{\text{aço}} = 0 \text{ cm}$ (não há armadura de compressão)
Eq. 15:	Momento fletor resistente de cálculo:
	$M_{rd} = 897.83 * 43.47 + 0 * 0 + 0 * 0 = 39030.37 \text{ kN*cm}$
Eq. 16:	Domínio:
	$(\text{Eq. 16}) = \text{se}(5.13 \text{ menor ou igual a } 11.8; \text{"DOM 2"}; \text{"DOM 3"}) = \text{DOM 2}$
Eq. 17:	Deformação no concreto:
	$\text{Def-conc} = (0.0100 * 5.13) / (45.53 - 5.13) = 0.0013 \text{ cm/cm}$
Eq. 18:	Deformação no aço tracionado:
	Domínio 2, portanto deformação fixa em 0,0100 cm/cm
Eq. 19:	Deformação na base da viga:
	$\text{Def-base} = 0.01 * (50 - 5.13) / (45.53 - 5.13) = 0.0111 \text{ cm/cm}$

Fonte: Do Autor.

Figura 26 – Formulário integrante do relatório de cálculo

	CASO 1		CASO 2		CASO 3	
	DOM 2	DOM 3	DOM 2	DOM 3	DOM 2	DOM 3
Eq. 1	$x1 = 0,45d$					
Eq. 2	$R_{cc1} = 0,85 * f_{cd} * 0,80 * x1 * b_w$		$R_{cc1} = 0,85 * f_{cd} * 0,80 * x1 * b_f$		$R_{cc1} = 0,85 * f_{cd} * (h_f * (b_f - b_w) + 0,80 * x1 * b_w)$	
Eq. 3	$R_{st1} = A_s * \sigma_{sd}$					
Eq. 4	$(Eq. 4) = menor((Eq. 2); (Eq. 3)) = R_{cc2}$					
Eq. 5	$x2 = \frac{R_{cc2}}{0,85 * f_{cd} * 0,80 * b_w}$		$x2 = \frac{R_{cc2}}{0,85 * f_{cd} * 0,80 * b_f}$		$x2 = \frac{R_{cc2} - (0,85 * f_{cd} * h_f * (b_f - b_w))}{0,85 * f_{cd} * 0,8 * b_w}$	
Eq. 6	-		$R_{cc(mesa)} = 0,85 * f_{cd} * 0,80 * x2 * b_f$		$R_{cc(mesa)} = 0,85 * f_{cd} * h_f * (b_f - b_w)$	
Eq. 7	$R_{cc(alma)} = 0,85 * f_{cd} * 0,80 * x2 * b_w = R_{cc2}$		-		$R_{cc(alma)} = R_{cc2} - R_{cc(mesa)}$	
Eq. 8	$(Eq. 8) = se(R_{cc1} \geq R_{st1}; "N\tilde{A}O"; "SIM")$					
Eq. 9	$(Eq. 9) = se((Eq. 8) = "N\tilde{A}O"; 0; ((Eq. 4) - (Eq. 3)))$					
Eq. 10	$R_{st2} = A'_s * \sigma'_{sd}$					
Eq. 11	$R_{st2} = se((Eq. 8) = "N\tilde{A}O"; R_{cc2}; R_{cc2} + menor((Eq. 9); (Eq. 10)))$					
Eq. 12	-		$Z_{mesa} = d - 0,4x2$		$Z_{mesa} = d - 0,5h_f$	
Eq. 13	$Z_{alma} = d - 0,4x2$		-		$Z_{alma} = d - 0,4x2$	
Eq. 14	$Z_{uco} = d - d'$					
Eq. 15	$M_{fd} = R_{mesa} * Z_{mesa} + R_{alma} * Z_{alma} + R_{uco} * Z_{uco}$					
Eq. 16	$(Eq. 16) = se(x2 \leq 0,26d; "DOM 2"; "DOM 3")$					
Eq. 17	$\epsilon_c = \frac{0,0100 * x2}{d - x2}$	0,0035	$\epsilon_c = \frac{0,0100 * x2}{d - x2}$	0,0035	$\epsilon_c = \frac{0,0100 * x2}{d - x2}$	0,0035
Eq. 18	0,0100	$\epsilon_s = \frac{0,0035 * (d - x2)}{x2}$	0,0100	$\epsilon_s = \frac{0,0035 * (d - x2)}{x2}$	0,0100	$\epsilon_s = \frac{0,0035 * (d - x2)}{x2}$
Eq. 19	$\epsilon_{base} = \epsilon_s * \frac{(h - x2)}{(d - x2)}$					

Fonte: Do Autor.

Além destas informações, o relatório contém ainda itens de identificação como por exemplo o nome do projeto, nome do projetista, observações, horário em que o relatório foi gerado, etc. Um modelo completo de relatório pode ser encontrado no Apêndice A deste trabalho.

3.1.3.2 Desenho da seção e do diagrama de deformação

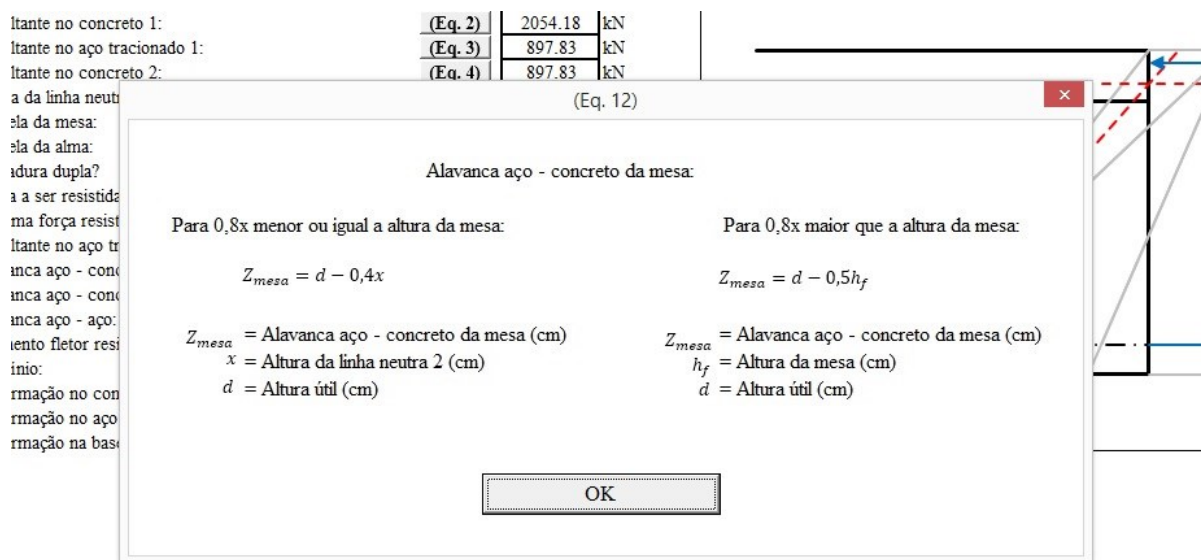
Outro ponto interessante de ser comentado, é a utilização do Excel© para a criação do desenho da seção e do diagrama de deformação da viga. A plataforma utilizada, não é a mais adequada para a criação destes desenhos, mas com noções de geometria isto se torna possível ao utilizar o gráfico do tipo dispersão. A ideia básica é entender que cada figura é composta por algumas retas, e cada reta composta por um par de pontos, cujo suas coordenadas variam em função dos dados de entrada do usuário e dos valores calculados, como as deformações por exemplo.

3.1.3.3 Uso da ferramenta *userform* para maior transparência nos cálculos

Um item que merece citação é a utilização da ferramenta *userform* do Excel©, que representa quase toda a parcela de *Visual Basic Application* da ferramenta desenvolvida. O

objetivo dela é simples: conceder ao usuário o entendimento do que está sendo calculado, reforçando o compromisso com a didática e a transparência. Um exemplo deste recurso pode ser visto na Figura 27:

Figura 27 – Uso da ferramenta *userform* para maior transparência nos cálculos



Fonte: Do Autor.

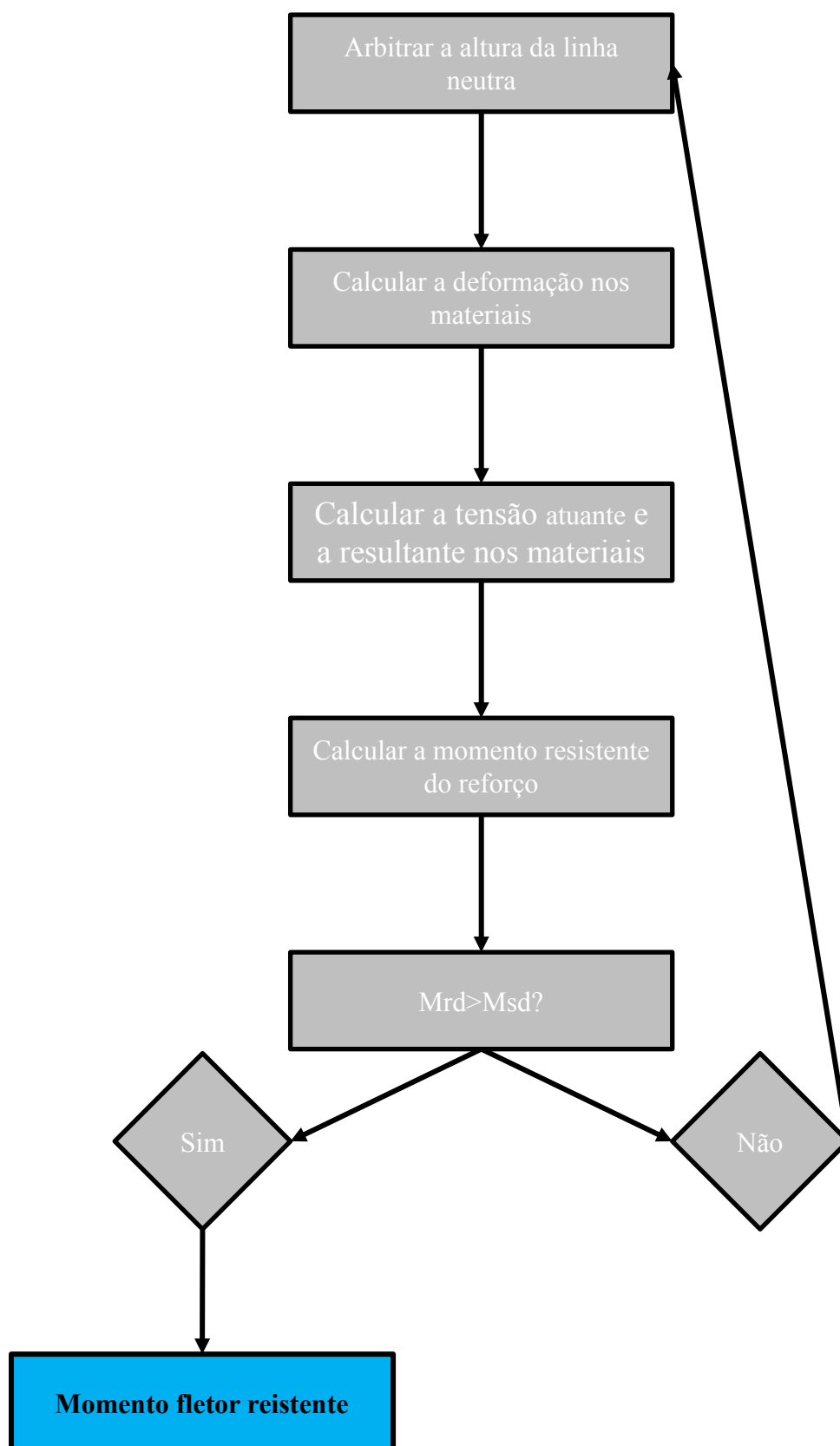
3.2 DIMENSIONAMENTO DO REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO

Conforme visto no item 2.4.5, a bibliografia brasileira sugere que o cálculo do dimensionamento seja feito de maneira iterativa, arbitrando diversas alturas da linha neutra até que o momento resistente seja maior que o solicitante. Há também casos onde se escolhe determinada quantidade de fibra, para posteriormente arbitrar a altura da linha neutra em função da máxima deformação fornecida pelo fabricante.

O método iterativo, quando realizado por *software*, fornece resultados precisos, mas se feito “a mão” passa a ser muito trabalhoso, pois são muitas incertezas no “chute inicial”. Para otimizar o processo, encontrou-se uma maneira de simplificar o cálculo, apenas invertendo alguns passos pode-se chegar em resultados iguais com muito mais facilidade.

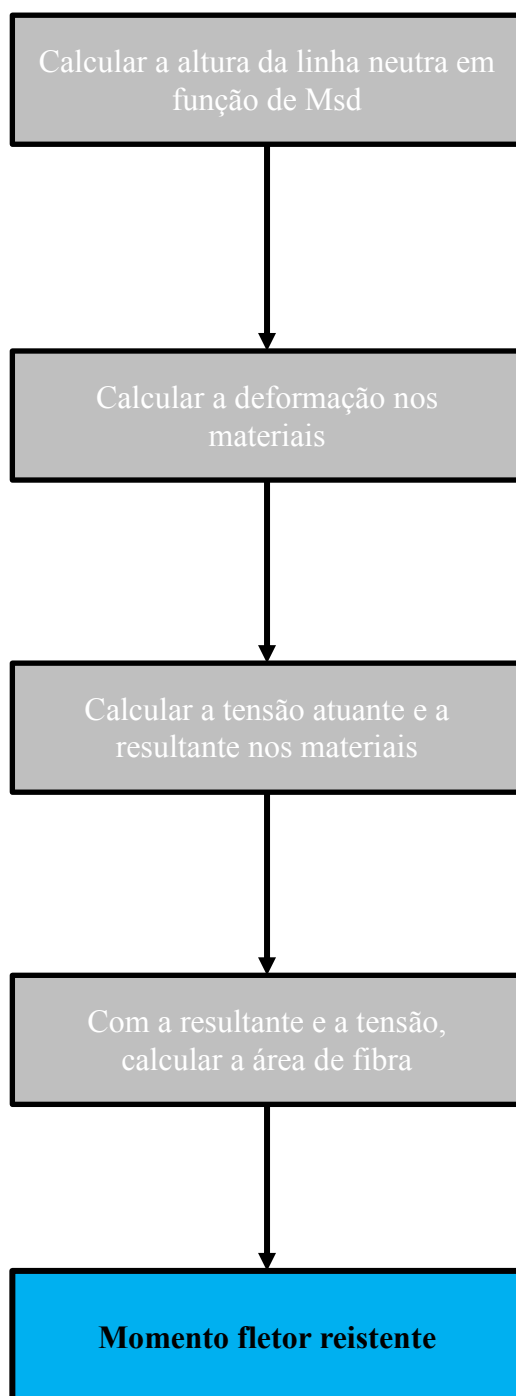
A seguir apresenta-se dois fluxogramas, o primeiro demonstrando o processo iterativo e o segundo, a maneira simplificada.

Figura 28 – Fluxograma do processo de dimensionamento iterativo



Fonte: Do Autor.

Figura 29 – Fluxograma do processo de cálculo sem iteração



Fonte: Do Autor.

As figuras mostram uma simplificação de cada processo, mas representa a filosofia geral de cada um deles, em ambos, as verificações e limitações descritas no item 2.4.5 são aplicadas, além das simplificações de cálculo expostas no item 3.1.1 conforme será visto no exemplo a seguir.

3.2.1 Comparação com exemplos da literatura

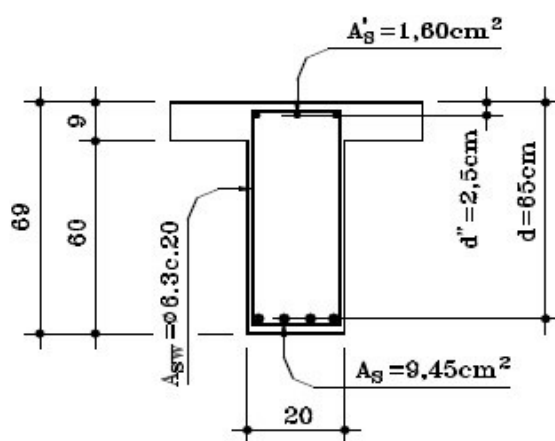
3.2.1.1 Exemplo 4.1 do manual da Viapol

O a ser comparado é o 4.1 do Manual de Reforço das Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono, que diz em seu enunciado:

Uma viga existente de concreto armado deverá ser reforçada para receber carregamentos majorados que a solicitam com um momento fletor máximo de $M_{ref} = 20,592 \text{ tfxm}$. O momento fletor devido ao peso próprio da viga é $M_g = 2,90 \text{ tfxm}$. Deverá ser utilizado para o reforço a fibra de carbono. (VIAPOL).

O enunciado ainda sugere adotar $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$, $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$, $d = 65 \text{ cm}$ e $d' = 4 \text{ cm}$, e apresenta o desenho da seção:

Figura 30 – Seção da viga do Exemplo 4.1 do manual da Viapol

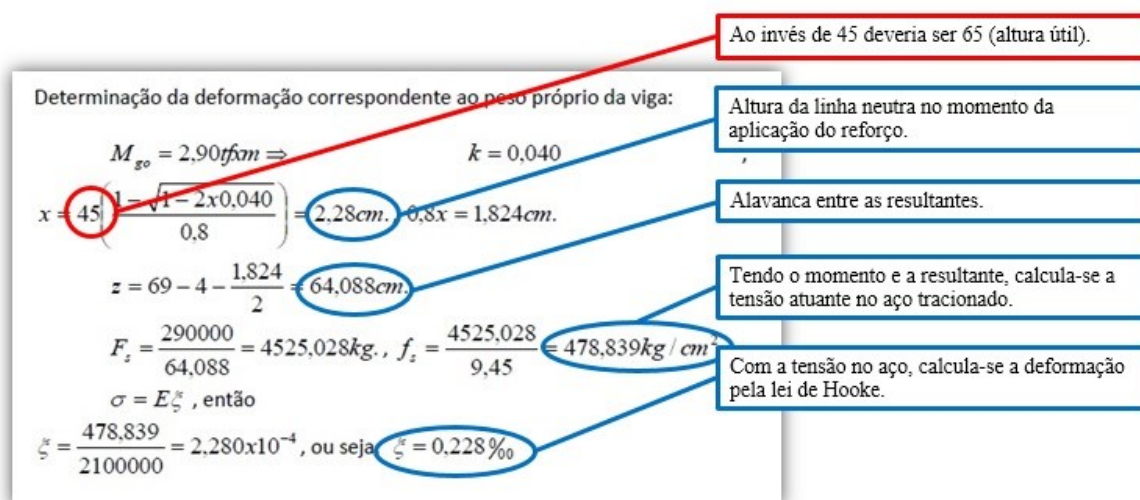


Fonte: Manual de Reforço das Estruturas de Concreto Armado com Fibras de Carbono, VIAPOL.

3.2.1.1.1 Dimensionamento segundo o manual

Inicialmente calcula-se a deformação inicial na base da viga, que deve ser subtraída da deformação final, a diferença será aplicada na lei de Hooke para definir a tensão atuante na fibra. A Figura 31 demonstra este passo inicial, o Autor toma a liberdade de adicionar comentários sobre as figuras para facilitar o entendimento.

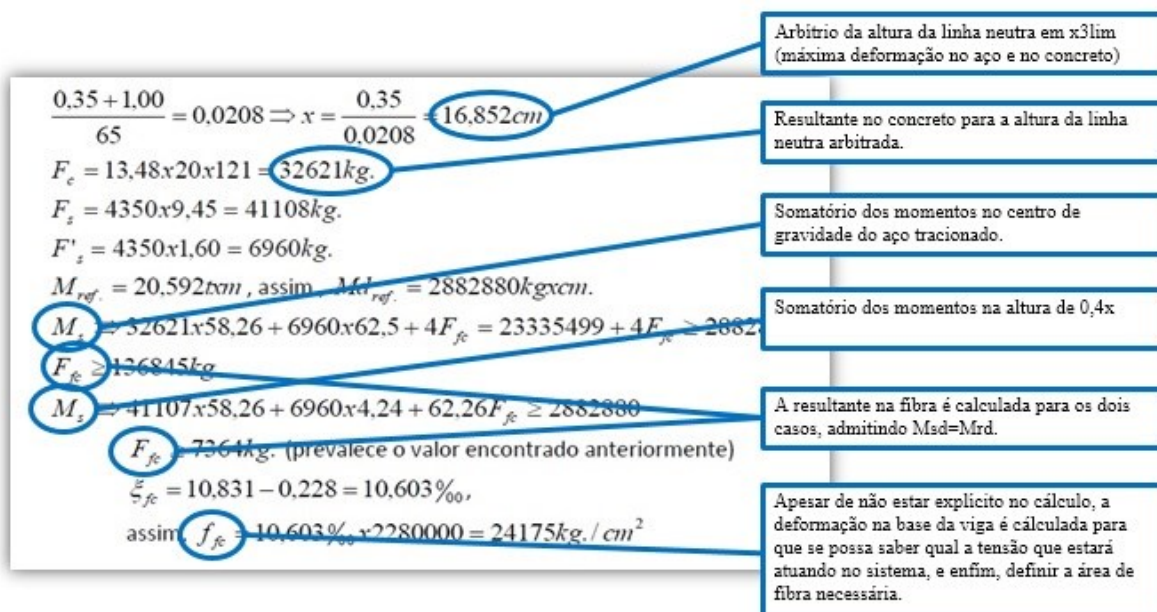
Figura 31 – Determinação da deformação inicial na base da viga



Fonte: Do Autor, adaptado de Viapol.

Tendo a deformação inicial calculada, inicia-se o cálculo do reforço arbitrando a altura da linha neutra, e em seguida a área de fibra de carbono, conforme a Figura 32.

Figura 32 – Cálculo da resultante na fibra de carbono

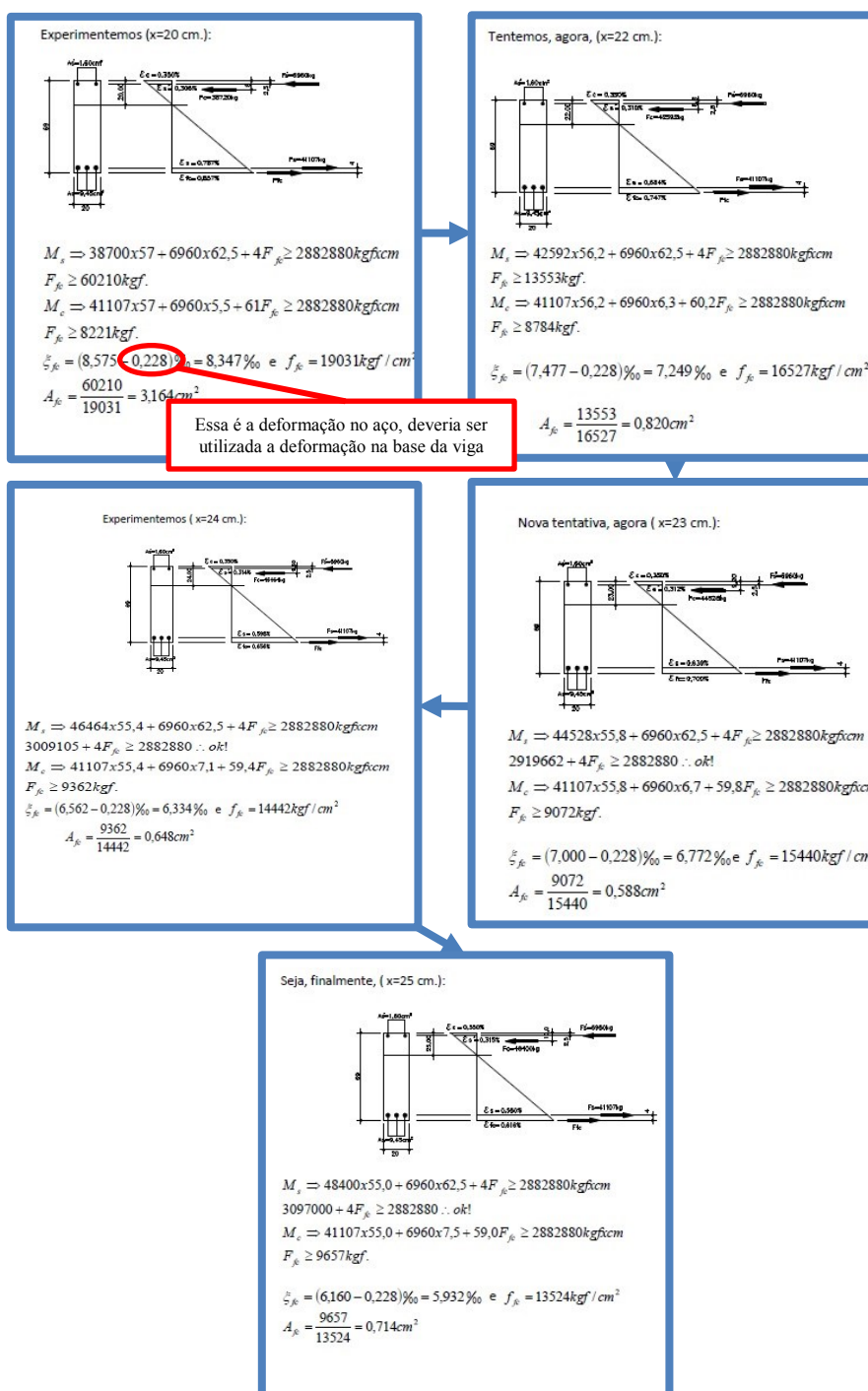


Fonte: Do Autor, adaptado de Viapol.

Adotando a maior resultante, e dividindo-a pela tensão atuante, encontra-se a área de fibra de carbono igual à $5,661 cm^2$.

Nota-se que a resultante na fibra de carbono foi calculada de modo a igualar $M_{rd}=M_{sd}$, mas o somatório das forças não é igual a zero, não satisfazendo o equilíbrio das forças. Este método ainda admite valor negativo para a força da fibra, que acontece quando o novo momento solicitante é menor do que o originalmente resistente pela viga. Na Figura 33 outras tentativas são expostas:

Figura 33 – Iteração para a determinação da altura da linha neutra

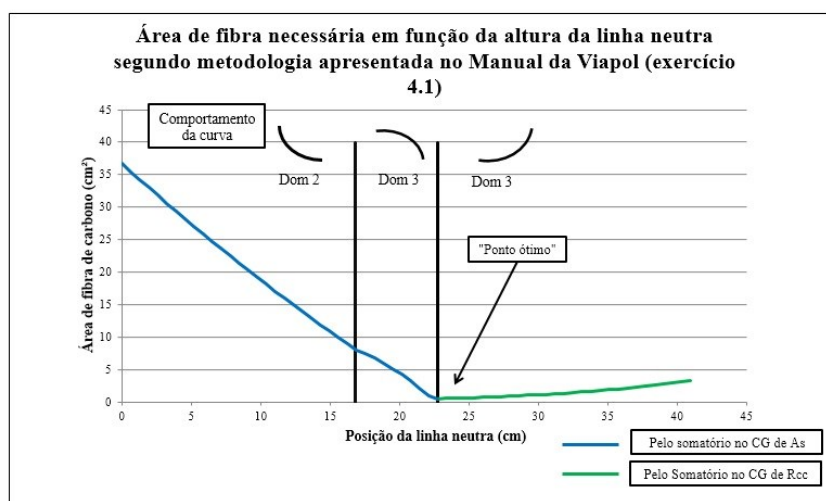


Fonte: Do Autor, adaptado de Viapol.

A menor área de fibra ocorreu na terceira tentativa, com a altura da linha neutra igual a 23 cm, segundo o manual, este é o ponto ótimo, mas em realidade é o local onde a resultante calculada tanto pelo somatório dos momentos no centro de gravidade da armadura como na altura de $0,4x$ se torna mais próxima, igualando o somatório das resultantes e satisfazendo as condições de equilíbrio.

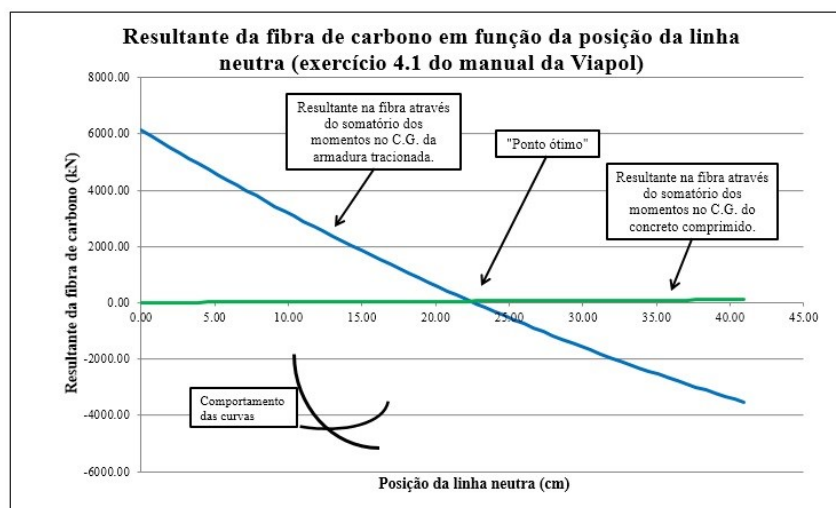
Para este exercício pode-se comparar o comportamento da resultante na fibra em função da altura da linha neutra e da maneira que ela foi calculada conforme os gráficos 6 e 7.

Gráfico 6 – Área de fibra de carbono em função da altura da linha neutra (exercício 4.1 do manual da Viapol)



Fonte: Do Autor, adaptado de Viapol.

Gráfico 7 – Resultante na fibra de carbono em função da altura da linha neutra (exercício 4.1 do manual da Viapol)



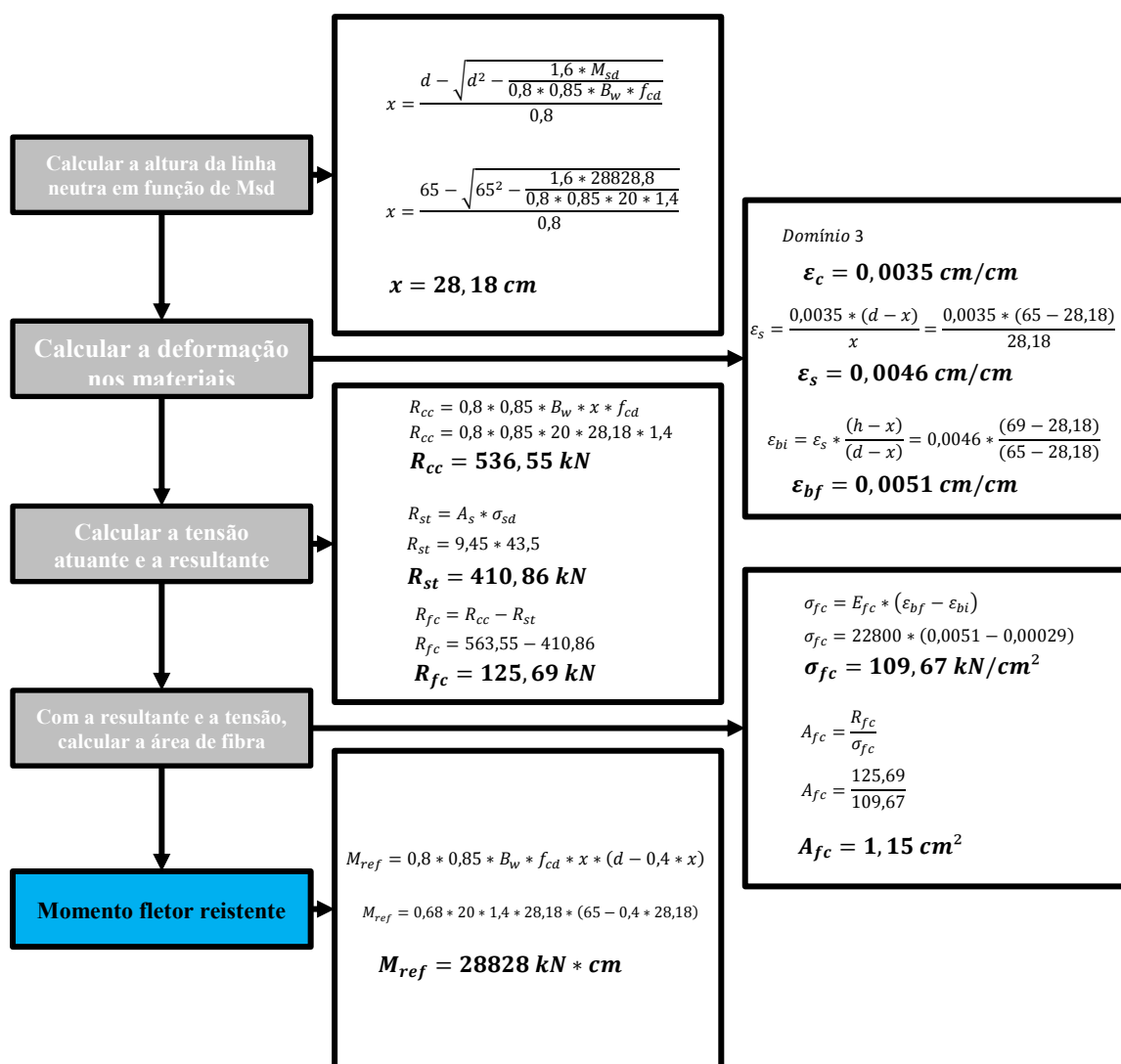
Fonte: Do Autor, adaptado de Viapol.

Portanto, a solução mais econômica encontrada, conforme calculado é uma área de fibra de carbono igual a 0,588 cm² para a altura da linha neutra igual a 23 cm.

3.2.1.1.2 Dimensionamento segundo o método proposto

Para demonstrar em exemplo numérico o funcionamento do fluxograma da Figura 29, o exercício será resolvido de paralelamente à leitura da figura, facilitando o entendimento. Apesar da deformação inicial calculada anteriormente estar com um valor diferente do que seria o correto, adotar-se-á o mesmo resultado. Portanto a resolução se explicita na Figura 34 abaixo:

Figura 34 – Processo de cálculo sem iteração



Os resultados obtidos são bastante divergentes, mas isso pode ser facilmente explicado; essa diferença é causada principalmente pela desconsideração da armadura de compressão, que fez com que a linha neutra ficasse a uma altura de 28,18 cm ao invés de 23 cm. Isso faz com que as resultantes sejam maiores para compensar a diminuição da alavanca do momento. Além desta observação, com a linha neutra mais para baixo, a deformação na base da viga torna-se menor, portanto a tensão atuante, regida pela lei de Hooke também diminui, sendo necessário uma maior área de fibra de carbono para uma mesma resultante. Outro ponto que explica parte desta diferença é a deformação inicial considerada, no primeiro método considerou-a igual à deformação do aço, sem levar em consideração o aumento da deformação causado pela diferença da distância entre a altura total da viga e a altura útil. Por fim, esta mesma distância foi utilizada para o cálculo da alavanca entre as resultantes da fibra e do concreto, que no segundo caso foi desconsiderado.

De maneira geral, o método proposto é mais conservador do que apresentado na bibliografia, por desconsiderar o pequeno aumento da alavanca entre as resultantes e considerar a armadura de compressão apenas em casos onde a altura da linha neutra tenha de ser limitada em função da ductilidade da viga.

3.2.1.1.3 Dimensionamento com o auxílio da planilha desenvolvida

A planilha desenvolvida, é similar a apresentada no item 3.1, mas nesta, a incógnita não é o momento fletor resistente, e sim a área de fibra de carbono necessária para resistir com segurança o momento solicitante. O cálculo inicia-se com a inserção dos dados de entrada, conforme as figuras 35 e 36.

Figura 35 – Dados de entrada para cálculo do reforço: parte 1

Nome	Módulo Elasticidade Gpa	Tensao Ruptura Mpa	Fabricante	Deformação %	Espessura mm
SikaWrap® FX-50 C	220	3200	Sika	1.7	0.167
Viapol Carbon CFW 300	230	4900	Viapol	2.1	0.166
Viapol Carbon Plate 1,2 mm	165	3000	Viapol	1.7	1.2
Viapol Carbon Plate 1,4 mm	165	3000	Viapol	1.7	1.4
Fibra exercício 4.1 do Manual da Viapol	240	3000	Fictício	2	2
Sistema MC-DUR CF - Sheets	230	4900	MC Bauchemie	2.1	0.166
Sistema MC-DUR CFK	260	2800	MC Bauchemie	1.7	1.2

Fonte: Do Autor.

Figura 36 – Dados de entrada para cálculo do reforço: parte 2

Dados de entrada:

Fibra	Fibra exercício 4.1 do Manual da Viapol
Fabricante	Fictício
Modulo de elasticidade (GPa)	240
Deformação máxima (%)	2
Tensão máxima (MPa)	3000
Espessura (mm)	2
Máxima altura da linha neutra (cm)	<input checked="" type="radio"/> 0,45d <input type="radio"/> x3lim
Momento fletor característico referente às cargas permanentes após o reforço (kN*cm)	10296
Momento fletor característico devido às cargas acidentais após o reforço (kN*cm)	10296
Momento fletor característico quando da aplicação do reforço (kN*cm)	2072
Momento fletor característico referente às cargas permanentes antes do reforço (kN*cm)	5000
Momento fletor característico referente às cargas acidentais antes do reforço (kN*cm)	5500
Exposição	Interior
Fator de redução da resistência da fibra	1

Fonte: Do Autor.

Na Figura 35, módulo de elasticidade inserido tem um valor maior do que o dado do exercício, isto porque no cálculo da área de fibra de carbono, o coeficiente de redução ambiental C_e , conforme item 2.4.5.1, é levado em consideração, porém o exemplo do manual não faz nenhuma menção a ele. Para tornar o cálculo equivalente, e comparável, dividiu-se o valor do exemplo por 0,95, admitindo exposição ao interior, conforme a Figura 36. Os campos “Tensão Ruptura”, “Deformação” e “Espessura” são utilizados para o cálculo das verificações, “Nome” e “Fabricante” são campos apenas informativos.

Na Figura 36, o “Fator de redução da resistência da fibra” faz referência ao item 2.4.5.3, e é tomado como valor unitário para que não haja divergência nos cálculos, no entanto em um projeto de reforço seu valor varia em função da ductilidade da viga.

O campo “Máxima altura da linha neutra” permite ao usuário definir qual a limitação da altura da linha neutra. A norma ABNT NBR 6118:2014 limita esta altura em 0,45d, porém, isto limitaria muito a capacidade resistência de vigas reforçadas, então, já que ainda não há uma norma específica para reforços compostos com fibra de carbono, deixa-se ao critério do projetista definir esta limitação. Reforça-se que o fator de redução de resistência da fibra, a favor da segurança, diminui à medida que a altura da linha neutra aumenta (e a deformação do aço diminui). Lembra-se ainda que a tensão atuante na fibra é função da deformação desta, ou seja, quanto menor a deformação, menor será a tensão atuante e consequentemente mais área de fibra será necessária.

Apesar de todas estas restrições para o dimensionamento de vigas com pouca ductilidade, uma consideração de cálculo deste trabalho torna o cálculo da área de fibra nos intervalos de $0,45d$ até x_{3lim} ainda mais conservador: a parcela da resultante do concreto contida neste intervalo é equilibrado com um acréscimo de material no reforço, pois como visto no item 3.1.1.2 o momento resistente antes do reforço despreza o concreto comprimido abaixo de $0,45d$, em outras palavras, é como se existisse menos armadura de tração na viga.

Antes de partir para os resultados, um último comentário se faz necessário: não foi possível encontrar um arranjo de armaduras que satisfaça a área de aço dada pelo exercício, a solução mais próxima encontrada foi de $9,55 \text{ cm}^2$ diante dos $9,65 \text{ cm}^2$ dados, segue na Figura 37 a definição adotada:

Figura 37 – Arranjo encontrado para armadura inferior

Espaçamento vertical (cm):

1ª Camada											
4.2	5	6.3	8	10	12.5	16	20	22	25	32	40
					1	1	2				
2ª Camada											
4.2	5	6.3	8	10	12.5	16	20	22	25	32	40
3ª Camada											
4.2	5	6.3	8	10	12.5	16	20	22	25	32	40
4ª Camada											
4.2	5	6.3	8	10	12.5	16	20	22	25	32	40

As
9.55 cm²

dd
0.91 cm

VOLTAR

Fonte: Do Autor.

A distância “dd” é medida do centro de gravidade da armadura até o lado da armadura transversal, e deve ser somada ao cobrimento inferior e ao diâmetro para que se possa encontrar a altura útil da viga. O centro de gravidade das armaduras varia em função do diâmetro das barras e do espaçamento vertical, para o caso de mais de uma camada, no valor de entrada do espaçamento vertical, deve-se adicionar além do espaço livre, o diâmetro de eventuais barras necessárias para garantir a posição adequada da armadura longitudinal.

Diante de todas as observações necessárias para o melhor entendimento dos cálculos, apresenta-se na Figura 38 o resultado obtido:

Figura 38 – Resultados do exemplo calculado pela planilha

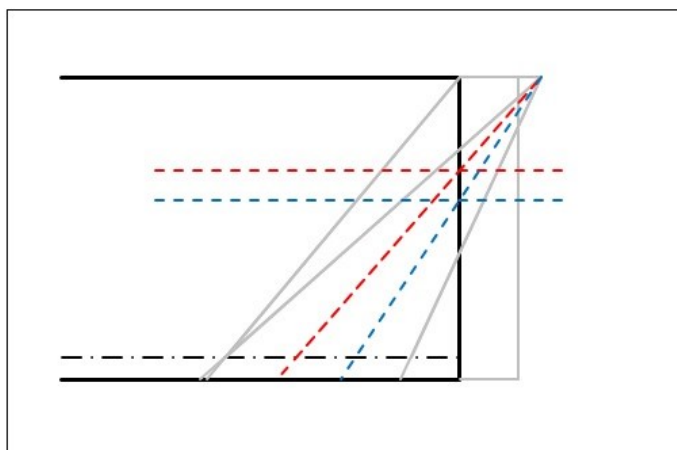
Cálculo:

Máximo momento resistente de cálculo:	(Eq. 20)	29329	kN*cm
Altura da linha neutra no momento da aplicação do reforço:	(Eq. 21)	2.36	cm
Resultante no concreto no momento da aplicação do reforço:	(Eq. 22)	46.03	kN
Deformação no aço tracionado no momento de aplicação do reforço:	(Eq. 23)	0.00023	cm/cm
Deformação na base da viga na aplicação do reforço:	(Eq. 24)	0.00025	cm/cm
Necessita reforço (ABNT NBR 6118:2014)?	(Eq. 25)	SIM	-
Reforço atende à ductibilidade estabelecida (0,45/0,63 π/d)?	(Eq. 26)	SIM	-
Nova combinação de solicitação atende ao critério ACI 440?	(Eq. 27)	SIM	-
Mínima altura da linha neutra para a nova solicitação:	(Eq. 28)	28.15	cm
Armadura de compressão passa a ser considerada?	(Eq. 29)	NÃO	-
Máxima tensão de cálculo da armadura de compressão:	(Eq. 30)	43.47	kN/cm ²
Tensão considerada na armadura de compressão:	(Eq. 31)	-	kN/cm ²
Deformação na base da viga após o reforço:	(Eq. 32)	0.00507	cm/cm
Tensão de cálculo atuante na fibra de carbono:	(Eq. 33)	109.89	kN/cm ²
Mínima resultante na fibra de carbono:	(Eq. 34)	131.84	kN
Mínima área de fibra de carbono:	(Eq. 35)	1.2	cm ²
Domínio:	(Eq. 36)	DOM 3	-

Fonte: Do Autor.

Como era de se esperar, a área de fibra de carbono ficou muito próxima da calculada pelo método sem interação, a diferença se deve principalmente pela diferença da área de aço devido ao arranjo das armaduras. As deformações também ficaram muito próximas, bem como a altura da linha neutra. A planilha ainda gera um novo diagrama de deformações, comparando o antes e o depois da execução do reforço, como pode ser visto na Figura 39:

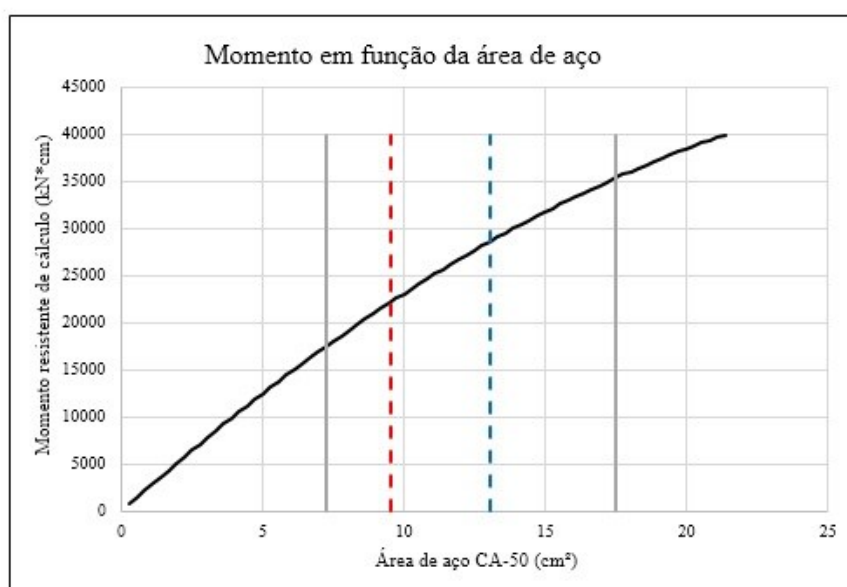
Figura 39 – Comparação dos diagramas de deformação



Fonte: Do Autor.

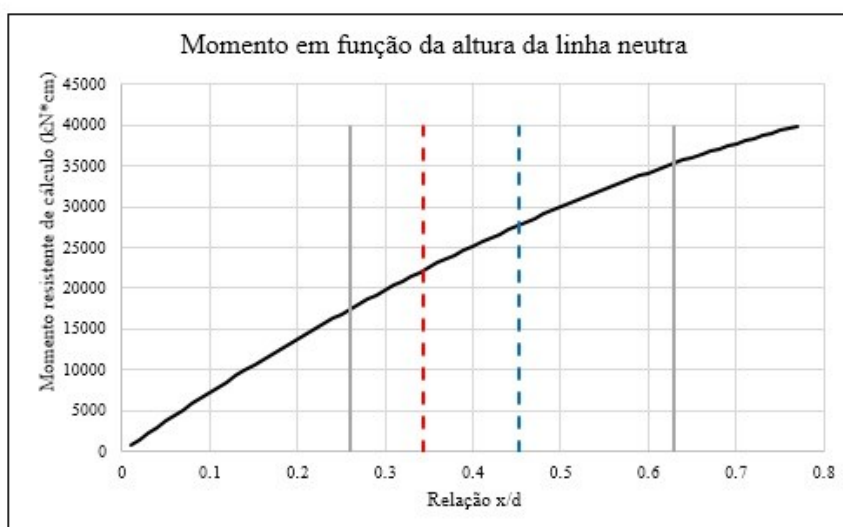
Na figura, as linhas em vermelho referem-se à situação antes do reforço, e as em azul depois da aplicação. Além do diagrama, gera-se gráficos, a título informativo, que fornecem informações como a área equivalente de aço que a fibra está crescendo na viga, bem como parâmetros de otimização, por exemplo, momento resistente em função da área de aço que podem ser vistas nos gráficos 8, 9 e 10:

Gráfico 8 – Momento em função da área de aço

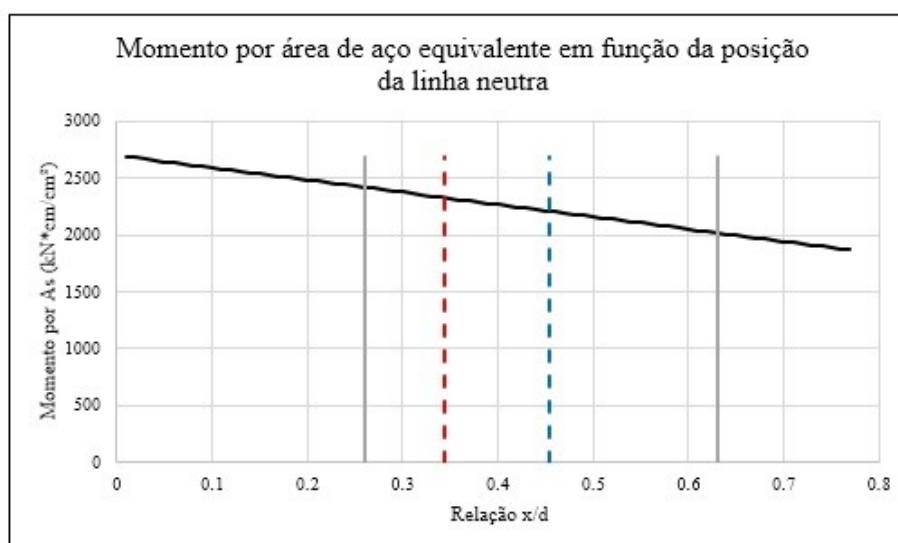


Fonte: Do Autor.

Gráfico 9 – Momento em função da altura da linha neutra



Fonte: Do Autor.

Gráfico 10 – Momento por área de aço equivalente em função da relação x/d 

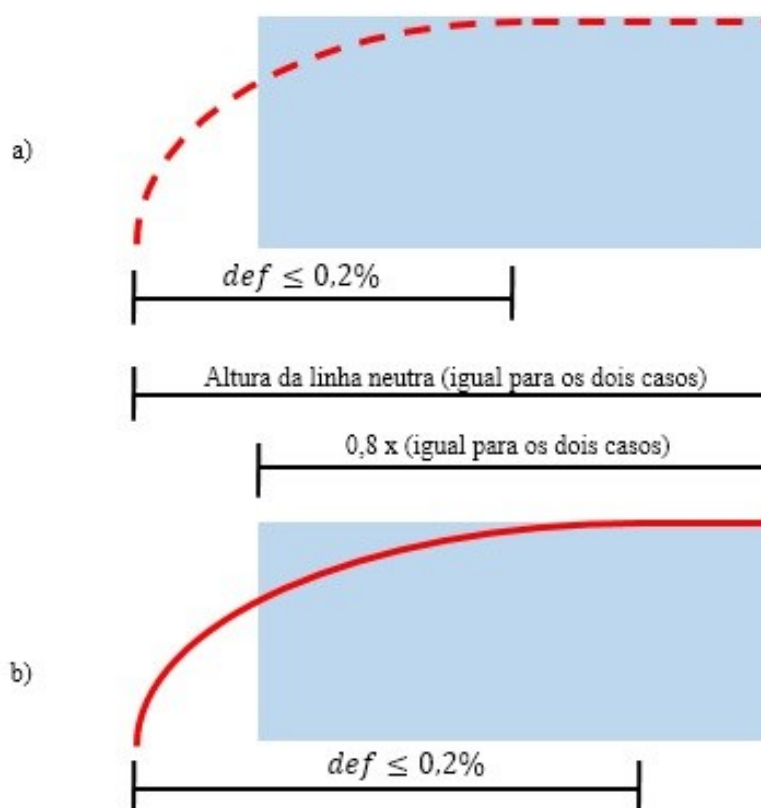
Fonte: Do Autor.

Apesar dos resultados satisfatórios, a deformação na fibra foi maior do que o limite exposto no item 2.4.5.4, com isso, o reforço está fora da norma e seu modo de ruptura seria de delaminação da fibra de carbono, o que não é desejável. Para solucionar esta questão, poder-se-ia aumentar o momento fletor solicitante, de maneira a calcular uma nova altura da linha neutra a fim de diminuir a deformação final na base da viga, este recurso é antieconômico, e reduziria a ductilidade da viga, é necessário ainda tomar cuidado para que a nova solicitação fictícia não ultrapasse o limite apresentado em 2.4.5.2. Outra maneira de solucionar esta questão, seria adotar a deformação na base igual a máxima permitida, e considerar a altura da linha neutra igual a calculada inicialmente, semelhante ao exemplo apresentado no item 15.3 da ACI 440 (*Flexural strengthening of an interior reinforced concrete beam with FRP laminates*). No entanto, esta solução causa estranheza, pois a viga a reta de deformação do diagrama de deformação da viga, estaria ora no domínio 2, ora no domínio 3.

A planilha desenvolvida ao longo deste trabalho, ainda não contempla as soluções apresentadas no parágrafo anterior, mas pode-se utilizar do recurso de aumentar o momento solicitante nos dados de entrada de modo a resolver a questão.

A Figura 40 mostra como seria o diagrama de deformações no caso de limitar a deformação da fibra, sem alterar a altura da linha neutra:

Figura 41 – Diagrama de tensões para mesma altura de linha neutra e diferentes deformações



Fonte: Do Autor.

3.2.2 Comparação com outros *softwares*

Para testar o roteiro de cálculo implementado na planilha de dimensionamento, será feita uma comparação com os outros *softwares* disponíveis gratuitamente. Os resultados certamente serão diferentes, haja vista que nenhum deles utiliza a norma brasileira de dimensionamento do concreto armado.

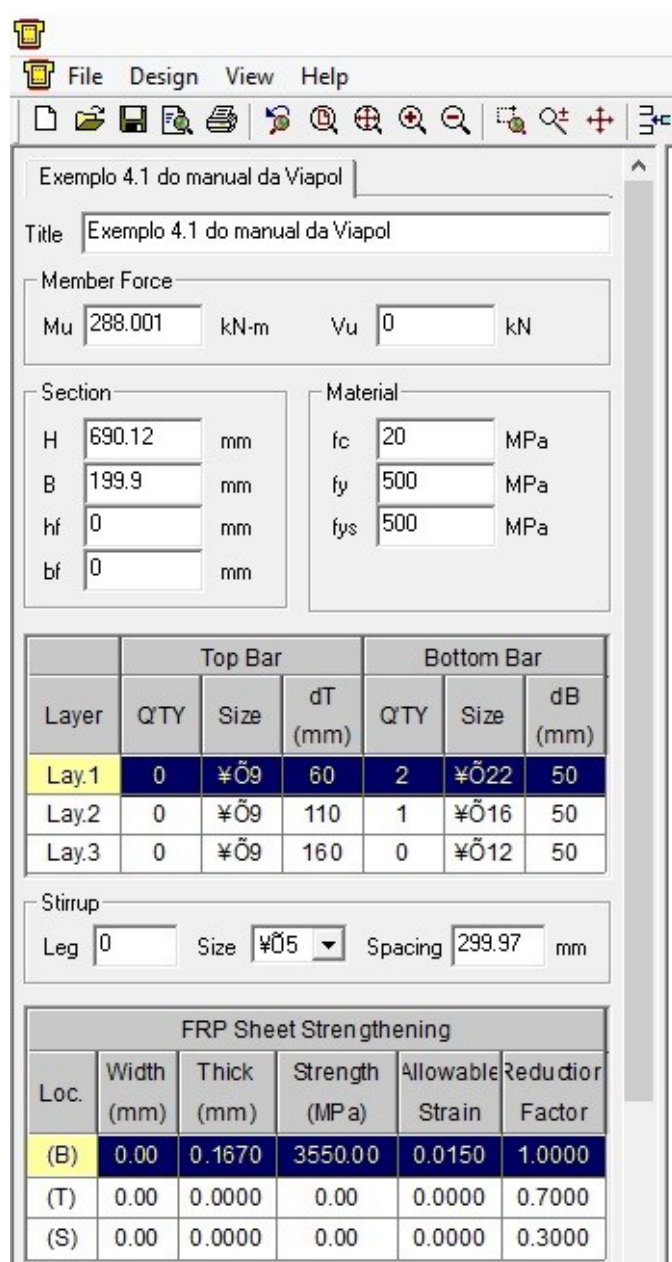
3.2.2.1 Dimensionamento com o *SKY-SAP (SK Chemicals)*

O *SKY-SAP 2007* da *SK Chemicals* é o programa preconizado pela VIAPOL e divulgado em seu manual disponibilizado em seu *website*. Seu funcionamento é baseado no problema reverso, onde dada a seção da viga e a área de fibra de carbono, o programa retorna o momento resistente. Serão feitas três simulações, a primeira onde a viga será desenhada sem

reforço, a segunda com o dimensionamento exposto no manual da Viapol (Item 3.2.1.1.1) e a terceira com o resultado calculado pelo método sem iteração (Item 3.2.1.1.2 e 3.2.1.1.3). Deve-se lembrar que o programa foi desenvolvido em data anterior ao da vigência das novas normas da ACI (318-11 e 440-08).

A primeira simulação retornará o momento resistente antes do reforço, como o item 3.1 porém com a norma americana, na Figura 42 tem-se os dados de entrada e na 43 os resultados.

Figura 42 – Dados de entrada no programa *SKY-SAP* para primeira simulação



Exemplo 4.1 do manual da Viapol

Title: Exemplo 4.1 do manual da Viapol

Member Force

Mu: 288.001 kN-m Vu: 0 kN

Section

H: 690.12 mm B: 199.9 mm hf: 0 mm bf: 0 mm

Material

fc: 20 MPa fy: 500 MPa fys: 500 MPa

Layer	Top Bar			Bottom Bar		
	QTY	Size	dT (mm)	QTY	Size	dB (mm)
Lay.1	0	#9	60	2	#22	50
Lay.2	0	#9	110	1	#16	50
Lay.3	0	#9	160	0	#12	50

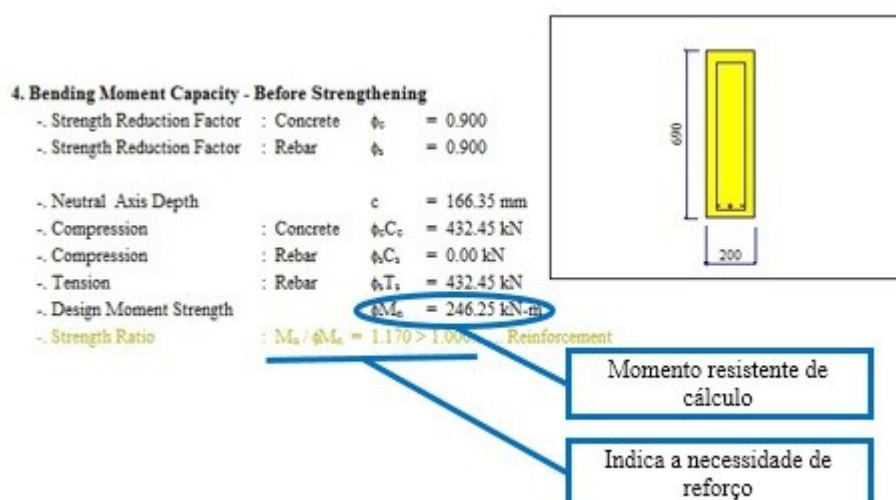
Stirrup

Leg: 0 Size: #5 Spacing: 299.97 mm

FRP Sheet Strengthening					
Loc.	Width (mm)	Thick (mm)	Strength (MPa)	Allowable Strain	Reduction Factor
(B)	0.00	0.1670	3550.00	0.0150	1.0000
(T)	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.7000
(S)	0.00	0.0000	0.00	0.0000	0.3000

Fonte: Do Autor. (print do *SKY-SAP*, SK Chemicals)

Figura 43 – Resultados do SKY-SAP para a primeira simulação

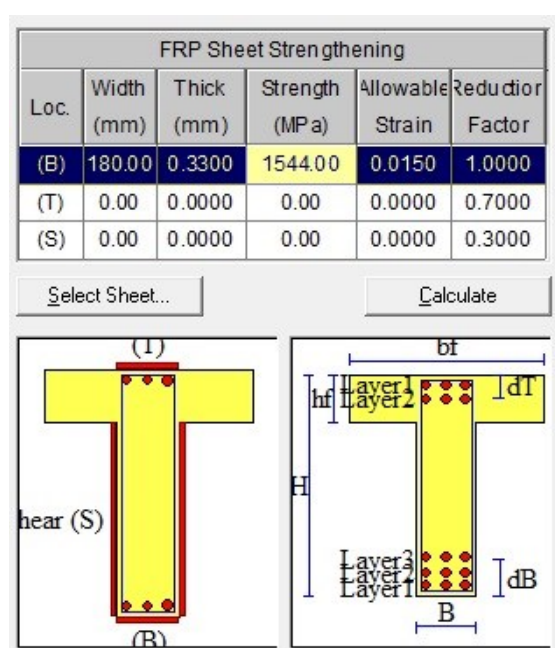


Fonte: Do Autor. (print do SKY-SAP, SK Chemicals), com adaptações.

O momento resistente de cálculo do programa ficou próximo ao calculado pela planilha, com diferença de 7,1% para cima, diferença justificada principalmente por causa das diferentes considerações de cálculo preconizadas pelas normas, além da área de aço, que apresenta uma pequena diferença (9,61 cm² para 9,45 cm²).

Na Figura 44 tem-se os dados de entrada para a adição de uma área de fibra de carbono igual a 0,588 cm².

Figura 44 – Dados de entrada no SKY-SAP para segunda simulação



Fonte: Do Autor. (print do SKY-SAP, SK Chemicals)

Não há um campo para a inclusão do módulo de elasticidade da fibra, então no campo da tensão foi inserido o produto da deformação da fibra pelo seu módulo de elasticidade, com valor igual ao apresentado na Figura 33. Também não há lugar para a quantidade de camadas de fibras, e este fator deve ser simulado aumentando a espessura do tecido. Na Figura 45, os resultados obtidos.

Figura 45 – Resultados do *SKY-SAP* para a segunda simulação

5. Bending Moment Capacity - After Strengthening			
- Strength Reduction Factor	: Concrete	ϕ_c	= 0.900
- Strength Reduction Factor	: Rebar	ϕ_s	= 0.900
- Strength Reduction Factor	: FRP	ϕ_{frp}	= 1.000
- Neutral Axis Depth		c	= 185.54 mm
- Compression	: Concrete	$\phi_c C_c$	= 482.35 kN
- Compression	: Rebar	$\phi_s C_s$	= 0.00 kN
- Tension	: Rebar	$\phi_s T_s$	= 432.45 kN
- Tension	: FRP	$\phi_{frp} T_{frp}$	= 49.90 kN
- Design Moment Strength		ϕM_n	= 273.23 kN-m
- Strength Ratio		$M_u / \phi M_n$	= 1.054 > 1.000 N.G
- Extreme Strain	: Concrete	ϵ_c	= 0.0030
- Extreme Strain	: Rebar	ϵ_s	= 0.0074
- Extreme Strain	: FRP	ϵ_{frp}	= 0.0082
- Failure Mode			: Steel Yielding ---> Concrete Crushing

Fonte: Do Autor. (print do *SKY-SAP*, SK Chemicals)

Analisando os resultados, percebe-se que o momento resistente após a execução do reforço é pouco menor que o solicitante, isso não quer dizer que o dimensionamento conforme o manual esteja errado, no programa não foram inseridas as armaduras negativas. Dobrando a espessura para simular a área de fibra igual a 1,18 cm² (conforme itens 3.2.1.1.2 e 3.2.1.1.3) chega-se a um momento resistente de 294 kNm pouco acima dos 288 kNm considerados como momento solicitante.

Os resultados podem ser considerados satisfatórios, ainda assim vale criticar a falta de um campo para a inserção do módulo de elasticidade (que provavelmente é deduzido a partir da máxima tensão e deformação da fibra) para o cálculo da tensão atuante. Outro ponto que pode ser melhorado neste programa, é o cálculo da deformação inicial, que não é feito pois não há campo para inserir o momento atuante na aplicação do reforço.

3.2.2.1.1 Vantagens e desvantagens

A principal vantagem do SKY-SAP é a facilidade com que se aprende a usá-lo, em pouco tempo já é possível entender seu funcionamento. Dentre as desvantagens, a principal é a de usar as normas americanas antigas, que já foram substituídas. Vale lembrar ainda que não há um campo para a inserção do “momento atuante na aplicação do reforço” que gera a deformação inicial na base da viga, que por sua vez é utilizada no cálculo da tensão atuante no sistema. Além destas, o SKY-SAP não é um programa de dimensionamento e sim de verificação, portanto cabe ao usuário adotar a incógnita principal do dimensionamento: a área de fibra de carbono, e testar iterativamente até que se estabeleça a quantidade mínima para resistir aos esforços. Sobre o relatório de cálculo, é bem simplificado, poderia expor de maneira mais detalhada o cálculo realizado na verificação.

3.2.2.2 Dimensionamento com o FRPpro Beam Flex (Prince Systems)

FRPpro Beam Flex é um programa que utiliza ambiente Excel em seu funcionamento. Sua versão mais atual foi lançada em 2015, e seu cálculo é baseado nas normas americanas do concreto (ACI 318) e do reforço com FRP (ACI 440). Seu *layout* é baseado nos exemplos de dimensionamentos do Item 15 da ACI 440-08. No programa serão inseridos os dados calculados pelo processo sem iteração. Nas Figura 46 e 47 tem-se alguns dados de entrada:

Figura 46 – Dados de entrada no *FRPpro Beam Flex*: parte 1:

1 - Beam Geometry and Capacity			
Beam length, l	-	m	
Beam width, b	200.0	mm	
Effective depth, d	650.0	mm	
Depth to FRP, d_f	690.0	mm	
Concrete compressive strength, f'_c	20.0	MPa	
Steel yield strength, f_y	500.0	MPa	
Modulus of Elasticity of steel, E_s	210000	MPa	
Area of tension steel, A_s	945	mm ²	
Existing Dead-load moment, $M_{DL, existing}$	29.0	kN-m	
Moment resistance of unstrengthened beam, ΦM_n	230.0	kN-m	
2 - Loadings and corresponding moments			
Design Dead-load moment, M_{DL}	103.0	kN-m	
Design Live-load moment, M_{LL}	103.0	kN-m	
Design Service-load moment, $M_S = 1.0 \cdot M_{DL} + 1.0 \cdot M_{LL}$	206.0	kN-m	
Factored moment, $M_u = 1.2 \cdot M_{DL} + 1.6 \cdot M_{LL}$	288.4	kN-m	(ACI 318-11 eq. 9-2)
Extended and heavy (greater than 7.2 kPa) live load?	Yes		
Unstrengthened moment limit, $(\phi R_n)_{existing}$	216.3	kN-m	(ACI 440.2R-08, eq. 9-1, sec. 9
Does $\Phi M_n \geq (\phi R_n)_{existing}$?	230.0 kN-m >	216.3 kN-m	
OK			

Fonte: Do Autor. (print do *FRPpro Beam Flex*, Prince Systems)

Figura 47 – Dados de entrada no *FRPpro Beam Flex*: parte 2

3 - Manufacturer's reported FRP system properties			
FRP Manufacturer	Fictício		
FRP Product	Fictício		
Properties of textile or laminate?	Textile		
Fiber material in the FRP	carbon		
Ultimate tensile strength, f_{tu}	2000	MPa	
Modulus of elasticity of FRP laminates, E_f	350770	MPa	
Rupture strain, ϵ_{fu}	0.002	mm/mm	

O módulo de elasticidade foi dividido por 0.65 (fator de redução em função da ductilidade) para que o exemplo fique semelhante aos calculados anteriormente.

Properties of the externally bonded FRP reinforcement:						
a	b	c	d	e	f	g
FRP product	FRP thickness t_f , mm	FRP width, w_f , mm	Number of FRP layers, n_f	Number of FRP groups, m_f	Area of FRP, $t_f w_f n_f m_f$, mm ²	Location
Fictício	0.165	180	4	1	118.8	
	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	
					$A_f =$	118.8 mm ²

Fonte: Do Autor. (print do *FRPpro Beam Flex*, Prince Systems)

Neste *software* o resultado final apontou que a solução adotada não atende a nova solicitação. O momento resistente após a aplicação do reforço, calculada pelo *FRPpro* foi de 156 kNm, o que é impossível, pois a viga sem a adição da fibra de carbono resiste a aproximadamente 230 kNm (pela ABNT NBR 6118:2014). O mais provável é que alguns dados tenham sido inseridos pelo usuário de maneira equivocada, e que devido ao tempo curto da versão *trial* (5 dias) não pode ser identificado, entendido e resolvido.

3.2.2.2.1 Vantagens e desvantagens

A planilha da *Prince Systems*, diferentemente do *SKY-SAP*, é atual, portanto utiliza as normas vigentes dos Estados Unidos. Seu *layout* “passo-a-passo” é interessante, e pode ser facilmente comparado aos exemplos da ACI 440-08.

O programa é limitado, resolve apenas flexão em vigas retangulares de armadura simples, e o ponto mais crítico é o processo de iteração, que deve ser feito manualmente pelo usuário. Na Figura 48 pode-se observar o trabalho a ser desempenhado pelo calculista:

Figura 48 – Iteração realizada pelo usuário

8 - Estimate c , the depth to the neutral axis

$c_{est} = 225 \text{ mm}$ Enter a value for c_{est} so that $c_{est} = c$ at the end of Step 11, or click the "CALCULATE" button in step 11.

9 - Effective strain in the FRP reinforcement

$\epsilon_{fe} = 0.001 \cdot \left(\frac{d_f}{c} \right)$ For a first estimate, try $c_{est} = 0.20 \cdot d$

$\epsilon_{fe} = 0.00159$

FRP debonding is failure mode

Therefore, $\epsilon_{fe} = 0.0017$

Calculate the concrete strain:

Force equilibrium is verified by checking the initial estimate of c .

$$c = \frac{A_s \cdot f_s + A_{s2} \cdot f_{s2}}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot b} \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-12})$$

Calculate

$c = 226 \text{ mm} = c_{est} = 225 \text{ mm}$

OK

Fonte: Do Autor. (print do FRPpro Beam Flex, Prince Systems)

3.2.2.3 Comentários sobre o BETONexpress (RUNET Software e Expert Systems)

O BETONexpress é um programa europeu, assim como os outros já apresentados, seu principal objetivo é a determinação do momento fletor resistente de uma viga reforçada. Não será feita a comparação da forma como anteriormente pois sua versão *demo* contém grandes limitações quanto as dimensões da viga. Na Figura 49 pode-se ter uma ideia da interface do programa:

Figura 49 – Interface do BETONexpress

Md=259.20kNm

Diagrama de uma viga reforçada:

- As2=4.02cm²
- As1=8.04cm²
- tf=1.00mm
- d1
- d2
- d
- Msd
- b=0.25m
- h=0.50m
- wf=0.250m
- Cnom=20mm

Nome de design object BEAM-001

Concrete-Steel class C25/30 - B500C

Partial factors for materials (EC2 §2.4.2.4) $\gamma_c = 1.50$, $\gamma_s = 1.15$

Concrete cover (EC2 §4.4.1) [mm] Cnom= 20 mm XC1

Cross section dimensions, width and height [m] b= 0.25 m h= 0.50 m

Beam reinforcement at bottom 4 Ø 16 + 0 Ø 16 As1=8.04cm²

Beam reinforcement at top fac 2 Ø 16 + 0 Ø 16 As2=4.02cm²

Name of strengthening (FRP) material FRP+epoxy

Modulus of elasticity of FRP [GPa] Ef= 100 GPa

Tensile strength of FRP [MPa] $\sigma_f = 1000$ MPa

Dimensions of FRP, tf=thickness [mm], wf=width [m] tf= 1.00 mm wf= 0.250 m

Moment under service load Mo= 0.00 kNm

Fonte: Do Autor. (print do BETONexpress, RUNET Software)

3.2.2.3.1 *Vantagens e desvantagens*

O programa não apresenta grandes vantagens em relação aos outros apresentados, seu funcionamento acaba por ser muito parecido com o SKY-SAP visto que em função das propriedades inseridas retorna o momento resistente. Sendo desenvolvido na Europa, baseia-se nas normas de lá, que não são usuais no Brasil.

4 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

4.1 CONCLUSÕES

O objetivo principal deste trabalho foi parcialmente concluído, assim como no concreto armado, o dimensionamento do reforço estrutural com fibras de carbono não se faz apenas determinando área de fibra necessária no estado limite último, mas também realizando as verificações nos estados limites de serviço, esta última, embora sabe-se realiza-la ficou de fora deste trabalho, para conhecimento, sugere-se a leitura da ACI 440, sobretudo o item 10.2.

Ao longo da programação da planilha automatizada, encontrou-se uma forma de facilitar o processo de cálculo: invertendo alguns passos do procedimento adotado pela literatura brasileira, e até mesmo a norma americana, pode-se determinar a área de fibra necessária em função do momento solicitante, ao invés de inicialmente adotar uma quantidade de material e depois realizar o cálculo do momento resistente. Esta “quebra” na iteração estende-se também ao cálculo da altura da linha neutra, que é realizada manualmente pelo usuário dependendo o *software* que esteja utilizando. Cabe lembrar que tal simplificação só é possível devido ao fato de desconsiderar o cobrimento no cálculo da alavanca da resultante da resultante da fibra, que normalmente é muito pequeno em relação à altura útil da viga. Acredita-se que o processo simplificado proposto neste trabalho, só não foi desenvolvido antes, porque o dimensionamento de reforço estrutural usualmente não é ensinado em cursos de graduação, ainda mais com materiais relativamente novos.

A primeira parte da planilha, determina o momento fletor resistente de uma seção de viga em concreto armado, e pode ser utilizada também para outros fins além do dimensionamento do reforço estrutural. Posteriormente, calculados os dados iniciais como altura da linha neutra e deformação inicial, parte-se para o cálculo da área necessária de fibra de carbono. A interface amigável e o relatório de cálculo, buscam conceder ao usuário a máxima transparência dos cálculos realizados.

É ainda objetivo deste trabalho, incentivar o desenvolvimento de uma norma adaptada para a realidade brasileira, tendo uma compatibilidade com a NBR 6118, pois algumas considerações da ACI 440, fazem referência à ACI 318 que podem ser diferentes da norma utilizada no Brasil.

4.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O autor sugere os seguintes tópicos para trabalhos futuros:

- a) Continuar o desenvolvimento desta planilha adicionando as verificações nos estados de serviço e implementando a solução para casos onde a deformação na base da viga ultrapasse o limite normativo.
- b) Realizar o mesmo processo de automatização para dimensionamento de reforços ao esforço cisalhante e por confinamento do concreto, incluindo a geração dos ábacos adimensionais para as situações antes e depois da instalação do sistema.
- c) Levantar dados de ensaios de vigas comparando os valores obtidos com os previstos por diversas normas e autores, verificando qual apresenta maior precisão, e quais as tendências de cada método.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, G. M. T. **Reforço de vigas de concreto armado por meio de cabos externos protendidos**. 2001. Dissertação (Mestrado)-Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-11) and Commentary**. Farmington Hills, 2011.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures (ACI 440.2R)**. Farmington Hills, 2008.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.
- BASF. **A química para a construção**. São Paulo: Basf S.A. Disponível em: <http://casae.basf.com.br/sac/web/casae/pt_BR/function/conversions:/publish/upload/sa/casae/basf_catalogo_quimica_para_construcao.pdf> . Acesso em: 10 maio 2017.
- BASF. **Manual Técnico 2016**. Disponível em <[https://assets.master-builders-solutions.basf.com/Shared%20Documents/PDF/Portuguese%20\(Brazil\)/BASF%20-%20Manual%20T%C3%A9cnico%202016%20vers%C3%A3o%20web%20v005.pdf](https://assets.master-builders-solutions.basf.com/Shared%20Documents/PDF/Portuguese%20(Brazil)/BASF%20-%20Manual%20T%C3%A9cnico%202016%20vers%C3%A3o%20web%20v005.pdf)>. Acesso em: 07 jun. 2017.
- BASTOS, P. S. S. **Fundamentos do concreto armado**. Notas de aula da disciplina de Estruturas de concreto I. Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2006. 92p
- BASTOS, P. S. S. **Flexão normal simples – vigas**. Notas de aula da disciplina de Estruturas de concreto I. Universidade Estadual Paulista, Bauru, 2015. 78p.
- BOTELHO, M. H. C. e MARCHETTI, O. **Concreto armado eu te amo**. 7. ed. São Paulo: Edgard Blucher. 2013. v. 1
- CARVALHO, R. C. ; FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado segundo a NBR 6118:2014**. São Carlos, EdUFSCar, 2014.
- DE LUCA, L. C. **Cisalhamento em vigas de concreto armado reforçadas com compósitos de fibras de carbono: avaliação dos critérios de projeto**. 2006. Dissertação (Mestrado)-Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2006.
- FORTES, A. S. **Vigas de concreto armado reforçadas com fibras de carbono**. 2000. Dissertação (Mestrado)- Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000.
- HUSNI, R. Reparación y refuerzo. **Boletín Técnico 02**. Merida: ALCONPAT Internacional, 2013. Disponível em <http://alconpat.org.br/wp-content/uploads/bol2_capa.pdf>. Acesso em: 07 jun 2017.
- LEONHARDT, F. e MÖNNING, E. **Construções de concreto, princípios básicos do dimensionamento de estruturas de concreto armado**. Rio de Janeiro: Interciência, 1977. v.1

MACHADO, A. de P. **Reforço de estruturas de concreto armado com sistemas compostos FRP teoria e prática**. São Paulo: PINI, 2015.

MC BAUCHEMIE. **Manual Técnico – Linhas de Produtos 2015/16**. Disponível em <<http://www.mc-bauchemie.com.br/wp-content/uploads/2013/12/manual-mc-para-infraestruturaindustria.pdf>>. Acesso em: 07 jun. 2017.

MULITERNO, B. K. e PRAVIA, Z. M. C. Modelos para vigas de concreto armado. **Téchne**, São Paulo, v. 231, p. 22-25, jun. 2016.

PACHECO, J e HELENE, P. Controle da Resistência do Concreto. **Boletín Técnico 09**. Merida: ALCONPAT Internacional, 2013. Disponível em <<http://alconpat.org.br/wp-content/uploads/2012/09/B9-Controle-da-Resist%C3%Aancia-do-Concreto.pdf>>. Acesso em: 07 jun. 2017.

SIKA. **Manual técnico produtos Sika 2015**. Disponível em <<http://bra.sika.com/pt/solucoes-produtos/publicacoes/manual-tecnico-sika.html>>. Acesso em: 19 maio 2017.

SOUZA, V. C. de e RIPPER, T. **Patologia, recuperação e reforço de estruturas de concreto**. São Paulo: PINI, 1998.

SUDANO, A. L. **Influência da forma da seção transversal no confinamento de pilares de concreto armado encamisados com PRFC (polímero reforçado com fibra de carbono)**. 2005. Dissertação (Mestrado). Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

TOMAZ, E. **Trincas em edifícios, causas, prevenção e recuperação**. São Paulo: PINI, 1989.

VIAPOL. **Manual de reforço das estruturas de concreto armado com fibras de carbono**. Disponível em <<http://www.viapol.com.br/media/97576/manual-fibra-de-carbono.pdf>>. Acesso em: 19 maio 2017.

VIAPOL. **Manual Viapol 2016**. Disponível em <http://www.viapol.com.br/media/145607/af_manualviapol2016_final_lowcompressed.pdf>. Acesso em: 19 maio 2017.

APÊDICES

APÊNDICE A – Relatório de cálculo (momento resistente)



ESTUDOS DE DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO

Memória de cálculo: momento resistente da seção sem reforço

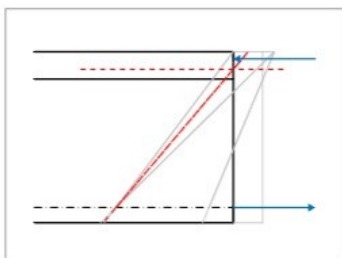
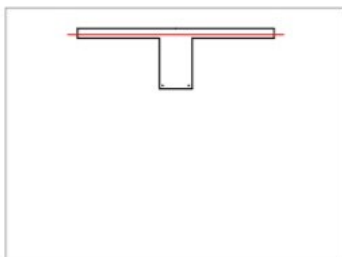
Projeto: Exemplo da apostila Flexão normal simples - vigas: BASTOS (2015) página 65
Autor: THOMÉ
Observações: Teste de validação para o TCC: seção T com armadura simples

Convenções:

CASO 1: Viga retangular
 -> CASO 2: Seção T $0,8x \leq hf$
 CASO 3: Seção T $0,8x > hf$

Dados de entrada:

Tipo de viga VIGA T
 Altura da viga (cm) 50
 Altura da mesa (cm) 8
 Largura da viga (cm) 20
 Largura da mesa (cm) 120
 Cobrimento superior (cm) 2
 Cobrimento inferior (cm) 2
 Cobrimento lateral (cm) 2
 Concreto (Mpa) 30
 γ_c (sem unidade) 1.4
 Coeficiente de Rush 0.85
 γ_s (sem unidade) 1.15
 Diâmetro dos estribos (mm) 6.3
 Espaçamento dos estribos (cm) 20
 Tensão de escoamento do aço (Mpa) CA-50
 Módulo de elasticidade do aço (Mpa) 210000
 Armadura inferior (cm²) 20.65
 Armadura superior (cm²) 0
 Seção com ligação? NÃO



Cálculo:

Eq. 1:	Altura da linha neutra 1:
	$x_1 = 0.45 * 45.53 = 20.49 \text{ cm}$
Eq. 2:	Resultante no concreto 1:
	$R_{cc1} = 0.85 * 2.14 * 0.8 * 20.49 * 120 = 2054.18 \text{ kN}$
Eq. 3:	Resultante no aço tracionado 1:
	$R_{st1} = 20.65 * 434.78 = 897.83 \text{ kN}$
Eq. 4:	Resultante no concreto 2:
	$R_{cc2} = \text{menor}(2054.18; 897.83) = 897.83 \text{ kN}$
Eq. 5:	Altura da linha neutra 2:
	$x_2 = 897.83 / (0.85 * 2.14 * 0.8 * 120) = 5.13 \text{ cm}$
Eq. 6:	Parcela da mesa:
	$R_{cc(\text{mesa})} = 0.85 * 2.14 * 0.8 * 5.13 * 120 = 897.83 \text{ kN}$
Eq. 7:	Parcela da alma:
	$R_{cc(\text{alma})} = 0 \text{ kN}$ (toda resultante do concreto está na mesa)
Eq. 8:	Armadura dupla?
	$(Eq. 8) = \text{se}(2054.18 \text{ maior ou igual a } 897.83; "NÃO"; "SIM") = NÃO$
Eq. 9:	Força a ser resistida pela armadura comprimida:
	$R_{sc} = \text{se}((Eq. 8) = "NÃO"; 0; (897.83 - 897.83)) = 0 \text{ kN}$
Eq. 10:	Máxima força resistida pela armadura comprimida:
	$R_{sc} = 0 * 435 = 0 \text{ kN}$
Eq. 11:	Resultante no aço tracionado 2:
	$R_{st2} = \text{se}((Eq. 8) = "NÃO"; 897.83; 897.83 + \text{menor}(0; 0)) = 897.83 \text{ kN}$
Eq. 12:	Alavanca aço - concreto da mesa:
	$Z_{\text{mesa}} = 45.53 - 0.4 * 5.13 = 43.47 \text{ cm}$
Eq. 13:	Alavanca aço - concreto da alma:
	$Z_{\text{alma}} = 0 \text{ cm}$ (toda a resultante está na mesa)
Eq. 14:	Alavanca aço - aço:
	$Z_{\text{aço}} = 0 \text{ cm}$ (não há armadura de compressão)
Eq. 15:	Momento fletor resistente de cálculo:
	$M_{rd} = 897.83 * 43.47 + 0 * 0 + 0 * 0 = 39030.37 \text{ kN} \cdot \text{cm}$
Eq. 16:	Domínio:
	$(Eq. 16) = \text{se}(5.13 \text{ menor ou igual a } 11.8; "DOM 2"; "DOM 3") = DOM 2$
Eq. 17:	Deformação no concreto:
	$\text{Def-conc} = (0.0100 * 5.13) / (45.53 - 5.13) = 0.0013 \text{ cm/cm}$
Eq. 18:	Deformação no aço tracionado:
	Domínio 2, portanto deformação fixa em 0.0100 cm/cm
Eq. 19:	Deformação na base da viga:
	$\text{Def-base} = 0.01 * (50 - 5.13) / (45.53 - 5.13) = 0.0111 \text{ cm/cm}$

Observações:

- As equações são adaptadas da NBR 6118, com o auxílio da apostila de BASTOS - FLEXÃO NORMAL SIMPLES VIGAS fevereiro/2015, e expressas detalhadamente no trabalho escrito.

- Na memória de cálculo existem pequenos erros de arredondamento, mas a planilha trabalha com todas as casas decimais do Excel®.

APÊNDICE B – Relatório de cálculo (dimensionamento)



ESTUDOS DE DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO

Memória de cálculo: dimensionamento do reforço

Projeto: Exercício 4.1 Manual da Viapol
 Autor: THOME
 Observações: Exemplo TCC

Dados de entrada:

	Fibra	Fibra exercício 4.1 do Manual da Viapol
	Fabricante	Fictício
	Modulo de elasticidade (GPa)	240
	Deformação máxima (%)	2
	Tensão máxima (MPa)	3000
	Espessura (mm)	2
	Máxima altura da linha neutra (cm)	x3lim
Momento fletor característico referente às cargas permanentes após o reforço (kN*cm)		10296
Momento fletor característico devido às cargas acidentais após o reforço (kN*cm)		10296
Momento fletor característico quando da aplicação do reforço (kN*cm)		2072
Momento fletor característico referente às cargas permanentes antes do reforço (kN*cm)		5000
Momento fletor característico referente às cargas acidentais antes do reforço (kN*cm)		5500
	Exposição	Interior
	Fator de redução da resistência da fibra	1

Modelo de cálculo:

Calcular a nova altura da linha neutra, de forma a sua resultante atender a nova solicitação, após isto, calcular a área de fibra de carbono necessária para satisfazer o somatório das forças na direção x.

Convenções:

CASO 1: Viga retangular
 CASO 2: Seção T $0,8x \leq h_f$
 CASO 3: Seção T $0,8x > h_f$

Formulário e cálculo:

Equação 20: Máximo momento resistente de cálculo da seção (kN*cm):

CASO 1	$M_{ref-max} = 0,8 * 0,85 * B_w * f_{cd} * x_{max} * (d - 0,4 * x_{max}) + A'_s * \sigma' * (d - d')$
CASO 2	$M_{ref-max} = 0,8 * 0,85 * B_f * f_{cd} * x_{max} * (d - 0,4 * x_{max}) + A'_s * \sigma' * (d - d')$
CASO 3	$M_{ref-max} = 0,8 * 0,85 * B_w * f_{cd} * x_{max} * (d - 0,4 * x_{max}) + (B_f - B_w) * h_f * 0,85 * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f) + A'_s * \sigma' * (d - d')$

$$0,8 * 0,85 * 20 * 1,42 * 40,19 * (63,96 - 0,4 * 40,19) + 0 * 43,5 * (63,96 - 4,13) = 37390,78 \text{ kN*cm}$$

Equação 21: Altura da linha neutra no momento da aplicação do reforço (cm):

CASO 1	CASO 2	CASO 3
$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{1,6 * M_{ref}}{0,8 * 0,85 * B_w * f_{cd}}}}{0,8}$	$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{1,6 * M_{ref}}{0,8 * 0,85 * B_f * f_{cd}}}}{0,8}$	$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - 1,6 * \left[\frac{M_{ref} - (B_f - B_w) * h_f * 0,85 * f_{cd} * (d - 0,5 * h_f)}{0,8 * 0,85 * B_w * f_{cd}} \right]}}{0,8}$

$$(63,96 - ((63,96 * 63,96 - ((1,6 * 2900,8) / (0,8 * 0,85 * 20 * 1,42))))^{0,5} / 0,8 = 2,36 \text{ cm}$$



ESTUDOS DE DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO Memória de cálculo: dimensionamento do reforço

Equação 22: Resultante no concreto no momento da aplicação do reforço (kN):

CASO 1	$R_{cc} = 0,8 + 0,85 \cdot B_w \cdot x \cdot f_{cd}$
CASO 2	$R_{cc} = 0,8 + 0,85 \cdot B_f \cdot x \cdot f_{cd}$
CASO 3	$R_{cc} = (B_f - B_w) \cdot h_f \cdot 0,85 \cdot f_{cd} + 0,8 + 0,85 \cdot B_w \cdot x \cdot f_{cd}$
$0,8 + 0,85 \cdot 20 \cdot 2,36 \cdot 1,4285 = 46,03 \text{ kN}$	

Equação 23: Deformação no aço tracionado no momento de aplicação do reforço (cm/cm):

$\epsilon_s = \frac{R_{cc}}{A_s \cdot E_s}$	$46,03 / (9,55 \cdot 21000) = 0,00023 \text{ cm/cm}$
---	--

Equação 24: Deformação na base da viga na aplicação do reforço (cm/cm):

$\epsilon_{bl} = \epsilon_s \cdot \frac{(h - x)}{(d - x)}$	$0,00023 \cdot (69 - 2,36) / (63,96 - 2,36) = 0,00025 \text{ cm/cm}$
--	--

Equação 25: Necessita reforço (ABNT NBR 6118:2014)?:

(Eq. 25) = se $(M_{rd(perc)} \geq M_{rd(nom)})$; NÃO; SIM	se (23008,18 maior ou igual a 28828,8; "NÃO"; "SIM") = SIM
--	--

Equação 26: Reforço atende à ductibilidade estabelecida $(0,45/x3 \lim \pi/d)$?:

(Eq. 26) = se $(\epsilon_s \geq M_{rd(nom)})$; SIM; NÃO	se (37390,78 maior ou igual a 28828,8; "SIM"; "NÃO") = SIM
--	--

Equação 27 Nova combinação de solicitação atende ao critério ACI 440?:

(Eq. 27) = se $(M_{rd(perc)} \geq (1,2 \cdot \text{permanentes} + 0,8 \cdot \text{acidentais}))$; SIM; NÃO	se (23008,18 maior ou igual a $(1,2 \cdot 10296 + 0,8 \cdot 10296)$; "SIM"; "NÃO") = SIM
---	---

Equação 28: Mínima altura da linha neutra para a nova solicitação (cm):

CASO 1	CASO 2	CASO 3
$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{1,6 \cdot M_{rd}}{0,8 + 0,85 \cdot B_w \cdot f_{cd}}}}{0,8}$	$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - \frac{1,6 \cdot M_{rd}}{0,8 + 0,85 \cdot B_f \cdot f_{cd}}}}{0,8}$	$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - 1,6 \cdot \left[\frac{M_{rd} - (B_f - B_w) \cdot h_f \cdot 0,85 \cdot f_{cd} + (d - 0,5 \cdot h_f)}{0,8 + 0,85 \cdot B_w \cdot f_{cd}} \right]}}{0,8}$
$(63,96 - ((63,96 \cdot 63,96 - ((1,6 \cdot 28828,8) / (0,8 \cdot 0,85 \cdot 20 \cdot 1,4285)) \wedge 0,5) / 0,8 = 28,15 \text{ cm}$		

Equação 29: Armadura de compressão passa a ser considerada?:

(Eq. 29) = se $(M_{rd(cc)} \geq M_{sd})$; NÃO; SIM	se (37390,78 maior ou igual a 28828,8; "NÃO"; "SIM") = NÃO
---	--

$M_{rd(cc)}$ = Momento resistente proporcionado pelo concreto comprimido (kN*cm)

Equação 30: Máxima tensão de cálculo da armadura de compressão (kN/cm²):

$\sigma'_{sd} = \frac{\epsilon'_s \cdot E_s}{\gamma_s} \leq f'_{yd}$	$(0,00314 \cdot 21000) / 1,15$ menor ou igual a 43,47 portanto, (Eq. 30) = 43,47 kN/cm²
--	---

Equação 31: Tensão considerada na armadura de compressão (kN/cm²):

$\sigma'_{sd} = \frac{(M_{sd} - M_{rd(cc)}) \cdot A'_s}{d - d'}$	$((28828,8 - 37390,78) \cdot (0)) / (63,96 - 4,13) = -$
--	---



ESTUDOS DE DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO Memória de cálculo: dimensionamento do reforço

Equação 32: Deformação na base da viga após o reforço (cm/cm):

$\epsilon_{bf} = \epsilon_s + \frac{(h-x)}{(d-x)}$	$((69 - 28.15) / (63.96 - 28.15)) * 0.00445 = 0.00507 \text{ cm/cm}$
--	--

Equação 33: Tensão de cálculo atuante na fibra de carbono (kN/cm²):

$\sigma_{fc} = C_s + \phi * E_{fc} * (\epsilon_{bf} - \epsilon_{bu}) \leq C_s + \phi * \sigma_{fu}$	$0.95 * 1 * 24000 * (0.00507 - 0.00025) \text{ menor ou igual a } 0.95 * 1 * 300, \text{ portanto (Eq. 33)} = 109.89 \text{ kN/cm}^2$
---	---

Equação 34: Mínima resultante na fibra de carbono (kN):

$R_{fc} = R_{cc} + A'_s * \sigma'_{su} - A_s * \sigma_{sd}$	$547.06 + (0 * -) - 9.55 * 43.47 = 131.84 \text{ kN}$
---	---

Equação 35: Mínima área necessária de fibra de carbono (cm²):

$A_{fc} = \frac{R_{fc}}{\sigma_{fc}}$	$131.84 / 109.89 = 1.2 \text{ cm}^2$
---------------------------------------	--------------------------------------

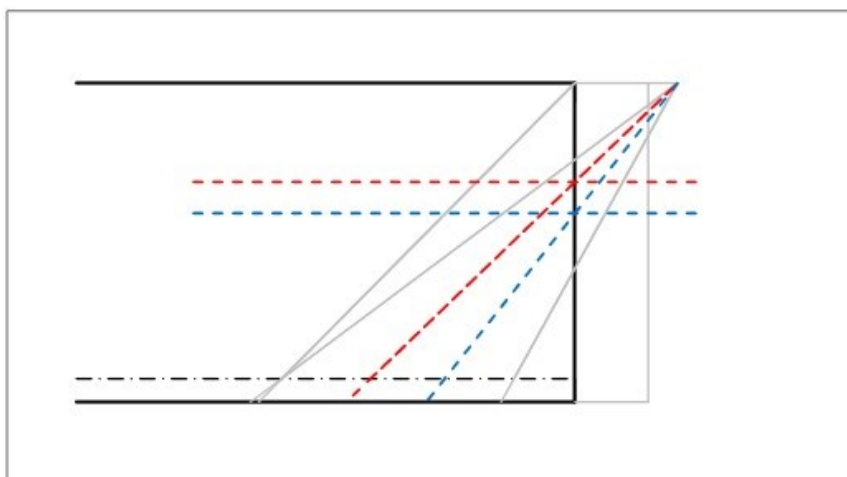
Equação 36: Domínio:

$(Eq. 36) = se((Eq. 28) \leq x_{2lim}; \text{DOM 2}; \text{DOM 3})$	$se(28.15 \text{ menor ou igual a } 16.58; \text{"DOM 2"; "DOM 3"}) = \text{DOM 3}$
---	---

Equação 37: Verificação da deformação máxima da fibra:

$se((Eq. 32) \leq (0.45 * \frac{f_{ck}}{n * E_f + t_f} \leq 0.9 * \epsilon_{fu}); \text{SIM}; \text{NÃO})$	$se(0.00507 \text{ menor ou igual a } ((0.41 * ((20 / (1 * 240000 * 2))) <= (0.9 * 0.019)); \text{"SIM"; "NÃO"}) = \text{NÃO}$
--	--

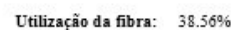
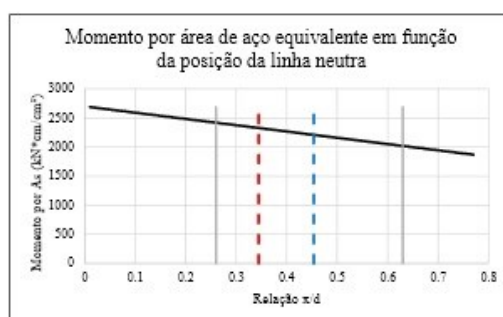
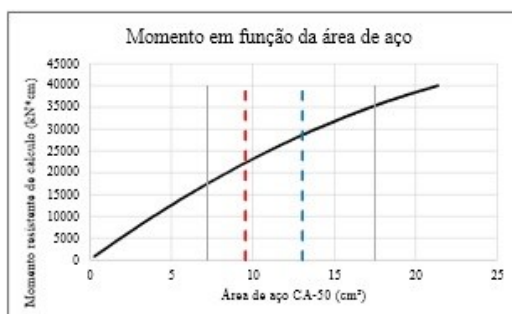
Resultados gráficos:





ESTUDOS DE DIMENSIONAMENTO DE REFORÇO COM FIBRA DE CARBONO

Memória de cálculo: dimensionamento do reforço



Resultante em área de aço CA-50: 3.04 cm²

Observações:

This image shows a single sheet of white paper with horizontal blue or grey ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

ANEXOS

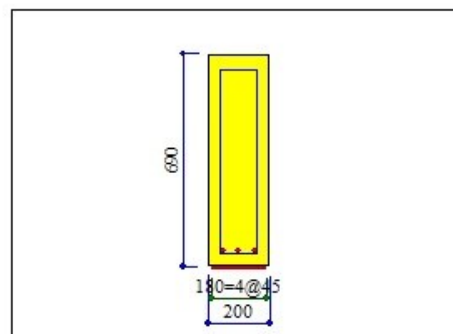
ANEXO A – Relatório do SKY-SAP

PROJECT	Exemplo TCC	DATE	2017-5-31
SUBJECT	Exemplo 4.1 do manual da Viapol	CALCU. By	THOMÉ

1. Geometry and Materials

Design Code : KBC-S05, ACI 440.2R
 Design Concept : ISIS CANADA - Design Manual No.4
 Material Data : $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ($\beta_1=0.850$)
 : $f_y = 500 \text{ MPa}$
 : $f_{ys} = 500 \text{ MPa}$

Section : $H \times B = 690.1 \times 199.9 \text{ mm}$
 Bot. Bar (Layer2) : 1 - $\varnothing 16$ ($d_B = 50 \text{ mm}$)
 Bot. Bar (Layer1) : 2 - $\varnothing 22$ ($d_B = 50 \text{ mm}$)
 Stirrups : 0 - $\varnothing 5 @ 300 \text{ mm}$



2. Reinforcing Materials

Position	$W_{sp} \text{ (mm)}$	$T_{sp} \text{ (mm)}$	$f_{sp} \text{ (MPa)}$	$\varepsilon_{sp, Allow}$	ϕ_{sp}	Product
Bottom	180.00	0.6600	3000.00	0.0150	1.0000	Á%Ô¼Å SK-N300 (4 Ply)

3. Member Force and Moment

- $M_u = 288.00 \text{ kN-m}$
 - $V_u = 0.00 \text{ kN}$

4. Bending Moment Capacity - Before Strengthening

- Strength Reduction Factor : Concrete $\phi_c = 0.900$
 - Strength Reduction Factor : Rebar $\phi_s = 0.900$

 - Neutral Axis Depth $c = 166.35 \text{ mm}$
 - Compression : Concrete $\phi_c C_c = 432.45 \text{ kN}$
 - Compression : Rebar $\phi_s C_s = 0.00 \text{ kN}$
 - Tension : Rebar $\phi_s T_s = 432.45 \text{ kN}$
 - Design Moment Strength $\phi M_n = 246.25 \text{ kN-m}$
 - Strength Ratio : $M_u / \phi M_n = 1.170 > 1.000 \dots \text{Reinforcement}$

5. Bending Moment Capacity - After Strengthening

- Strength Reduction Factor : Concrete $\phi_c = 0.900$
 - Strength Reduction Factor : Rebar $\phi_s = 0.900$
 - Strength Reduction Factor : FRP $\phi_{sp} = 1.000$

 - Neutral Axis Depth $c = 223.59 \text{ mm}$
 - Compression : Concrete $\phi_c C_c = 581.28 \text{ kN}$
 - Compression : Rebar $\phi_s C_s = 0.00 \text{ kN}$
 - Tension : Rebar $\phi_s T_s = 432.45 \text{ kN}$
 - Tension : FRP $\phi_{sp} T_{sp} = 148.83 \text{ kN}$
 - Design Moment Strength $\phi M_n = 324.34 \text{ kN-m}$

PROJECT	Exemplo TCC	DATE	2017-5-31
SUBJECT	Exemplo 4.1 do manual da Viapol	CALCU. By	THOMÉ

- Strength Ratio : $M_u / \phi M_n = 0.888 \leq 1.000$ O.K

- Extreme Strain : Concrete $\epsilon_c = 0.0030$

- Extreme Strain : Rebar $\epsilon_s = 0.0056$

- Extreme Strain : FRP $\epsilon_{sp} = 0.0063$

- Failure Mode : Steel Yielding ---> Concrete Crushing

6. Check FRP Strain at Required Flexural Strength

- Design Moment Strength $\phi M_n = 288.00$ kN-m

- Neutral Axis Depth $c = 253.47$ mm

- Concrete Strain $\epsilon_c = 0.0024$

- Rebar Strain $\epsilon_s = 0.0037$

- FRP Strain $\epsilon_{sp} = 0.0042$

7. Check Tension Reinforcements

- $A_s = \Sigma(A_{bar} + A_{sp} \cdot (f_{sp} \phi_{sp}) / (f_y \phi_s)) = 1753.00$ mm²

- $A_{s'} = \Sigma(A_{bar'}) = 0.00$ mm²

- $d_c = \Sigma(A_s \cdot d_{ct}) / (A_s) = 27.26$ mm

- $d_c' = \Sigma(A_{s'} \cdot d_{cc}) / (A_{s'}) = 0.00$ mm

- $d = H - d_c = 662.86$ mm

- $A_{s,min1} = 0.25 \cdot \sqrt{f_{ck}} / f_y \cdot Bd = 296.29$ mm²

- $A_{s,min2} = 1.4 / f_y \cdot Bd = 371.02$ mm²

- $A_{s,min} = \text{Max}(A_{s,min1}, A_{s,min2}) = 371.02 < 1753.00$ mm² O.K

- $\rho_b = 0.85 \cdot \beta_1 \cdot (f_{ck} / f_y) \cdot 600 / (600 + f_y) = 0.0158$

- $f_{sb'} = 600 - d_c' / d \cdot (600 + f_y) = 600.00$ MPa

- $f_{sb} = \text{Min}(f_{sb'}, f_y) = 500.00$ MPa

- $A_{s,max} = 0.75 \cdot \rho_b \cdot Bd + A_{s'} \cdot f_{sb} / f_y = 1566.58 \leq 1753.00$ mm² N.G

8. Check Shear Force

- Strength Reduction Factor : Concrete $\phi_c = 0.850$

- Strength Reduction Factor : Stirrup $\phi_s = 0.850$

- $\phi_c V_c = \phi_c \cdot 1/6 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot Bd = 81.07$ kN

- $\phi_s V_s = \phi_s \cdot A_v f_y d / s = 0.00$ kN

- $\phi V_n = \phi_c V_c + \phi_s V_s = 81.07$ kN $\geq V_u = 0.00$ kN O.K

ANEXO B – Relatório de cálculo gerado pelo FRP Beam Flex

FRP^{pro}™ Beam Flex

Worksheet for flexural strengthening of a standard, singly reinforced concrete beam with externally applied and near-surface mounted FRP laminates based on the procedures of the American Concrete Institute ACI 440.2R-08.

 = required input cells

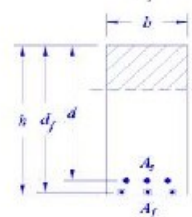
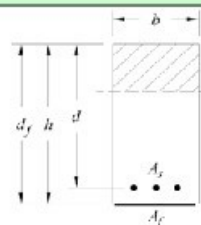
 = optional input cells

Date:	12/jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOMÉ
Project Location:	-	Project No.:	-
Description:	Exemplo para o TCC		

1 - Beam Geometry and Capacity

Beam length, l
 Beam width, b
 Effective depth, d
 Depth to FRP, d_f
 Concrete compressive strength, f'_c
 Steel yield strength, f_y
 Modulus of Elasticity of steel, E_s
 Area of tension steel, A_s
 Existing Dead-load moment, $M_{DL, existing}$
 Moment resistance of unstrengthened beam, ΦM_n

-	m
200.0	mm
650.0	mm
690.0	mm
20.0	MPa
500.0	MPa
210000	MPa
945	mm ²
29.0	kN-m
230.0	kN-m



2 - Loadings and corresponding moments

Design Dead-load moment, M_{DL}
 Design Live-load moment, M_{LL}
 Design Service-load moment, $M_S = 1.0 \cdot M_{DL} + 1.0 \cdot M_{LL}$
 Factored moment, $M_u = 1.2 \cdot M_{DL} + 1.6 \cdot M_{LL}$
 Extended and heavy (greater than 7.2 kPa) live load?
 Unstrengthened moment limit, $(\phi R_n)_{existing}$
 Does $\Phi M_n \geq (\Phi R_n)_{existing}$?

103.0	kN-m
103.0	kN-m
206.0	kN-m
288.4	kN-m (ACI 318-11 eq. 9-2)
Yes	
216.3	kN-m (ACI 440.2R-08, eq. 9-1, sec. 9.2)
230.0	kN-m > 216.3 kN-m
OK	

3 - Manufacturer's reported FRP system properties

FRP Manufacturer	Fictício
FRP Product	Fictício

Properties of textile or laminate?

Fiber material in the FRP
 Ultimate tensile strength, f^*_{tu}
 Modulus of elasticity of FRP laminates, E_f
 Rupture strain, ϵ^*_{ru}

Textile	
carbon	
2000	MPa
350770	MPa
0.002	mm/mm

Date:	12/jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOMÉ
Project Location:	-	Project No.:	-
Description:	Exemplo para o TCC		



Properties of the externally bonded FRP reinforcement;

a	b	c	d	e	f	g
FRP product	FRP thickness tf, mm	FRP width, wf, mm	Number of FRP layers, nf	Number of FRP groups, mf	Area of FRP, tf-wf-nf-mf mm2	Location
Fictício	0.165	180	4	1	118.8	
	0	0	0	0	0	
	0	0	0	0	0	
					$A_f =$	118.8 mm ²

4 - Calculate the FRP system design material properties

Environmental reduction factor C_E

$$C_E = 0.95 \quad (\text{ACI 440.2R-08, Table 9.1})$$

$$f_{fu} = C_E \cdot f_{fu}^*$$

$$f_{fu} = 1900 \text{ MPa}$$

$$\varepsilon_{fu} = C_E \cdot \varepsilon_{fu}^*$$

$$\varepsilon_{fu} = 0.0019 \text{ mm/mm}$$

5 - Existing Beam Properties

β_1 from ACI 318-11, § 10.2.7.3:

$$\beta_1 = \begin{cases} \text{for } 17 \text{ MPa} \leq f_c \leq 28 \text{ MPa psi, } \beta_1 = 0.85 \\ \text{for } f_c' > 28 \text{ MPa, } \beta_1 = 0.85 - 0.05 \left(\frac{f_c' - 28}{7} \right) \\ \text{but } \beta_1 \text{ shall not be less than } 0.65 \end{cases}$$

therefore, $\beta_1 = 0.85$

Modulus of Elasticity of Normal Weight Concrete, E_c

$$E_c = 4,700 \sqrt{f_c'} \quad (\text{ACI 318-11, § 8.5.1})$$

$$E_c = 21000 \text{ MPa}$$

The modular ratio of elasticity between steel and concrete, n_s

$$n_s = \frac{E_s}{E_c}$$

$$n_s = 10.0$$

Date:	12/jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOMÉ
Project Location:	-	Project No.:	-
Description:	Exemplo para o TCC		

6 - Existing strain on the beam soffit

Using cracked beam analysis, calculate the depth to the neutral axis, y , and the moment of inertia of the cracked section, I_{cr} .

Ratio of steel reinforcing to the concrete section

$$\rho_s = \frac{A_s}{b \cdot d}$$

$$\rho_s = 0.00727$$

Ratio of FRP reinforcing to the concrete section

$$\rho_f = \frac{A_f}{b \cdot h}$$

$$\rho_f = 0.00091$$

The ratio of depth of the neutral axis to the depth of steel reinforcement, k

$$k = \sqrt{\left(\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c} \right)^2 + 2 \cdot \left(\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c} \cdot \left(\frac{d_f}{d} \right) \right)} - \left(\rho_s \cdot \frac{E_s}{E_c} + \rho_f \cdot \frac{E_f}{E_c} \right)$$

$$k = 0.343$$

Calculate the elastic depth to the cracked neutral axis

$$y = k \cdot d$$

$$y = 223 \text{ mm}$$

The moment of inertia of the cracked section can then be found by

$$I_{cr} = \frac{b \cdot y^3}{3} + n_s \cdot A_s \cdot (d - y)^2$$

$$I_{cr} = 2.46\text{E}+09 \text{ mm}^4$$

Finally, the strain on the soffit due to the existing dead load can be found by

$$\varepsilon_{s1} = \frac{M_{DL,existing} (d_f - k \cdot d)}{I_{cr} \cdot E_c}$$

$$\varepsilon_{s1} = 0.00026$$

7 - Design strain of the FRP system (ACI 440.2R-08, § 10.1.1, and eq. 10-2)

$$\varepsilon_{fd} = \begin{cases} \text{for NSM applied FRPs, } \varepsilon_{fd} = \kappa_m \cdot \varepsilon_{fu}, \text{ where } \kappa_m = 0.7 \\ \text{for all other externally bonded FRPs, } \varepsilon_{fd} = 0.41 \sqrt{\frac{f'_c}{n_f \cdot E_f \cdot t_f}} \leq 0.9 \cdot \varepsilon_{fu} \end{cases}$$

Date:	12/jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOMÉ
Project Location:	-	Project No.:	-
Description:	Exemplo para o TCC		

← b →

$$\epsilon_{fd} = 0.0038 > 0.0017$$

Therefore FRP rupture controls design so use

$$\epsilon_{fs} = 0.0017$$

8 - Estimate c , the depth to the neutral axis

$$c_{est} = 225 \text{ mm}$$

Date:	12/jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOMÉ
Project Location:	-	Project No.:	-
Description:	Exemplo para o TCC		

9 - Effective strain in the FRP reinforcement

$$\varepsilon_{fe} = 0.003 \cdot \left(\frac{d_f - c}{c} \right) - \varepsilon_{si} \leq \varepsilon_{fd} \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-3})$$

$$\varepsilon_{fe} = 0.0059 > 0.0017$$

FRP debonding is failure mode

Therefore, $\varepsilon_{fe} = 0.0017$

Calculate the concrete strain:

$$\varepsilon_c = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{si}) \cdot \left(\frac{c}{d_f - c} \right) \leq \varepsilon_{cu} = 0.003$$

$$\varepsilon_c = 0.0010 \leq 0.003$$

therefore, $\varepsilon_c = 0.0010$

Calculate the strain in the existing reinforcing steel

$$\varepsilon_s = (\varepsilon_{fe} + \varepsilon_{si}) \cdot \left(\frac{d - c}{d_f - c} \right) \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-10})$$

$$\varepsilon_s = 0.0018$$

10 - Stress level in the reinforcing steel and FRP

Stress on the reinforcing steel:

$$f_s = E_s \cdot \varepsilon_s \leq f_y \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-9 and 10-11})$$

$$f_s = 378.5 \text{ ksi} \leq 500 \text{ MPa}$$

Stress on the steel is less than yield stress therefore use,

$$f_s = 378.50828 \text{ MPa}$$

Stress on the FRP:

$$f_{fe} = E_f \cdot \varepsilon_{fe}$$

$$f_{fe} = 599.8 \text{ MPa}$$

11 - Internal force resultants and equilibrium check

Calculate the strain, ε'_c , corresponding to f'_c ,

$$\varepsilon'_c = \frac{1.7 \cdot f'_c}{E_c}$$

$$\varepsilon'_c = 0.0016$$

Calculate β_1 , the ratio of the equivalent rectangular compressive stress block depth to the neutral axis depth, c , and α_1 , the ratio of average concrete stress.

$$\beta_1 = \frac{4 \cdot \varepsilon'_c - \varepsilon_c}{6 \cdot \varepsilon'_c - 2 \cdot \varepsilon_c}$$

$$\beta_1 = 0.71$$

Date:	12/jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOMÉ
Project Location:	-	Project No.:	-
Description:	Exemplo para o TCC		

← b →

$$\alpha_1 = \frac{3 \cdot \varepsilon'_\varepsilon \cdot \varepsilon_\varepsilon - \varepsilon_\varepsilon^2}{3 \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon'^2_\varepsilon}$$

$$\alpha_1 = 0.669$$

Date:	12jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOMÉ
Project Location:	-	Project No.:	-
Description:	Exemplo para o TCC		

← b →

Force equilibrium is verified by checking the initial estimate of c ,

$$c = \frac{A_s \cdot f_s + A_f \cdot f_{fe}}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot b} \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-12})$$

$$c = 226 \text{ mm} = c_{est} = 225 \text{ mm}$$

OK

1.44

12 - Adjust c_{est} until force equilibrium is satisfied

Equilibrium is achieved when c equals c_{est} . If not, try another value for c_{est} in Step 8.

13 - Flexural strength components

Steel contribution to bending resistance

$$M_{ns} = A_s \cdot f_s \cdot \left(d - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \right) \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-13})$$

$$M_{ns} = 203.9 \text{ kN-m}$$

FRP contribution to bending resistance

$$M_{nf} = A_f \cdot f_{fe} \cdot \left(d_f - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \right) \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-13})$$

$$M_{nf} = 43.5 \text{ kN-m}$$

14 - Design flexural strength of the section

First check the strength reduction factor, Φ based on the strain of the reinforcing steel, ϵ_s

$$\Phi = \begin{cases} 0.90 & \text{for } \epsilon_s \geq 0.005 \\ 0.65 + (\epsilon_s - 0.002)(250/3) & \text{for } 0.002 < \epsilon_s < 0.005 \\ 0.65 & \text{for } \epsilon_s \leq 0.002 \end{cases} \quad (\text{ACI 318-11, fig. R9.3.2})$$

In Step 10, ϵ_s was found to be 0.0018 therefore,

$$\Phi = 0.65$$

Calculate the design flexural strength

$$\Phi M_n = \phi (M_{ns} + \psi_f \cdot M_{nf}) \geq M_u \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-1 & 10-13})$$

$$\Phi M_n = 156.5 \text{ kN-m} < 288.4 \text{ kN-m}$$

DESIGN FAILS

where $\psi_f = 0.85$

Therefore the strengthened section **IS NOT** capable of sustaining the new required moment strength.

Date:	12/jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOME
Project Location:	-	Project No.	-
Description:	Exemplo para o TCC		

← b →

15 - Reinforcing steel stress check at the service load level

Calculate the service stress level in the reinforcing steel. Verify that it is less than the recommended limit.

$$f_{s,s} = \frac{\left[M_s + \varepsilon_{si} \cdot A_f \cdot E_f \cdot \left(d_f - \frac{y}{3} \right) \right] \cdot (d - y) \cdot E_s}{A_s \cdot E_s \cdot \left(d - \frac{y}{3} \right) \cdot (d - y) + A_f \cdot E_f \cdot \left(d_f - \frac{y}{3} \right) \cdot (d_f - y)} \leq 0.80 \cdot f_y \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-6 \& 10-14})$$

$$f_{s,s} = \frac{313.9 \text{ kN-m}}{302.8 \text{ kN-m}}$$

Not Recommended

Therefore the stress level in the reinforcing steel **IS NOT** within the recommended limit.

16 - Creep rupture limit of the FRP check at the service load level

Calculate the stress level in the FRP.

$$f_{t,s} = f_{s,s} \cdot \left(\frac{E_f}{E_s} \right) \cdot \left(\frac{d_f - y}{d - y} \right) - \varepsilon_{si} \cdot E_f \leq 0.55 \cdot f_{fe} \quad (\text{ACI 440.2R-08, eq. 10-15 \& table 10.1 for carbon FRP})$$

$$f_{t,s} = \frac{481.5 \text{ kN-m}}{1045.0 \text{ kN-m}}$$

OK

Therefore the stress level in the FRP **IS** within the recommended sustained + cyclic stress limit.

17 - Development length

Bonded anchorage length, l_{df}

$$l_{df} = 0.057 \sqrt{\frac{n E_f t_f}{f_c}}$$

$$l_{df} = 227.52 \text{ mm}$$

18 - Summary of Results

Summary of factors and moment resistance				
FRP reduction factor ψ_f	Strength reduction factor Φ	Beam strength without FRP reinforcing ΦM_n (unrein.) kN-m	Beam strength with FRP reinforcing ΦM_n (reinf.) kN-m	Required ultimate flexural strength M_u kN-m
0.85	0.65	230.0	156.5	288.4

Summary of FRP product specifications and locations						
FRP product	FRP thickness t_f , mm	FRP width, w_f , mm	Number of FRP layers, n_f	Number of FRP groups, m_f	Area of FRP, $t_f \cdot w_f \cdot n_f \cdot m_f$ mm ²	Location
Fictício	0.165	180.0	4	1	118.8	0

Date:	12/jun/17	Company:	-
Project Name:	Exercício 4.1 Manual da Viapol	Input By:	THOMÉ
Project Location:	-	Project No.	-
Description:	Exemplo para o TCC		

						$\leftarrow b \rightarrow$
0.0	0	0	0	0	0	0
0.0	0	0	0	0	0	0
				$A_r = 118.8 \text{ mm}^2$		

Notes: 1. Symbols and notations follow the conventions in ACI 440.2R-08.

ANEXO C – Relatório de cálculo gerado pelo BETONexpress

Project Beton

Pg. 1

1. BEAM-001

Moment capacity of beam section with FRP strengthening
(EC2 EN1992-1-1:2004, EC0 EN1990:2002,)

$b_w=0.250$ m, $h=0.500$ m

$A_{s1}=4\phi 16$ (8.04cm²), $A_{s2}=2\phi 16$ (4.02cm²)

FRP+epoxy, $t(\text{FRP})=1.00$ mm

Reinforced concrete design

Concrete-Steel class: C25/30-B500C

(EC2 §3)

Environmental class : XC1

(EC2 §4.4.1)

Concrete cover : $C_{nom}=20$ mm

(EC2 §4.4.1)

$\gamma_c=1.50$, $\gamma_s=1.15$

(EC2 Table 2.1N)

$f_{cd}=\alpha_{cc} \cdot f_{ck}/\gamma_c=1.00 \times 25/1.50=16.67$ MPa

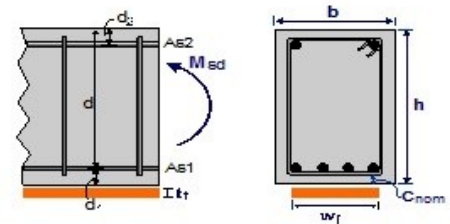
(EC2 §3.1.6)

$f_{ctd}=\alpha_{ct} \cdot f_{ctk} \cdot 0.05/\gamma_c=1.00 \times 1.8/1.50=1.20$ MPa

(EC2 §3.1.6)

$f_{yd}=f_{yk}/\gamma_s=500/1.15=435$ MPa

(EC2 §3.2.7)



2. Dimensions and loads

Beam cross section $b_w=0.250$ m, $h=0.500$ m

Bottom reinforcement $4\phi 16$ (8.04cm²)

Top reinforcement $2\phi 16$ (4.02cm²)

Effective depth of cross section $d_l=C_{nom}+\phi_s+0.5\phi=20+8+0.5 \times 16=36$ mm, $d=500-36=464$ mm

Fibre Reinforced Polymer material (FRP)

Characteristic name : FRP+epoxy

Total thickness : 1.00 mm

Modulus of elasticity : 100 GPa

Tensile strength : 1000 MPa

Cross section area : $250 \times 1.00=250$ mm²

3. Cross section moment capacity, with FRP strengthening

(EC2 §6.1)

(iterations:14). From internal force equilibrium we have:

$\epsilon_c=3.50\%$, $F_c=\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x$, $\alpha=0.810$, $x=65.7$ mm, $x/d=0.14$

$F_c=-\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x = 0.001 \times 0.810 \times 16.67 \times 250 \times 65.7 = -222$ kN

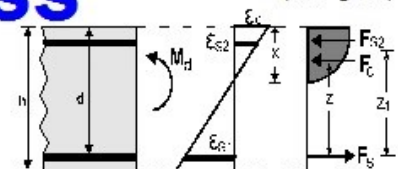
$\epsilon_{s1}=20.00(\%)>2.18=\epsilon_{sy}$, $F_{s1}=A_{s1} \cdot f_{yd}=0.001 \times 804 \times 435.0 = 350$ kN

$\epsilon_{s2}=1.58<2.18=\epsilon_{sy}$, $F_{s2}=-A_{s2} \cdot E_s \cdot \epsilon_{s2}=0.001 \times 402 \times 200 \times 1.58 = -127$ kN

$z=d-K_a \cdot x$, $K_a=0.416$, $z=464-0.416 \times 65.72=435$ mm

$z_1=(zF_c+(d-d_2)F_{s2})/(F_c+F_{s2})=(435 \times 222+428 \times 127)/(222+127)=433$ mm

Moment capacity of cross section $M_d=z_1 \cdot F_s=0.433 \times 350 = 151.55$ kNm



4. Cross section moment capacity, with FRP strengthening

(EC2 §6.1)

(iterations:8). From internal force equilibrium we have:

$\epsilon_c=3.50\%$, $F_c=\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x$, $\alpha=0.810$, $x=125.9$ mm, $x/d=0.27$

$F_c=-\alpha \cdot f_{cd} \cdot b \cdot x = 0.001 \times 0.810 \times 16.67 \times 250 \times 125.9 = -425$ kN

$\epsilon_{s1}=9.40(\%)>2.18=\epsilon_{sy}$, $F_{s1}=A_{s1} \cdot f_{yd}=0.001 \times 804 \times 435.0 = 350$ kN

$\epsilon_{s2}=2.50(\%)>2.18=\epsilon_{sy}$, $F_{s2}=-A_{s2} \cdot f_{yd}=0.001 \times 402 \times 435.0 = -175$ kN

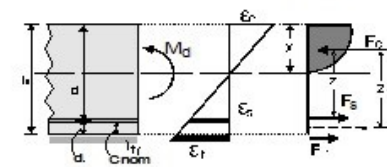
$\epsilon_{ff}=\epsilon_{fo}=10.00\%$, $\epsilon_{ff}=10.00$, $\sigma_{ff}=E_f \cdot \epsilon_{ff}=100 \times 10.00=1000$ MPa

$\sigma_{ff}=1000$ MPa < 1000 (tensile strength) $F_{ff}=A_f \cdot \sigma_{ff}=250 \times 1000 = 250$ kN

$z=d-K_a \cdot x$, $K_a=0.416$, $z=464-0.416 \times 125.94=412$ mm

$z_1=((d-z-d_2) \cdot F_{s2}+(d_1+t_f/2) \cdot F_{ff})/(F_s+F_{ff})+z=(16 \times 175+37 \times 250)/600+412=432$ mm

Moment capacity of cross section $M_d=z_1 \cdot (F_s+F_{ff})=0.432 \times (350+250)=259.20$ kNm



Ultimate moment capacity of beam cross section $M_d=259.20$ kNm

5. Increase of beam shear strength

FRP strengthening jacket of thickness 1.000mm, on the vertical faces of the beam
(shape coefficient $a=2.00$, effective design strain $\epsilon_f=0.002$)

$V_{sf}=a \cdot \epsilon_f \cdot E_f \cdot t_f \cdot h \cdot \cot \theta = 2.00 \times 0.002 \times 100.0 \times 1.000 \times 500 \times 1 = 200 \text{ kN}$, $V_{sf}=200 \text{ kN}$

DEMO VERSION of program

BETONexpress