



UNISUL

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

LUCIANE DA SILVA CORRÊA

MARIANY COELHO

SMARTPHONES E GEOMETRIA:

**A UTILIZAÇÃO DOS APLICATIVOS CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA 3D
E A.R. PLATONIC SOLIDS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DOS
SÓLIDOS DE PLATÃO NO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

Tubarão/SC

2019

LUCIANE DA SILVA CORRÊA

MARIANY COELHO

SMARTPHONES E GEOMETRIA:

**A UTILIZAÇÃO DOS APLICATIVOS CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA 3D
E A.R. PLATONIC SOLIDS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DOS
SÓLIDOS DE PLATÃO NO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade do Sul de Santa Catarina, Campus Universitário de Tubarão, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Ms. Dalmo Gomes de Carvalho.

Tubarão/SC

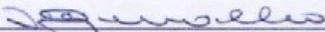
2019

**LUCIANE DA SILVA CORRÊA
MARIANY COELHO**

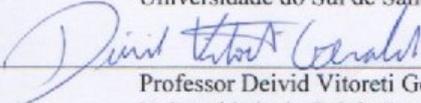
**SMARTPHONES E GEOMETRIA:
A UTILIZAÇÃO DOS APLICATIVOS CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA 3D
E A.R. PLATONIC SOLIDS NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DOS
SÓLIDOS DE PLATÃO NO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado à obtenção do título de Licenciada e aprovado em sua forma final pelo Curso de Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina.

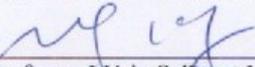
Tubarão, 05 de dezembro de 2019.



Professor e orientador Dalmo Gomes de Carvalho, Ms.
Universidade do Sul de Santa Catarina



Professor Deivid Vitoreti Geraldi, Ms.
Universidade do Sul de Santa Catarina



Professor Mário Selhorst Ms.
Universidade do Sul de Santa Catarina

Dedicamos este trabalho a todos que direta ou indiretamente contribuíram para nossa chegada até aqui, especialmente, aos nossos professores que foram fundamentais para a nossa trajetória.

AGRADECIMENTOS

Agradecemos, primeiramente, aos nossos familiares por cada palavra de encorajamento, de carinho e pelo apoio que nos foi concedido para que pudéssemos chegar até o final do nosso curso de graduação em licenciatura na área de Matemática. Agradecemos também a cada um de nossos professores por cada conhecimento compartilhado, pela paciência e dedicação em nos ensinar; aos nossos colegas pela força e motivação nesses quatro anos de caminhada conjunta. E, principalmente, gostaríamos de agradecer ao professor Ms. Dalmo Gomes de Carvalho, nosso coordenador de curso, professor e orientador deste trabalho, pela atenção, competência, organização, trocas de experiência, incentivos e todo o auxílio prestado.

“Só se pode alcançar um grande êxito quando nos mantemos fiéis a nós mesmos” (Friedrich Nietzsche).

RESUMO

Este trabalho possui uma temática voltada ao uso de dois aplicativos desenvolvidos para dispositivos móveis que podem ser muito úteis quando usados como recurso didático, no processo de ensino e aprendizagem da disciplina matemática. Tendo como maior motivação as novas tecnologias, apresentamos um estudo referente ao uso dessas dentro da sala de aula, relacionando práticas de ensino com inovações tecnológicas. O projeto visa à exploração de novas formas de interação com o conteúdo matemático e para isso, utiliza a tecnologia de realidade aumentada no ensino dos sólidos de Platão. Isso porque, acreditamos que educação e tecnologia se complementam e, a partir disso, surge uma infinidade de novas possibilidades que podem contribuir significativamente na melhoria do ensino. Ressaltamos ainda que este trabalho foi baseado em vivências e experiências adquiridas no estágio supervisionado e, além disso, ele foi fundamentado em pesquisas bibliográficas. Os aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* usados neste material, possuem a tecnologia de realidade aumentada, um moderno mecanismo que utiliza a câmera do dispositivo móvel para fazer projeções diretamente no espaço real. É relevante salientarmos que neste trabalho propomos sequências didáticas com o intuito de mostrar uma das inúmeras possibilidades em estar fazendo uso desse recurso tecnológico durante uma aula de matemática. Acreditamos, assim, que a realidade aumentada é uma tecnologia encantadora que explora a imaginação do ser humano, mantendo-o ativo no mundo real.

Palavras-chave: Realidade Aumentada. Educação. *Smartphones*.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Software LOGO	23
Figura 2 - Fases do desenvolvimento das tecnologias em educação matemática	27
Figura 3 - Jogo <i>Pokémon Go</i>	30
Figura 4 - Campo inicial do aplicativo	34
Figura 5 - Uso da opção de realidade aumentada	35
Figura 6 - Códigos QR para os sólidos platônicos	36
Figura 7 - Aplicativo <i>A.R. Platonic Solids</i> projetando o sólido tetraedro	37
Figura 8 - Sólido platônico (Tetraedro).....	41
Figura 9 - Sólido platônico (Octaedro).....	42
Figura 10 - Sólido platônico (Icosaedro).....	42
Figura 11 - Sólido platônico (Hexaedro).....	43
Figura 12 - Sólido platônico (Dodecaedro)	44
Figura 13 - Logotipo dos aplicativos	45
Figura 14 - Interface do aplicativo <i>Calculadora Gráfica Geogebra 3D</i> no <i>smartphone</i>	46
Figura 15 - Barra de menus	47
Figura 16 - Ferramenta limpar tudo.....	47
Figura 17 - Materiais prontos do aplicativo.....	48
Figura 18 - Ferramenta para gravação de documentos produzidos no aplicativo	48
Figura 19 - Ferramenta "Apps".....	49
Figura 20 - Ferramenta "Configurações".....	50
Figura 21 - Grupo "Ferramentas Básicas".....	51
Figura 22 - Grupo de ferramentas "Editar"	51
Figura 23 - Grupo de ferramentas "Pontos"	52
Figura 24 - Grupo de ferramentas "Retas e Polígonos".....	52
Figura 25 - Grupo de ferramentas "Sólidos"	53
Figura 26 - Grupo de ferramentas "Planos"	54
Figura 27 - Grupo de ferramentas "Círculos".....	54
Figura 28 - Grupo de ferramentas "Curvas"	55
Figura 29 - Grupo de ferramentas "Transformar"	55
Figura 30 - Grupo de ferramentas "Medições"	56
Figura 31 - Grupo de ferramentas "Outras".....	56
Figura 32 - Grupo de ferramentas "Retas Especiais"	56

Figura 33 - Ferramenta "Funções de edição do teclado"	57
Figura 34 - Grupo de ferramentas "3D"	58
Figura 35 - Ferramenta "AR - Realidade Aumentada" do aplicativo	59
Figura 36 - Código QR	60
Figura 37 - Leitura do código QR e projeção do poliedro platônico	61
Figura 38 - Introdução dos pontos para construir o tetraedro	62
Figura 39 - Ferramenta 3D na construção do tetraedro	63
Figura 40 - Poliedro platônico tetraedro construído	63
Figura 41 - Poliedro platônico tetraedro projetado no ambiente real	64
Figura 42 - Uso do aplicativo <i>A.R. Platonic Solids</i> para a visualização do tetraedro	65
Figura 43 - Introdução dos pontos para construir o cubo (hexaedro)	66
Figura 44 - Ferramenta 3D na construção do cubo (hexaedro)	66
Figura 45 - Poliedro platônico cubo (hexaedro) construído	67
Figura 46 - Poliedro platônico cubo (hexaedro) projetado no ambiente real	68
Figura 47 - Uso do aplicativo <i>A.R. Platonic Solids</i> para a visualização do hexaedro	69
Figura 48 - Introdução dos pontos para construir o octaedro	70
Figura 49 - Ferramenta 3D na construção do octaedro	70
Figura 50 - Poliedro platônico octaedro construído	71
Figura 51 - Poliedro platônico octaedro projetado no ambiente real	72
Figura 52 - Uso do aplicativo <i>A.R. Platonic Solids</i> para a visualização do octaedro	73
Figura 53 - Introdução dos pontos para construir o octaedro	74
Figura 54 - Ferramenta 3D na construção do dodecaedro	74
Figura 55 - Poliedro platônico dodecaedro construído	75
Figura 56 - Poliedro platônico dodecaedro projetado no ambiente real	76
Figura 57 - Uso do aplicativo <i>A.R. Platonic Solids</i> para a visualização do dodecaedro	77
Figura 58 - Introdução dos pontos para construir o icosaedro	78
Figura 59 - Ferramenta 3D na construção do icosaedro	78
Figura 60 - Poliedro platônico icosaedro construído	79
Figura 61 - Poliedro platônico icosaedro projetado no ambiente real	80
Figura 62 - Uso do aplicativo <i>A.R. Platonic Solids</i> para a visualização do icosaedro	81
Figura 63 - Resultado esperado da situação problema 1	83
Figura 64 - Resultado esperado da situação problema 2	85
Figura 65 - Resultado esperado da situação problema 3	87
Figura 66 - Resultado esperado da situação problema 4 (<i>QR code</i>)	89

Figura 67 - Resultado esperado da situação problema 4 (calculadora gráfica).....	90
Figura 68 - Resultado esperado da situação problema 5	91

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Quatro fases das tecnologias digitais em educação matemática	28
---	----

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	13
1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA.....	14
1.2 PROBLEMATIZAÇÃO	14
1.3 JUSTIFICATIVAS	14
1.4 OBJETIVOS	16
1.4.1 Objetivo Geral	16
1.4.2 Objetivos Específicos.....	16
1.5 TIPO DA PESQUISA.....	16
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO	18
2 RECURSOS TECNOLÓGICOS E O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DOS SÓLIDOS DE PLATÃO.....	19
2.1 TECNOLOGIAS E O MEIO EDUCACIONAL	19
2.2 FASES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	21
2.2.1 Primeira e segunda fases.....	22
2.2.1.1 Terceira e quarta fases.....	25
2.2.1.1.1 <i>As quatro fases e suas mudanças.....</i>	<i>26</i>
2.3 A TECNOLOGIA DE REALIDADE AUMENTADA.....	29
2.4 APLICATIVOS DE <i>SMARTPHONE</i> NO ENSINO DE GEOMETRIA.....	31
2.4.1 Aplicativo: calculadora gráfica geogebra 3D (versão para smartphones).....	33
2.4.1.1 Aplicativo: <i>A.R. platonic solids</i>	36
2.5 SÓLIDOS PLATÔNICOS.....	37
2.5.1 História de Platão.....	38
2.5.1.1 Poliedros regulares	39
2.5.1.1.1 <i>Os cinco sólidos platônicos</i>	<i>40</i>
3 APLICATIVOS CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA 3D E A.R. PLATONIC SOLIDS EM SALA DE AULA.....	45
3.1 TUTORIAL BÁSICO PARA O USO DOS APLICATIVOS: CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA 3D E A.R. PLATONIC SOLIDS	45
3.1.1 Aplicativo calculadora gráfica geogebra 3D e seu tutorial de uso.....	46
3.1.1.1 Aplicativo <i>A.R. platonic solids</i> e seu tutorial básico para uso.....	59
3.1.1.1.1 <i>Protocolos de construção e visualização dos cinco poliedros platônicos</i>	<i>61</i>

3.2 SITUAÇÕES PROBLEMAS PROPOSTAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DOS SÓLIDOS DE PLATÃO COM O USO DOS APLICATIVOS	82
4 CONCLUSÃO.....	92
REFERÊNCIAS.....	94
ANEXOS.....	98
ANEXO A – Códigos QR para visualização dos cinco sólidos platônicos	99

1 INTRODUÇÃO

No presente trabalho, aborda-se a utilização de *smartphones* no ensino de geometria. Por meio de uma explanação referente a dois aplicativos para dispositivos móveis, apresentam-se as situações problemas demonstrando a utilidade desses dispositivos no ensino e aprendizagem dos poliedros platônicos, conteúdo matemático geralmente visto no terceiro ano do ensino médio.

As tecnologias estão cada vez mais presentes no dia a dia dos seres humanos e, por esse motivo, frequentemente elas conquistam mais espaço em diversos setores da sociedade moderna. O uso da tecnologia é crescente em diversas áreas, mas, infelizmente, na área da educação, ainda não é tão comum. Atualmente, quando se discute sobre metodologias que envolvem a utilização de recursos tecnológicos, percebe-se que há um certo preconceito.

Com este trabalho, pretende-se demonstrar ao leitor que educação e tecnologia estão ligadas e que os recursos tecnológicos não devem ser vistos como vilões no ambiente de ensino, ao contrário, deve-se compreender que os modernos recursos são capazes de beneficiar o ensino e a aprendizagem de matemática, deixando-os mais significativos.

Sabe-se que, atualmente, muito se discute sobre o uso de novas metodologias, principalmente aquelas que englobam o uso de recursos tecnológicos em aulas de matemática. Por isso, ao longo do estágio, foi possível vivenciar na prática a relevância de se trabalhar com metodologias tecnológicas e, por esse motivo, ocorreu uma grande motivação para desenvolver a pesquisa em questão.

O objetivo principal deste trabalho está ligado à proposição do uso de dois aplicativos, a *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e o *A.R. Platonic Solids*, visto que ambos contêm a função de realidade aumentada, tecnologia capaz de realizar projeções de conteúdos no mundo real. Esses *apps* são direcionados para aparelhos móveis e podem ser aplicados durante o processo de ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão.

Mais especificamente referente aos objetivos específicos, procurou-se identificar nos documentos oficiais do ensino médio a utilização de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem, além de ser destacada e feita uma explicação sobre o uso de *smartphones* como ferramentas de alta significância para o ensino de matemática, foram propostas também algumas situações problemas que necessitam do uso dos aplicativos para seu desenvolvimento, além disso ressaltada a importância dos aplicativos para o ensino e a aprendizagem dos sólidos platônicos estudados no ensino médio.

Este trabalho visa conscientizar o leitor sobre a importância de trabalhar com novas e modernas metodologias diretamente no ensino de matemática, para que, desta forma o professor possa refletir sobre suas práticas e, a partir de suas reflexões, pense em modificar a realidade que o cerca. Assim, espera-se colaborar para que os métodos de ensino sejam eficientes e criativos e que os professores estejam sempre preparados para incentivarem seus alunos.

1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA

O tema da presente pesquisa é: “*Smartphones e geometria*”. A abrangência do estudo se delimita da seguinte maneira: “A utilização dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* no processo de ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão no terceiro ano do ensino médio”.

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO

Como os *smartphones* aliados à geometria podem facilitar o processo de ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão no terceiro ano do ensino médio por meio dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*? O uso dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* podem auxiliar no processo de ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão no terceiro ano do ensino médio? Como a utilização dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* auxiliam no processo de ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão no terceiro ano ensino médio?

1.3 JUSTIFICATIVAS

A pesquisa a ser realizada no presente trabalho fundamenta-se na edificação de um meio no qual ocorre a propagação do conhecimento capaz de favorecer as interações do sujeito com os objetos geométricos, inovando no estudo da geometria e, desta maneira, tornando-a um assunto muito mais atrativo em sala de aula.

Sabemos que a utilização de metodologias tecnológicas no ensino de matemática nos anos finais do ensino básico é uma questão muito discutida atualmente. Essas discussões aparecem em documentos oficiais que norteiam a educação, como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Proposta Curricular do estado de Santa Catarina (PCSC). Além

disso, alguns autores renomados, como Gravina, Skovsmose, Borges entre tantos outros, também discutem a significância desse mesmo assunto.

Nesse viés, a matemática, quando trabalhada por meio de recursos tecnológicos, torna-se fascinante o que faz com que velhos paradigmas sejam quebrados. É muito comum presenciarmos situações nas quais os estudantes se sentem desmotivados para aprender matemática, justificando que essa é uma disciplina chata ou muito difícil. Diante desse problema, destaca-se a importância da criação de metodologias voltadas para o uso das tecnologias em salas de aula.

Ao longo do período em que realizamos o estágio, em turmas do ensino médio, foi possível perceber alunos com inúmeros tipos de dificuldades, além de apresentarem também certo desinteresse pelos conteúdos matemáticos. Além disso, a falta de vontade em aprender tal matéria, muitas vezes, está ligada às desatualizadas metodologias de ensino. Foi pensando em uma maneira de conseguir minimizar esse tipo de adversidade que nos sentimos motivadas em desenvolver esta pesquisa.

Temos a intenção de deixar o leitor ciente da significância que há em trabalharmos com metodologias inovadoras no ensino de matemática, para que, dessa forma, o docente repense suas práticas e queira transformar a realidade que o cerca. Esperamos contribuir para que os métodos de ensino sejam dinâmicos, os professores sejam capazes de estimular seus alunos e estes, por sua vez, sintam-se desafiados.

A geometria é um assunto matemático fascinante que conecta a ciência exata à arte. Por meio desta pesquisa, então, procuraremos demonstrar que esse tópico da matemática pode ser muito bem trabalhado pelos docentes e que as tecnologias apresentam grande importância em sala de aula. Além disso, é necessário reforçar que a função das tecnologias não é a de substituir o docente, mas a de agregar ao seu trabalho.

Fica evidente que existe uma grande significância em estudar geometria, pois seus conceitos são muito comuns em diversas situações cotidianas. Por essa razão, consideramos o uso dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* ferramentas potentes, capazes de aproximar os estudantes da ciência exata. Isso porque acreditamos que os aplicativos de *smartphone* podem atuar em uma melhora do processo de ensino e aprendizagem de geometria. Assim, o foco de nossa pesquisa está relacionado com a apresentação de aplicativos, alguns pesquisadores que se destacam, conceitos e curiosidades relacionados aos sólidos de Platão, propostas de aplicação e outras questões ligadas ao uso de metodologias inovadoras.

1.4 OBJETIVOS

Seguem os objetivos da pesquisa realizada.

1.4.1 Objetivo Geral

Propor a utilização dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* no processo de ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão no terceiro ano do ensino médio.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Identificar, nos documentos oficiais referentes ao ensino médio, a questão da utilização de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem de matemática;
- Destacar e explicar o uso de *smartphones* como potentes ferramentas para o ensino de matemática;
- Propor situações problemas que podem ser utilizadas a partir dos aplicativos *Calculadora Gráfica Geogebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*;
- Ressaltar a importância da utilização dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* para o ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão no terceiro ano do ensino médio.

1.5 TIPO DA PESQUISA

Em seu livro “O TCC e o fazer científico”, Motta (2015, p. 93) define que “a pesquisa é uma atividade organizada e sistemática, que segue um planejamento, na forma de um projeto, para responder ou solucionar um problema.” Para o autor, “é no planejamento da pesquisa que se determina o caminho a ser percorrido na investigação do objeto de estudo do TCC, garantindo o caráter científico.” (2015, p. 93). Nesse sentido, ressalta-se que o presente estudo pode ser definido como uma pesquisa do tipo exploratória, qualitativa e bibliográfica.

Para Motta (2015, p. 98 e 99), em relação aos critérios concernentes aos objetivos de uma pesquisa, tem-se as do tipo exploratória, descritiva e explicativa. Este trabalho compreende a exploratória. Para esse autor, “a pesquisa exploratória visa obter familiaridade maior com o

tema da pesquisa, buscando subsídios para a formulação mais precisa dos problemas ou hipóteses.” (MOTTA, 2015, p. 98 e 99). De acordo com Gil (2002, p. 41), “na maioria dos casos, essa pesquisa envolve: levantamento bibliográfico; entrevistas com pessoas que tiveram experiências práticas com o problema pesquisado; análise de exemplos que estimulem a compreensão.”

Entre os três critérios relativos à abordagem, salienta-se que esta pesquisa se caracteriza pela análise qualitativa, ou seja, aquela que “[...] analisa as percepções dos sujeitos pesquisados sobre o mundo que os rodeia.” (MOTTA, 2015 p. 100).

Esse tipo de investigação tem um confronto entre teorias e dados empíricos, como análise exploratória, descrição, interpretação e teorização. Para Motta (2015, p. 101), a análise de uma pesquisa qualitativa é constituída por quatro etapas: “determinação das unidades de análise; categorização ou codificação; formulação de hipóteses; e leitura interpretativa dos resultados.”

Conforme Alexandre de Medeiros Motta (2015):

No processo de investigação qualitativa, é imprescindível o confronto entre as teorias e os dados empíricos. Nesse sentido, a teorização compreende etapas como: análise exploratória (desenvolver e aplicar categorias ao material empírico obtido na fase da recolha); descrição (analisar os segmentos de cada categoria para estabelecer padrões nos materiais empíricos recolhidos); interpretação (estabelecer relações entre categorias de dados); e teorização (decidir por procedimentos que assegurem o reconhecimento de relações entre as categorias interpretadas). (MOTTA, 2015, p. 101).

No entanto, pode-se compreender que a pesquisa qualitativa possui algumas etapas que são indispensáveis para seu desenvolvimento, além de possuir algumas características próprias, dentre elas, Motta (2015, p. 101) aponta: “[...] análise de palavras (narrativas); análise indutiva (sem preocupação com as totalidades); e análise subjetiva, pois o pesquisador envolve-se com o processo e geração de categorias para analisar os fenômenos.”

O critério de procedimento adotado foi o bibliográfico, Motta (2015, p. 102) explica que: “A pesquisa bibliográfica decorre de fontes secundárias: livros, revistas, jornais, monografias, teses, dissertações, relatórios de pesquisa, etc.” Para a realização deste trabalho, procuram-se em fontes bibliográficas as soluções para os problemas. Ainda segundo Motta (2015, p. 102), a pesquisa bibliográfica: “não se trata apenas de uma pesquisa que condiz com

a prática do fichamento, mas, sobretudo, da defesa de uma tese a partir de um acervo bibliográfico.”

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

É de extrema importância ressaltarmos que o presente trabalho está organizado em quatro capítulos. O capítulo inicial conta com os elementos que deram origem a nossa pesquisa, nele podemos entender aspectos sobre o tema, como sua delimitação, problematização, justificativas, objetivo geral, objetivos específicos, algumas informações sobre o tipo de pesquisa e ainda elementos concernentes à estrutura do material.

No segundo capítulo, tem-se uma breve explanação sobre as tecnologias no meio educacional, as quatro fases pelas quais as tecnologias passaram, a tecnologia de realidade aumentada, os dois aplicativos desenvolvidos para *smartphones* que podem ser utilizados no estudo da geometria. Ainda é possível conhecer também um pouco sobre a história de Platão e os cinco poliedros regulares platônicos.

No terceiro capítulo, encontram-se as aplicações dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*, tutoriais básicos para uso deles, protocolos relacionados à construção e à visualização de cada um dos sólidos de Platão e, por último, o total de cinco situações problemas propostas que necessitam do uso dos aplicativos em suas resoluções.

Por fim, no quarto e último capítulo, tem-se a conclusão das autoras em relação a este trabalho e, logo em seguida, visualizam-se as referências bibliográficas.

2 RECURSOS TECNOLÓGICOS E O PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DOS SÓLIDOS DE PLATÃO

As seções deste capítulo tratam do uso de recursos tecnológicos no ensino de matemática, referindo-se a aprendizagem dos sólidos platônicos, conteúdo de geometria geralmente estudado no terceiro ano do ensino médio. A rápida disseminação da tecnologia na sociedade moderna é algo extremamente revolucionário. O crescente uso de aparelhos tecnológicos vem transformando a vida das pessoas, promovendo muito mais praticidade em simples tarefas cotidianas. As tecnologias nos últimos tempos atingiram vários campos do corpo social, dentre eles o campo educacional. Com isso, as discussões referentes ao uso de recursos tecnológicos no ensino ganharam espaço em diversos documentos importantes que orientam o mesmo. Neste capítulo aborda-se algumas questões referentes ao ensino de matemática com recursos tecnológicos. Nele o leitor poderá ter acesso a informações sobre as fases pelas quais as tecnologias passaram, conhecer um pouco sobre a tecnologia de realidade aumentada, além de informar-se a respeito dos aplicativos para *smartphones*, sendo eles o *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e o *A.R. Platonic Solids* e por fim tem-se uma explicação relativa aos sólidos platônicos, contendo um pouco da história de Platão e uma apresentação dos cinco poliedros regulares.

2.1 TECNOLOGIAS E O MEIO EDUCACIONAL

Atualmente, o uso de tecnologias em aulas de matemática é uma questão de extrema relevância, abordada em documentos oficiais, como nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), nas Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCEM), Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e na Proposta Curricular de Santa Catarina. Além disso, a ideia de introduzir tecnologias no ensino também é articulada por autores renomados, tais como, Gravina, Skovsmose, Borges e entre outros.

Em relação às tecnologias, conforme a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018, p. 528), a área de matemática e suas tecnologias reforça a importância de se considerar a vivência no dia a dia dos estudantes, enfatizando que o uso de recursos tecnológicos deve ser feito desde o Ensino Fundamental.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular:

Em continuidade a essas aprendizagens, no Ensino Médio o foco é a construção de uma visão integrada da Matemática, aplicada à realidade, em diferentes contextos.

Consequentemente, quando a realidade é a referência, é preciso levar em conta as vivências cotidianas dos estudantes do Ensino Médio – impactados de diferentes maneiras pelos avanços tecnológicos, pelas exigências do mercado de trabalho, pelos projetos de bem viver dos seus povos, pela potencialidade das mídias sociais, entre outros. (BNCC, 2018, p. 528).

Logo, de acordo com o mesmo documento (BNCC, 2018, p. 529), “[...] novos conhecimentos específicos devem estimular processos mais elaborados de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar que permitam aos estudantes formular e resolver problemas em diversos contextos com mais autonomia e recursos matemáticos.” As tecnologias podem ser ótimas opções para que os estudantes se sintam motivados e assim, atuem em variados contextos tendo mais independência.

Relacionado ao papel do professor de Matemática ou de áreas pertencentes as Ciências da Natureza, a Proposta Curricular de Santa Catarina menciona que:

Com tal compreensão, o papel do professor da área Ciências da Natureza e Matemática é promover o reconhecimento, a utilização e a interpretação de fenômenos ou sistemas naturais e tecnológicos a partir dos modelos explicativos e representativos, propondo e verificando alternativas para a compreensão dos processos, desenvolvendo habilidades práticas ao lado da valorização do conhecimento científico, atuando em contexto, desenvolvendo a linguagem ao promover conhecimentos. (PCSC, 2014, p. 162 – 163).

Nos anos finais do ensino básico, a disciplina matemática deve ser relacionada à realidade vivida em várias circunstâncias, assim se prepara o aluno para enfrentar os desafios que surgirão ao longo da vida. Quando os conteúdos são trabalhados nessa perspectiva, considera-se o cotidiano dos alunos, ou seja, em meio a tanta divergência cada um deve aprender a lidar com problemas de diversas conjunturas. Assim, é possível ensinar não somente para avaliações ou concursos, mas para a vida, fazendo com que o jovem cidadão adquira competências para pensar, agir e enfrentar qualquer obstáculo. Skovsmose (2000) afirma que a aprendizagem pode ser ligada ao paradigma do exercício ou dos “cenários para investigação.” De acordo com esse autor, um cenário para investigação é aquele o qual faz um convite ao aluno para que este formule questões e seja ativo na procura de explicações. (SKOVSMOSE, 2000.)

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio - OCEM (2006, p. 87) discutem os dois lados do uso da inovação no ambiente de ensino. O primeiro diz respeito à inserção da tecnologia no cotidiano da sociedade, necessitando do preparo de indivíduos capacitados para

fazer um bom uso dela, e o segundo menciona um meio que pode incentivar o processo de aprendizagem da Matemática, exprimindo que “é importante contemplar uma formação escolar nesses dois sentidos, ou seja, a Matemática como ferramenta para entender a tecnologia, e a tecnologia como ferramenta para entender a Matemática.” (OCEM, 2006, p. 87) Conseqüentemente, ao abordar a Matemática para a Tecnologia, é significativo refletir a respeito da formação que prepara para o uso de tecnologias as quais fazem parte de nossos dias, tais como, calculadoras e planilhas. Em relação à Tecnologia para a Matemática, existem programas de computador (softwares) ou programas de expressão, como o próprio documento aborda, que são eficazes no que diz respeito à construção de diferentes conceitos matemáticos.

Há uma grande importância em procurarmos maneiras de aproximar a ciência exata dos alunos, já que muitos desconhecem suas aplicações e vivem se perguntando o porquê de se estudar determinados conteúdos.

De acordo com Borges, é excepcionalmente necessário

Divulgar e popularizar o conhecimento matemático, por meio de atividades que possam torná-lo mais compreensível, para que as pessoas possam conhecer o quanto a Matemática está presente em seu cotidiano, estimulando a inclusão científica-tecnológica e social do público. (BORGES, 2017, p. 01).

O uso de recursos tecnológicos revela aos alunos que a disciplina matemática está constantemente a sua volta e, com isso, é capaz de transformar o ensino e aprendizagem, promovendo avanços na educação.

Esses recursos também possibilitam aos profissionais que se dedicam a área da licenciatura muito mais oportunidades didáticas, além da elaboração de inúmeras metodologias inovadoras. Almeida (1996, p. 162) diz que “o professor tem um papel importante como agente promotor do processo de aprendizagem do aluno, que constrói o conhecimento num ambiente que o desafia e o motiva para exploração, a reflexão a depuração de ideias e a descoberta de novos conceitos.” Assim, pode-se frisar o quanto é significativo que um professor busque preparação para lidar com a tecnologia apropriada quando for ensinar matemática, pois ele faz com que os alunos conheçam novos conceitos ligados à matéria.

2.2 FASES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Concernente ao crescimento tecnológico, Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 21), em sua obra “Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em

movimento”, destacam que “a forma acelerada com que inovações tecnológicas vêm tomando corpo é, atualmente, uma característica marcante de nossa sociedade.” Os autores afirmam que, “de maneira cada vez mais rápida, os computadores pessoais têm maior capacidade de processamento e memória, as interfaces ficam mais amigáveis e interativas [...]” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 21).

Os avanços tecnológicos marcam a sociedade altamente moderna na qual vivemos hoje em dia. Com isso, enfatiza-se que a tecnologia possui grande relevância não somente na vida pessoal, mas também profissional da maioria dos seres humanos, e é pensando nessa questão que o uso delas dentro da sala de aula vem ganhando ênfase.

Nesse sentido, segundo Borba, Silva e Gadaniadis (2014, p. 21), “as dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de Matemática.” Pensando nessa questão, os autores escrevem: “[...] nos pareceu pertinente e interessante argumentar acerca de uma perspectiva estruturada em *quatro fases* para discutirmos o uso de tecnologias na educação matemática no Brasil (BORBA, 2012).” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 22).

Em seguida, nas próximas seções, é possível conhecer cada uma dessas fases discutidas por Marcelo de Carvalho Borba e os demais autores da obra bibliográfica já citada anteriormente. É de grande significância ressaltarmos que os três autores utilizam em seu livro uma linguagem de fácil compreensão e explicam de um modo bem detalhado cada fase abordada.

2.2.1 Primeira e segunda fases

Conforme Borba, Silva e Gadaniadis (2014, p. 22), “Nos anos de 1980 o uso de calculadoras simples e científicas e de computadores já era discutido em educação matemática.” Esses autores frisam que, nesse período, novas expressões começaram a ser empregadas pelas pessoas. Segundo Borba, Silva e Gadaniadis (2014, p. 22), “durante essa fase, expressões como “tecnologias informáticas” (TI) ou tecnologias computacionais começaram a ser utilizadas pelas pessoas para se referirem ao computador ou software, por exemplo.”

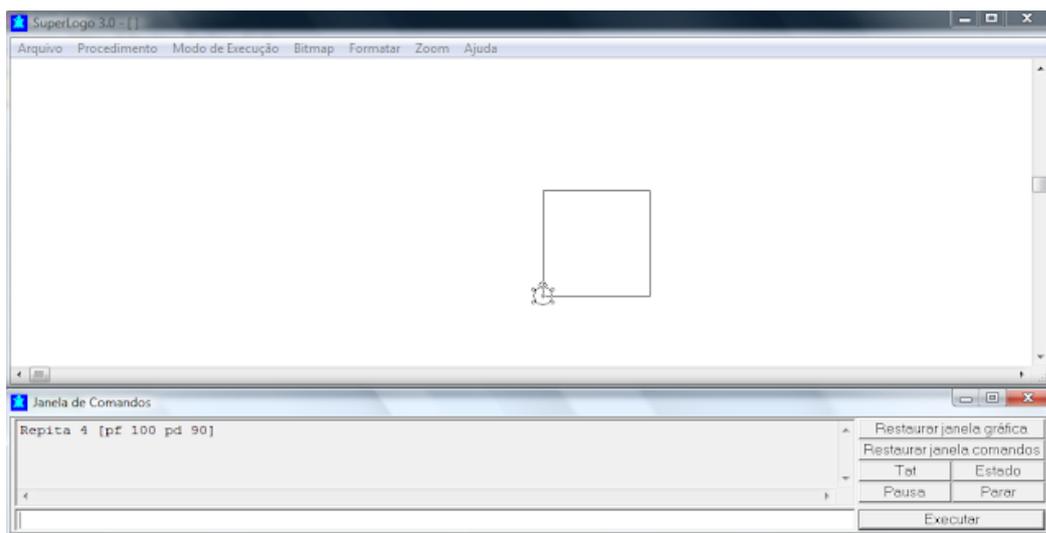
Para os autores, essa primeira fase foi marcada por um determinado *software* “[...] a primeira fase é caracterizada fundamentalmente pelo uso do software LOGO, que teve início por volta de 1985.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 22).

No livro “Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento”, os autores citam alguns nomes de pesquisadores que fizeram a

diferença na produção de conhecimentos na área de educação matemática, dentre os quais estão José Armando Valente, Janete Frant, Lulu Healy e Léa Fagundes. Segundo Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 22), os pesquisadores, “[...] desempenharam papéis fundamentais com relação à produção de conhecimentos na área de educação matemática baseados em investigações acerca de possibilidades do uso de TI na transformação de práticas pedagógicas e didáticas.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 22).

Com o uso pedagógico do software LOGO, surgiu uma perspectiva teórica, os autores falam que “o *construcionismo* (Papert, 1980) é a principal perspectiva teórica sobre o uso pedagógico do LOGO, enfatizando relações entre linguagem de programação e pensamento matemático.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 22). Na (Figura 1) é possível conhecer a interface da versão *Super Logo*, sendo o software que marcou essa primeira etapa.

Figura 1 - Software LOGO



Fonte: Marathoncode, 2012.

Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 23) explicam o funcionamento do software da seguinte maneira: “cada comando do LOGO determina um procedimento a ser executado por uma tartaruga (virtual).” E, para eles, “os movimentos da tartaruga, como passos e giros, possibilitam a construção de objetos geométricos como segmentos de reta e ângulos.” Eles também afirmam que “A natureza investigativa do LOGO diz respeito à construção de sequências de comandos (um algoritmo) que determina um conjunto ordenado, ou sequencial, de ações que constituam uma figura geométrica.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 23). Mas, é importante destacar que o uso do software LOGO não se disseminou no país.

Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 24) frisam que “a primeira fase é também o momento de surgimento da perspectiva de que as escolas poderiam ou deveriam ter laboratórios de informática.” Verifica-se, portanto, que, desde a primeira fase, já se pensava em inserir as tecnologias na educação.

Além disso, Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 26) ressaltam que “a segunda fase tem início na primeira metade dos anos de 1990, a partir da acessibilidade e popularização do uso de computadores pessoais.” Nessa fase, segundo os autores, “[...] existe grande variedade de perspectivas sobre como estudantes, professores e pesquisadores viam o papel dos computadores em suas vidas pessoais e profissionais.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 26). Foi nessa segunda etapa que muitos utilizavam o computador, mas não pensavam que essa ferramenta poderia ser útil na educação, uma vez que, nesse tempo, também existiam pessoas que não se importavam em fazer uso dessas máquinas.

Durante esse período, surgiram variados *softwares* voltados para a educação produzidos por empresas, governos e pesquisadores.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 26). Os autores destacam ainda que a partir disso os professores começaram a ter suporte para fazerem uso de tecnologias digitais na sala de aula e, então, o assunto começou a ser difundido.

Referente à utilização dos *softwares* na educação matemática:

Nessa fase destacamos o uso dos softwares voltados às múltiplas representações de funções (como o Winplot, o Fun e o Graphmathica) e de geometria dinâmica (como o Cabri Géomètre e o Geometricks). O uso de sistemas de computação algébrica (como o Maple) também merece destaque [...]. Esses softwares são caracterizados não apenas por suas interfaces amigáveis, que exigem pouca ou nenhuma familiaridade com linguagens de programação, mas principalmente pela natureza dinâmica, visual e experimental. (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 27)

Os *softwares* educacionais oferecem ao usuário uma grande dinamicidade além de muita praticidade, por isso são capazes de deixar as aulas muito mais atraentes. Durante a segunda fase, a importância dos *softwares* no ambiente de ensino e aprendizagem começou ser uma questão melhor observada e estudada por diversos profissionais.

Nessa fase, começa-se a se falar em geometria dinâmica, sendo que, conforme Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 28), “as atividades que propõem a *construção* de objetos com o uso de softwares de GD buscam construir cenários que possibilitem a investigação matemática”. Os autores também discutem a relevância existente nos *softwares* gráficos, segundo eles: “o mesmo tipo de abertura de possibilidades para a investigação matemática – novas formas para

pensarmos-com-tecnologias – ocorreu quando foram criadas tecnologias voltadas à representação gráfica de funções.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 31). Referente aos assuntos tratados na obra desses autores, enfatiza-se, por fim, que tanto a geometria dinâmica quanto os *softwares* gráficos contribuíram na elaboração de novos problemas matemáticos aplicados a inúmeros graus de ensino.

2.2.1.1 Terceira e quarta fases

Os autores Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 35) afirmam que “a terceira fase tem início por volta de 1999 com o advento da internet.” Nesse momento, a internet começou a ser utilizada de diferentes formas como mediadora na educação. Durante essa fase, segundo esses autores, “[...] devido à natureza informacional e comunicacional da internet, além do termo “TI”, surgem e se consolidam expressões como “tecnologias da informação” e “tecnologias da informação e comunicação” (TIC).” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 36).

Para Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 36): “nesse contexto, diversas questões já foram e ainda são investigadas por autores como Gracias (2003), Borba e Villarreal (2005), Pastre (2007), Zulatto (2007) e Bairral (2009) [...]”. Dentre as questões examinadas pelos autores citados, no livro “Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento”, algumas estão relacionadas à organização de currículos *online*, à transformação da Matemática em ambientes virtuais, etc.

Finalizando a discussão referente à terceira fase, após apresentarem dois exemplos de questões envolvendo o uso do *software Winplot*, Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 39) afirmam que “essa fase encontra-se em franco desenvolvimento e vem transformando softwares da segunda fase, e ao mesmo tempo vem sendo influenciada por novas possibilidades da quarta fase.” Com isso, percebe-se a relevância da terceira fase, pois ela, além de promover melhorias em alguns *softwares*, também é aberta às mudanças geradas pela quarta fase.

Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 39) salientam que “atualmente estamos vivenciando a quarta fase com relação ao uso de tecnologias em educação matemática.” A qual é moderna e fortemente marcada pelo fácil acesso às tecnologias. De acordo com esses autores, “essa fase teve início em meados de 2004, com o advento da internet rápida.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014 p. 39). Para Borba, Silva e Gadanidis (2014, p.39), “Desde então a qualidade de conexão, a quantidade e o tipo de recursos com acesso à internet têm sido aprimorados, transformando a comunicação online.”

Ressalta-se ainda que os autores apresentam em sua obra algumas características importantes que marcam essa fase tecnológica na qual estamos vivendo. Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 39) argumentam que “a quarta fase, em relação à qual se tornou comum o uso do termo “tecnologias digitais” (TD) é caracterizada por diversos aspectos [...]” Dentre esses aspectos estão: o uso do *software GeoGebra*, a multimodalidade (duas ou mais modalidades de comunicação), os novos designs e interatividade, as tecnologias móveis ou portáteis, a performance e, por último, a performance matemática digital. (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 39-40).

Para esses autores (2014, p. 41) “esses aspectos nos trazem inquietações, questionamentos e perguntas a serem ainda formuladas.” Desta forma, eles ressaltam que a quarta fase está em desenvolvimento, ou seja, não se finaliza apenas com os pontos apresentados. Eles ainda mencionam que “isso torna a quarta fase um cenário exploratório, fértil ao desenvolvimento de investigações e à realização de pesquisas.” (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014 p. 41). Essa fase tecnológica está portanto, em constante aprimoramento, ela é favorável para a educação e movida em função das novidades.

2.2.1.1.1 *As quatro fases e suas mudanças*

Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 41) evidenciam que uma fase nasce no momento em que as “[...] inovações tecnológicas possibilitam a constituição de cenários qualitativamente diferenciados de investigação matemática; quando o uso pedagógico de um novo recurso tecnológico traz originalidade ao *pensar-com-tecnologias*.” O surgimento de uma determinada fase se dá por causa de sua contribuição que deve estar ligada diretamente a sua utilização como recurso mediador em sala de aula, inovando, assim, a maneira do pensar quando se faz o uso de uma tecnologia.

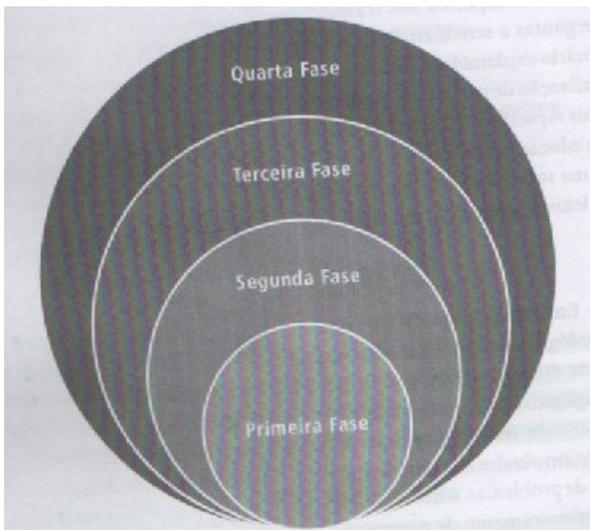
De acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 41):

É importante destacarmos que o surgimento de cada fase não exclui ou substitui a anterior. Há certa “sobreposição” entre as fases, elas vão se integrando. Ou seja, muito dos aspectos que surgiram nas três primeiras fases são ainda fundamentais dentro da quarta fase. Muitas das tecnologias “antigas” ainda são utilizadas. Embora já tenhamos muitas questões sobre as TD, diversas perguntas que surgiram nas fases anteriores estão ainda em aberto. Problemas ou atividades têm sido reestruturados ou apenas adaptados ao uso de TD. (BORBA; SILVA; GADANIDIS, 2014, p. 41)

Cada fase tem sua relevância e, por isso, nenhuma delas pode ser desconsiderada. Entre as quatro fases, existem coincidências, pois elas estão ligadas entre si. Alguns conceitos aprimorados em fases anteriores fazem parte atualmente da última fase tecnológica a qual estamos vivenciando. Frisamos que muitos aspectos são de extrema importância nos dias atuais, por exemplo, se durante a segunda fase já se utilizavam os computadores, hoje ainda continuamos fazendo o uso dessas máquinas, a única diferença é que esse tipo de tecnologia foi sendo otimizada ao passar do tempo. É significativo ressaltar também o fato de termos inúmeros questionamentos que surgiram durante as primeiras fases que ainda esperam uma resposta.

Na obra “Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento”, Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 42) apresentam uma figura na forma de um simples diagrama que auxilia no entendimento da conexão presente entre as quatro fases. Observando a (Figura 2), visualiza-se o diagrama que foi retirado do livro.

Figura 2 - Fases do desenvolvimento das tecnologias em educação matemática



Fonte: FASES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: SALA DE AULA E INTERNET EM MOVIMENTO.

Marcelo de Carvalho Borba, Ricardo Scucuglia R. da Silva e George Gadanidis. 2 ed. Belo Horizonte, 2014, p. 42.

O diagrama, segundo os autores, tem o objetivo de mostrar a forte ligação que há entre as etapas. De acordo com Borba, Silva e Gadanidis (2014, p. 42), “Esse diagrama é apenas uma pequena aproximação da relação entre as fases, não só pelo que foi dito no parágrafo anterior, mas também porque as fases, em particular as três últimas, têm se influenciado mutuamente.” A partir da apresentação do diagrama, os autores enfatizam essa relação existente entre as fases, a (Figura 2) que se encontra na obra faz com que o leitor tenha uma melhor compreensão dessa

ligação. As três últimas etapas pelas quais a tecnologia passou possuem forte influência entre si, cada nova fase que surgia sempre trazia consigo indagações sobre a anterior.

Borba, Silva e Gadanidis também exibem em seu livro uma tabela explicativa que traz as quatro fases das tecnologias digitais em Educação Matemática. Na tabela, é possível conhecer informações referentes às tecnologias que eram utilizadas, à natureza tecnológica das atividades, a algumas perspectivas ou noções teóricas e ainda a terminologias de cada uma das etapas.

A (Tabela 1) a seguir foi retirada do livro “Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática: Sala de aula e internet em movimento”.

Tabela 1 - Quatro fases das tecnologias digitais em educação matemática

(continua)

	Tecnologias	Natureza ou base tecnológica das atividades	Perspectivas ou noções teóricas	Terminologia
Primeira fase (1985)	Computadores; calculadoras simples e científicas.	LOGO Programação.	Construcionismo; micromundo.	Tecnologias informáticas (TI).
Segunda fase (início dos anos 1990)	Computadores (popularização); calculadoras gráficas.	Geometria dinâmica (Cabri Géomètre; Geometricks); múltiplas representações de funções (Winplot, Fun, Mathematica); CAS (Maple); jogos.	Experimentação, visualização e demonstração; zona de risco; conectividade; ciclo de aprendizagem construcionista; seres-humanos-com-mídias.	TI; software educacional; tecnologia educativa.
Terceira fase (1999)	Computadores, laptops e internet.	Teleduc; e-mail; chat; fórum; google.	Educação a distância online; interação e	Tecnologias da informação e

			colaboração online; comunidades de aprendizagem.	comunicação (TIC).
Quarta fase (2004)	Computadores; laptops; tablets; telefones celulares; internet rápida.	GeoGebra; objetos virtuais de aprendizagem; Applets; vídeos; You Tube; WolframAlpha; Wikipédia; Facebook; ICZ; Second Life; Moodle.	Multimodalidade; telepresença; interatividade; internet em sala de aula; produção e compartilhamento online de vídeos; performance matemática digital.	Tecnologias digitais (TD); tecnologias móveis ou portáteis.

Fonte: FASES DAS TECNOLOGIAS DIGITAIS EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: SALA DE AULA E INTERNET EM MOVIMENTO.

Marcelo de Carvalho Borba, Ricardo Scucuglia R. da Silva e George Gadanidis. 2 ed. Belo Horizonte, 2014, p. 43.

Por fim, com a tabela, pode-se melhor entender alguns pontos significativos pertencentes a cada fase. A tabela reúne importantes fatos de uma forma bem resumida e, a partir dela, consegue-se fazer uma reflexão precisa da relação que existe entre as fases.

2.3 A TECNOLOGIA DE REALIDADE AUMENTADA

Atualmente vivemos em uma sociedade moderna que avança diariamente no quesito tecnologia. Nos últimos anos, os avanços tecnológicos cada vez mais estão transformando a vida das pessoas, seja no ambiente de trabalho, em suas residências ou até mesmo na maneira como elas se comunicam. Justamente por isso, torna-se quase impossível não pensar em aliar a tecnologia com a educação matemática.

Segundo Kalinke, Mocrosky e Estephan (2013), “De, fato a disciplina de Matemática tem especial conexão com a temática das tecnologias digitais, uma vez que fornece conhecimentos fundamentais para o seu desenvolvimento em diversas modalidades e

aplicações.”. Referente às modalidades citadas por esses autores, de acordo com a revista *Renote Novas Tecnologias na Educação* (2016), “uma destas, é aquela que possibilita a criação de cenas em que objetos virtuais são inseridos no cenário real, capturados pela câmera de computadores ou dispositivos móveis. É a chamada Realidade Aumentada (RA).”.

A Realidade Aumentada (RA) é uma tecnologia que usa a câmera do *smartphone* ou tablet para fazer projeções de informações em forma de gráficos, imagens, textos, personagens e entre outras diretamente no mundo real. Um exemplo de aplicativo que utiliza esse mesmo recurso é o jogo *Pokémon Go* (Figura 3) que faz projeções dos personagens nos lugares em que o usuário está jogando.

Figura 3 - Jogo *Pokémon Go*



Fonte: Elaboração das autoras. Adaptado Niantic, Inc (desenvolvedor do jogo “Pokémon GO”), 2019.

Conforme Macedo, Silva e Buriol (2016, p. 03):

Basicamente o funcionamento deste sistema constitui na apresentação de um marcador (imagem que serve como referência para a posição do objeto virtual) no campo visual da câmera. Em seguida, o sistema, através de um aplicativo, detecta e rastreia os marcadores, projetando os objetos virtuais 3D ou qualquer outra mídia sobre a marca, e este por sua vez pode ser visualizado simultaneamente ao ambiente pelo usuário (observador) via tela do dispositivo. Um marcador geralmente é uma imagem geométrica que serve como um código e, também, uma referência para a posição e orientação da câmera. (MACEDO; SILVA; BURIOL, 2006, p. 03)

Por ter um funcionamento muito simples, esse novo recurso tecnológico se torna prático para uso educacional. Outro ponto que deve ser discutido diz respeito ao uso dessa modernidade no ambiente escolar, uma vez que a tecnologia de Realidade Aumentada (RA) pode ser

facilmente utilizada em salas de aula. Segundo Billinghamurst “esta propriedade possibilita mesmo aos alunos mais jovens, o contato e a autonomia com a tecnologia e, assim, participarem de uma rica experiência de aprendizado” (BILLINGHURST, 2002).

A Realidade Aumentada é uma tecnologia muito dinâmica, capaz de fazer com que o ensino e a aprendizagem se tornem mais significativos. Os defensores do uso dessa tecnologia na área da educação destacam:

Para a área de ensino-aprendizagem, o que se observa é que a tecnologia de RA apresenta-se madura o bastante, sendo capaz de oferecer características como alto grau de manutenção do interesse e facilitação da compreensão dos conceitos estudados, a partir da possibilidade de interação direta com seus objetos representativos. O aspecto lúdico intrínseco da utilização desta tecnologia também é um fator a destacar (FORTE E KIMER, 2009).

A tecnologia de RA é extremamente benéfica quando utilizada em sala de aula, pois contribui para a aprendizagem dos alunos de uma forma bem diferenciada, aumentando o interesse deles pelo conteúdo matemático. Ela também pode facilitar o processo de ensino e aprendizagem permitindo com que aconteça uma interação direta com objetos tridimensionais que antes seriam difíceis de compreender por serem apresentados de modo muito abstrato nos livros didáticos, por exemplo.

Enfim, sabe-se que existe uma grande relevância em fazer uso de metodologias tecnológicas na educação e a tecnologia de Realidade Aumentada seria uma ótima opção, pois é acessível e gera uma quantidade de vantagens para essa área. Por isso, apresentamos neste trabalho dois aplicativos desenvolvidos especialmente para *smartphones* que contém essa tecnologia como uma de suas funções com o intuito de mostrar aos leitores como essa novidade é encantadora e favorável para a educação matemática.

2.4 APLICATIVOS DE *SMARTPHONE* NO ENSINO DE GEOMETRIA

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEM (1998, p. 41) – destacam que, “por fim, cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo.” O material citado apresenta os conhecimentos de matemática e faz uma reflexão sobre recursos tecnológicos mencionando que “o impacto da tecnologia na vida de cada indivíduo vai exigir competências que vão além do simples lidar com máquinas.”

(PCNEM, 1998, p. 41). Ainda de acordo com esse documento importante para a educação, entende-se que:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (PCNEM, 1998, p. 41).

No que refere-se ao ensino de matemática com recursos tecnológicos de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018, p. 536):

Cabe ainda destacar que o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações. (BNCC, 2018, p. 536).

A utilização de tecnologias pode ser de grande relevância, pois elas proporcionam aos alunos outros tipos de vivências que são capazes de contribuir de maneira significativa para a aprendizagem, corroborando a capacidade de raciocínio lógico e promovendo uma infinidade de demais benefícios.

Na seção da área de Ciências da Natureza e Matemática, conforme a Proposta Curricular do estado de Santa Catarina:

Ao mesmo tempo, se reconhece e apresenta a ciência como uma construção humana, associada ao desenvolvimento produtivo, buscando assim enfatizar a presença das tecnologias em todos os períodos da história econômica e em todos os setores da vida. E como qualquer criança ou jovem vive ou observa a atual evolução científico-tecnológica no seu meio, o professor pode sinalizar e explorar tal percepção na construção dos conhecimentos das ciências. (PCSC, 2014, p. 169 – 170).

Dessa maneira, pensamos em desenvolver este trabalho abordando a questão do uso de aparelhos *smartphones* como ferramentas tecnológicas capazes de aprimorar as aulas de matemática. Com esta pesquisa, buscamos ressaltar a relevância da utilização dos aplicativos *Calculadora Gráfica Geogebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* no ensino e aprendizagem de geometria.

Conforme Gravina (1996, p. 13),

Nestes ambientes conceitos geométricos são construídos com equilíbrio conceitual e figural; a habilidade em perceber representações diferentes de uma mesma configuração se desenvolve; controle sobre configurações geométricas levam a descoberta de propriedades novas e interessantes. Quanto às atitudes dos alunos frente ao processo de aprender: experimentam; criam estratégias; fazem conjecturas; argumentam e deduzem propriedades matemáticas. A partir de manipulação concreta, “o desenho em movimento”, passam para manipulação abstrata atingindo níveis mentais superiores da dedução e rigor, e desta forma entendem a natureza do raciocínio matemático. (GRAVINA, 1996, p. 13).

Ao utilizar meios tecnológicos acessíveis, como é o caso dos smartphones ou outros dispositivos móveis que se fazem presentes no cotidiano da maioria dos alunos o ensino de geometria, a aula se torna dinâmica e a aprendizagem mais interativa. Relativo ao estudo de geometria, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio – OCEM (2006, p. 75) – discutem, ainda, que “o trabalho de representar as diferentes figuras planas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas, deve ser aprofundado e sistematizado nesta etapa de escolarização.”

Evidenciamos assim, que as seguintes seções se concentram na explicação dos aplicativos que podem ser baixados em *smartphones* e utilizados como ferramentas relevantes em aulas de matemática, sendo eles: a *Calculadora Gráfica Geogebra 3D* e o *A.R. Platonic Solids*. Já o último tópico destina-se à explicação dos poliedros platônicos. Deste modo, seguem respectivamente as explicações:

2.4.1 Aplicativo: calculadora gráfica geogebra 3D (versão para smartphones)

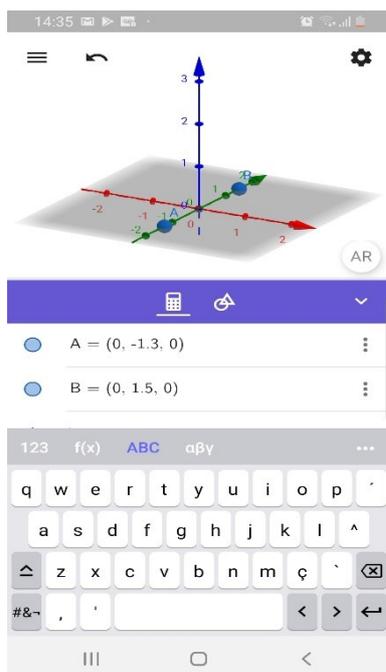
O aplicativo *Calculadora Gráfica Geogebra 3D* é uma adaptação da versão do *software* desenvolvido para computadores podendo ser facilmente baixado na plataforma *Google Play* e *Apple Store* ou também no site oficial www.geogebra.org. Ressaltamos que no site também é possível ter acesso ao aplicativo de maneira *online*, ou seja, não precisa fazer o download em seu aparelho *smartphone*, apenas estar conectado à internet.

O *app* relaciona álgebra e geometria, contribuindo na visualização de figuras geométricas, gráficos, funções, entre outros. Essa moderna ferramenta é capaz de promover aulas de matemática mais dinâmicas. É significativo destacar ainda que o aplicativo necessita de pouca memória do aparelho *smartphone*.

O campo inicial do aplicativo contém duas áreas de visualização, sendo uma algébrica e outra geométrica que possibilitam ao indivíduo fazer a digitação de dados através do teclado, por meio do toque na tela, e, por fim, também consegue-se visualizar muito bem a figura.

Com um único toque no *touchscreen* (tela do *smartphone*), o aplicativo permite uma manipulação eficiente ao usuário. Já o tamanho do zoom é alterado quando se faz o movimento de “pinça” com os dedos, podendo ser aumentado ou diminuído. A figura em 3D pode ser construída e modificada de uma maneira simples, pois o aplicativo conta com uma interface completa e de fácil compreensão. Ao tocar sobre o objeto construído, o usuário poderá conferir as suas propriedades, conseqüentemente, a partir desse recurso, os alunos conseguem aprender o significado de alguns termos matemáticos relativos à geometria. A Figura 4 ilustra o campo inicial do aplicativo.

Figura 4 - Campo inicial do aplicativo



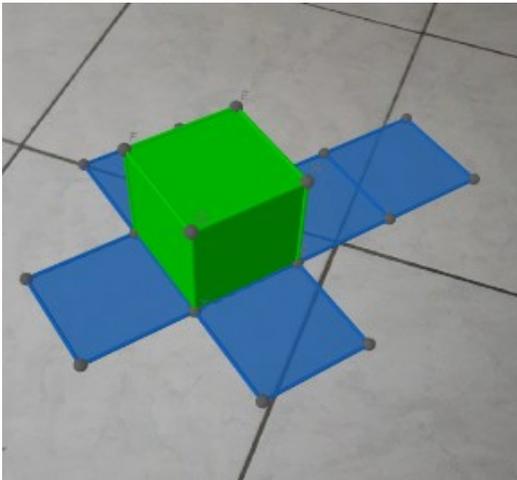
Fonte: Elaboração das autoras, 2019.

O aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* conta com uma infinidade de ferramentas, dentre as quais existem as básicas que possibilitam ao usuário arrastar e mover figuras em 3D. Ele também disponibiliza outras ferramentas que auxiliam durante a utilização, como as de edição, medição, construção, retas, círculos, polígonos entre outras. Ao se utilizar o *app* pela primeira vez, percebe-se a sua eficiência e praticidade. Contudo, é significativo reforçarmos que seu uso em sala de aula, além de contribuir para o ensino e aprendizagem de

conceitos matemáticos, ele é de grande valia, pois faz com que o aluno se torne um protagonista no processo de ensino-aprendizagem.

Evidenciamos que recentemente este aplicativo ganhou uma atualização, ou seja, o *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* já conta com a tecnologia de realidade aumentada, um moderno recurso que usa a câmera do *smartphone* e, a partir dela, faz projeções de informações em forma de gráficos, imagens, textos, personagens entre outras diretamente no mundo real. Um exemplo de aplicativo que utiliza desse mesmo recurso é o jogo *Pokémon Go* que faz projeções dos personagens nos lugares em que o usuário está jogando. Outro exemplo são os filtros dinâmicos que o aplicativo *Instagram* contém. A Figura 5 ilustra o uso dessa nova opção no *app* em questão.

Figura 5 - Uso da opção de realidade aumentada



Fonte: Elaboração das autoras. Adaptado *International GeoGebra Institute*, 2019.

Como é possível observar na Figura 5, com a atualização, o aplicativo de *smartphone* agora também é capaz de fazer a projeção das figuras construídas pelo usuário no espaço em que ele se encontra. Essa novidade deixa o aplicativo ainda mais dinâmico e interessante. Para utilizar essa nova opção, primeiro é necessário fazer a construção do objeto geométrico que se deseja projetar. A função de realidade aumentada é muito simples de se utilizar, basta abrir o aplicativo no dispositivo móvel (*smartphone*), fazer a construção da figura em 3D da maneira que melhor desejar, pressionar a opção AR, que se encontra no lado direito da tela, assim a câmera do celular é aberta e o objeto geométrico construído é rapidamente projetado no espaço real.

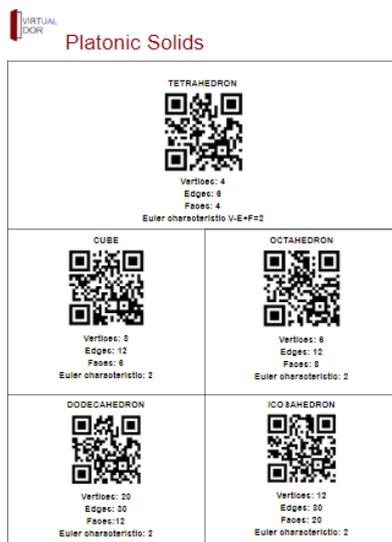
2.4.1.1 Aplicativo: *A.R. platonic solids*

O *A.R. Platonic Solids* é um aplicativo desenvolvido pela *Virtual Dor* que é um *spin-off* (empresa derivada) da Universidade pública de Almería na Espanha. A empresa é especializada em realidade virtual aumentada e mista, oferece vários serviços, a título de exemplo: desenvolvimento de videogames, experiências de realidade virtual, modelagem e impressão 3D, design em aplicativos e jogos que possuem recursos de realidade virtual, instalação de *hardwares* e *softwares*, aconselhamentos completos, além de organizar eventos, oficinas e também exposições. Para saber mais informações sobre a *Virtual Dor* pode-se acessar o site: <http://virtualdor.com/>.

Em relação ao *A.R. Platonic Solids*, é importante ressaltar que ele é um aplicativo educativo e gratuito disponível somente para *smartphones* que operam com o sistema *Android*, podendo ser encontrado na plataforma *Play Store* e baixado facilmente. Após baixá-lo, será preciso fazer uma confirmação para permitir que o *app* tenha acesso à câmera do *smartphone*. Acessando um link que se encontra na descrição do aplicativo na plataforma *Play Store*, é preciso baixar também um documento que contém códigos para leitura do QR, referentes aos sólidos platônicos. Salientamos que, ao operar o aplicativo, o usuário necessitará dos códigos, (de acordo com a Figura 6) impressos e recortados para melhor reconhecimento do QR pelo aplicativo. Link para acesso dos códigos QR:

https://docs.google.com/document/d/1zK0ve_SFOzpKygVXykRnz0awta83bLcV2oKfGd4XFfk/edit#heading=h.kzox yukmqjivo.

Figura 6 - Códigos QR para os sólidos platônicos



Fonte: *Virtual Dor*, 2019.

O aplicativo *A.R. Platonic Solids* também usa a tecnologia de realidade aumentada. Para o seu funcionamento, inicialmente, abre-se no *smartphone* a câmera que lê os códigos QR, logo em seguida imprimem-se os códigos referentes aos poliedros platônicos e, por último, coloca-se o código referente à figura na frente da câmera do celular, então faz-se a leitura desse código e projeta-se o objeto geométrico em 3D no lugar que a pessoa se encontra. Com esse diferencial, o aplicativo permite ao usuário uma maior interação com o conteúdo matemático, além de deixar as aulas bem dinâmicas e atrativas, permitindo que os estudantes façam uma boa visualização dos sólidos, conforme se observa na Figura 7.

Figura 7 - Aplicativo *A.R. Platonic Solids* projetando o sólido tetraedro



Fonte: Elaboração das autoras. Adaptado *Virtual Dor*, 2019.

A figura apresentada ilustra o uso do aplicativo *A.R. Platonic Solids*, pois nela se pode visualizar um dos cinco sólidos de Platão, o tetraedro. O app projeta a imagem de uma maneira muito rápida e, a partir dela, consegue-se ter uma ideia de como o uso da tecnologia de realidade aumentada é outra opção viável no ensino e aprendizagem de geometria.

2.5 SÓLIDOS PLATÔNICOS

Os sólidos geométricos possuem uma quantidade específica de dimensões, por esse motivo eles são definidos em espaço tridimensional. Existem vários exemplos de sólidos geométricos, dentre eles pode-se citar a pirâmide. Os poliedros nada mais são que sólidos geométricos formados por faces, arestas e vértices. Existem os poliedros regulares e os não regulares, essa seção discutirá sobre os poliedros do tipo regulares, ou seja, poliedros que se caracterizam por conter as faces em formato de polígonos regulares (lados e ângulos de mesma medida) e congruentes (mesma forma e tamanho).

Daud Sutton, (2015, p. 06) autor do livro “Os sólidos platônicos e arquimedianos: O pequeno guia do espaço tridimensional”, explica:

Imagine que você está em uma ilha deserta: existem paus, pedras e pedaços de casca de árvore. Se começar a experimentar com estruturas tridimensionais, você pode muito bem descobrir cinco formas “perfeitas”. Em cada caso, elas têm a mesma aparência a partir de qualquer vértice (canto), todas as suas faces são feitas da mesma forma regular, e todas as arestas são idênticas. Seus vértices formam as distribuições mais simétricas possíveis de quatro, seis, oito, doze e vinte pontos em uma esfera. Essas formas são exemplos de *poliedros*, que significa, literalmente, “muitas faces”. Como a descrição mais antiga desses sólidos, como grupo, aparece na obra *Timeu*, de Platão, eles são frequentemente chamados sólidos platônicos.

A presente seção trata justamente do grupo citado por Sutton, são os sólidos platônicos ou sólidos/poliedros de Platão. A seguir o leitor poderá conhecer um pouco sobre a história de Platão, entender melhor algumas curiosidades referentes aos poliedros platônicos, inteirar-se sobre informações pertinentes aos cinco sólidos de Platão, conhecer cada um dos sólidos e ainda visualizar figuras elaboradas pelas autoras com o auxílio do aplicativo *A.R. Platonic Solids*.

2.5.1 História de Platão

Segundo Eves (2008), Platão teria nascido em Atenas, ou muito próximo, no ano de 427 a.C. Nesse período, a cidade de Atenas encontrava-se em um conflito com Esparta, era a chamada Guerra de Peloponeso, que teve início em 431 a. C. Após a guerra, Atenas saiu como vitoriosa, mas tempo depois foi totalmente devastada por uma doença (peste) que matou boa parte de toda a sua população; com o problema no ano de 404 a. C., a derrota foi aceita. Nesse período conturbado em Atenas, poucas eram as produções em questão do progresso da geometria; os desenvolvimentos foram surgindo da Magna Grécia. Quando a guerra chegou ao fim, a cidade de Atenas conseguiu readquirir sua liderança de cultura.

Eves (2008) ainda declara que Platão iniciou seus estudos na cidade de Atenas, onde estudou filosofia com Sócrates, após, percorreu o mundo à procura de novos conhecimentos, efetuando investigações na área de matemática juntamente com Teodoro de Cirene e Arquitas. Quando Platão retorna para Atenas, no ano de 387 a. C., ele acaba fundando um centro de estudos próprio, chamado de Academia, que tinha como finalidade a realização de investigações filosóficas e científicas. Essa Academia foi cuidada por Platão durante toda a sua vida, até que,

em 347 a. C., com cerca de oitenta anos de idade, Platão falece em Atenas. O centro de estudos criado por Platão, segundo Eves (2008), foi muito importante para o desenvolvimento de grandes trabalhos de matemática realizados por discípulos e alguns amigos do matemático/filósofo. Dessa forma, Eves revela a significância da Academia que ligou a matemática dos pitagóricos com a escola de Alexandria. Platão contribuiu muito para a matemática e, por isso, sua relevância não se deve a uma descoberta em si, mas sim à insistência em tornar a matemática uma ciência reconhecida.

2.5.1.1 Poliedros regulares

Eves (2008) discute sobre os poliedros (sólidos com três dimensões) regulares (simétricos) e menciona que um poliedro só é regular se suas faces são polígonos (figuras planas formadas pelo mesmo número de ângulos e lados) regulares do tipo congruentes (figuras com mesma forma e tamanho) e se seus ângulos poliédricos são todos congruentes. O descobrimento dos poliedros regulares não está documentado, segundo Luna (2014), Platão não fez a demonstração de nenhum dos poliedros regulares.

De acordo com Eves (2008), o nome Timeu de Platão se deu por causa de Timeu de Locri (pitagórico), sendo um conhecido de Platão na Itália. Timeu faz a associação dos quatro sólidos (tetraedro, octaedro, icosaedro e cubo) mais fáceis de construir com os quatro elementos (fogo, ar, água e terra). Já o sólido dodecaedro (mais complexo de construir), para Platão, podia ser representado pelo universo. É significativo ressaltar que a descoberta dos sólidos tetraedro, hexaedro e dodecaedro aconteceu por causa dos pitagóricos, já o octaedro e o icosaedro foram descobertos por Teeteto.

A nomeação dos poliedros platônicos está relacionada com a numeração das faces que cada um possui, sendo assim o tetraedro possui quatro faces triangulares, o hexaedro (cubo) tem seis faces quadradas, o octaedro, como o próprio nome já menciona, conta com oito faces também triangulares, o dodecaedro com um total de doze faces em forma de pentágonos e, por último, o icosaedro que possui vinte faces triangulares. A seguir, pode-se entender melhor o porquê da existência de apenas cinco poliedros platônicos.

Sabe-se que os ângulos dos vértices de um poliedro possuem uma soma menor que 360° , sendo assim cada vértice apresenta uma quantidade mínima de três arestas e no máximo cinco, salienta-se que as faces são polígonos regulares. Desta maneira, cada ângulo que se encontra internamente nas faces dos polígonos possui uma medida de 60° e, por isso, cada vértice pode ter três, quatro ou até cinco faces com formato de triângulo. Justificando o que foi mencionado

acima, se multiplicarmos 3 por 60° , 4 por 60° e 5 por 60° , obrigatoriamente, tem-se que obter soluções menores que 360° , ou seja, não se pode ter mais que cinco triângulos em volta de um vértice. Se tivesse 6 triângulos e fosse fazer a multiplicação por 60° , formaria um plano e não um vértice poliédrico, mas agora se fossem mais que seis triângulos, não fecharia em 360° , pois passaria desse número. Ressalta-se que existem apenas três poliedros com faces triangulares, sendo eles: o tetraedro, o octaedro e o icosaedro.

Nesse viés, se as faces possuem formato quadrado, cada ângulo interno logicamente medirá 90° isso revela que cada vértice do poliedro pode possuir apenas três faces com esse formato, ou seja, três multiplicado por 90° resulta em 270° , sendo menor que 360° e, por isso, possível de formar um vértice para a construção do poliedro. Multiplicando quatro por 90° , tem-se o total de 360° e isso determinará um plano; se houvesse mais que quatro quadrados, passaria de 360° e também não formaria um vértice. Portanto, existe apenas um poliedro de Platão com face quadrada que é o hexaedro (cubo).

A próxima face seria a de formato pentagonal, isto é, como se trata de um pentágono, ter-se-ia 108° , por isso cada vértice do poliedro pode ter apenas três faces pentagonais, pois três multiplicado por 108° resulta em 324° , não ultrapassando o limite determinado de 360° . Ao multiplicar quatro por 108° , passaria de 360° e esse fato inviabiliza a construção do poliedro. Assim, há apenas um poliedro platônico com faces em formato de pentágonos que é o dodecaedro.

Se fosse seguida uma sequência, a próxima face seria a de formato hexagonal que, por sua vez, possui um ângulo interno de 120° . Se, em cada vértice, se tem a quantidade mínima de três polígonos para a formação de uma face, então, multiplicando três por 120° , obtém-se exatamente 360° e, com isso, fica clara a impossibilidade de construir um polígono regular com faces maiores que de um pentágono. Então, não se pode ter mais do que cinco poliedros de Platão.

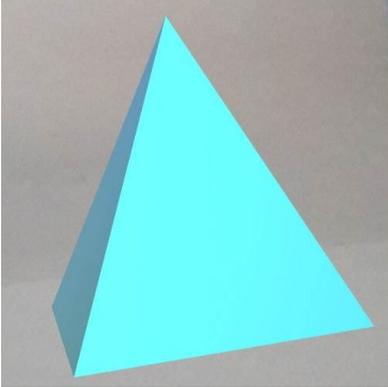
Em seguida, será realizada uma abordagem de cada um dos cinco sólidos platônicos.

2.5.1.1.1 Os cinco sólidos platônicos

Em relação ao primeiro poliedro platônico visto na Figura 8, Sutton (2015, p.08) explica que “o Tetraedro é composto por quatro triângulos equiláteros, com três deles encontrando-se em cada vértice.” O autor ainda ressalta que “seus vértices também podem ser definidos pelos centros de quatro esferas que se tocam.” Sutton revela que Platão fazia a associação desta forma com o elemento fogo, “[...] pela agudeza penetrante de suas arestas e vértices, e porque o

tetraedro é o mais simples e mais fundamental dos sólidos regulares.” (SUTTON, 2015, p. 08). Ainda segundo o autor, os gregos conheciam o tetraedro como *puramis*, origem da palavra pirâmide, sendo curioso que em grego “*pur*” significa “fogo”. (SUTTON, 2015 p. 08).

Figura 8 - Sólido platônico (Tetraedro)



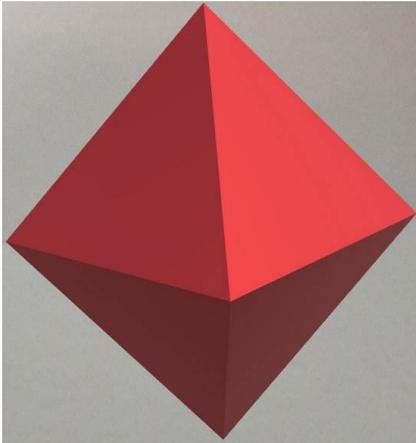
Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

Essa figura geométrica, de acordo com Daud Sutton (2015, p.08), “[...] tem três eixos duplos que passam através dos pontos médios de suas arestas, e quatro eixos triplos, cada um deles passando através de um vértice e do centro da face oposta.” O autor reforça sua afirmação deixando claro que qualquer poliedro com essa quantidade de eixos de rotação possui a simetria tetraédrica. Ressalta-se que o sólido em questão possui o total de 4 faces, 6 arestas e 4 vértices.

Referente ao poliedro octaedro observado na Figura 9, o autor Sutton (2015, p. 10) ressalta que ele “[...] é composto por oito triângulos equiláteros, com quatro deles encontrando-se em cada vértice.” Para Sutton, “Platão considerava o octaedro um intermediário entre o tetraedro, ou fogo, e o icosaedro, ou água, atribuindo esse sólido, portanto, ao elemento ar.” O autor ainda define que “o octaedro tem seis eixos duplos que passam pelas arestas opostas, quatro eixos triplos que passam através de seus centros de face, e três eixos quádruplos que passam através de vértices opostos.” Ainda sobre o octaedro, Sutton afirma que os sólidos com essas características em termos de rotação dos eixos exibem uma simetria octaédrica. (SUTTON, 2015, p. 10).

Daud Sutton (2015, p.10) diz também que “o tetraedro, o octaedro e o cubo são todos encontrados no reino mineral.” Sendo que “diamantes minerais e cristais de fluorita comuns frequentemente formam octaedros.” (SUTTON, 2015, p. 10). É importante salientar que esse sólido apresenta 8 faces, 12 arestas e 6 vértices.

Figura 9 - Sólido platônico (Octaedro)



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

Sobre o terceiro sólido platônico apresentado na Figura 10, Sutton (2015, p. 12) afirma que “o icosaedro é composto de vinte triângulos equiláteros, com cinco deles encontrando-se em cada vértice.” Em relação aos eixos, o autor evidencia que “tem quinze eixos duplos, dez eixos triplos e seis eixos quádruplos, conhecidos como simetria icosaédrica.” Sutton ainda explica que “o ângulo em que duas faces de um poliedro se encontram em uma aresta é conhecido como um ângulo diedro.” Além disso, para o autor o sólido está relacionado com o elemento água e que entre os cinco poliedros platônicos o icosaedro é aquele o qual possui mais ângulos diedros. (SUTTON, 2015, p. 12).

Daud Sutton (2015, p. 12) evidencia que, ao organizar em doze esferas idênticas para definição de um icosaedro, é necessário deixar um espaço no centro para uma outra esfera, que tem uma diferença mínima das demais, apresentando uma largura de nove décimos. Referente ao icosaedro, enfatiza-se que ele possui um total de vinte faces, trinta arestas e doze vértices.

Figura 10 - Sólido platônico (Icosaedro)



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

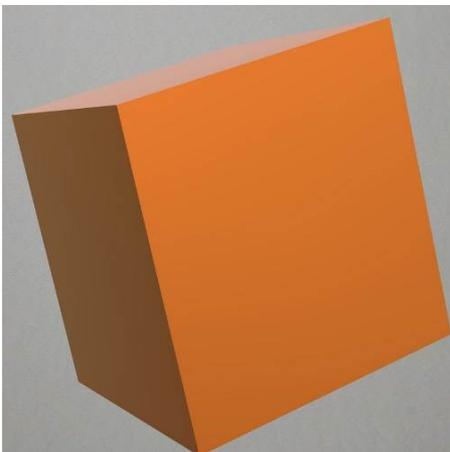
Relacionado ao Hexaedro observado na Figura 11, pode-se observar que ele possui seis faces, doze arestas e oito vértices. Sutton (2015, p. 14) destaca que “o cubo tem simetria octaédrica.” O autor afirma que “Platão associou-o ao elemento terra devido à estabilidade de suas bases quadradas.”

Conforme Daud Sutton:

Alinhado com a nossa experiência do espaço, o cubo volta-se para a frente, para trás, para a direita, para a esquerda, para cima e para baixo, o que corresponde às seis direções: norte, sul, leste, oeste, zênite⁴ (Ponto em que uma linha vertical imaginária passando por um lugar qualquer encontra a esfera celeste acima do horizonte) e nadir⁵ (Ponto da abóboda celeste oposto ao zênite). (SUTTON, 2015 p. 14)

Ainda segundo Sutton (2015, p. 14), “a peregrinação anual do islã é feita até a Kaaba⁶ (Construção cúbica considerada pelos muçulmanos o local mais sagrado do mundo), que significa, literalmente, “cubo” em árabe, localizada na cidade de Meca, na Arábia Saudita.” Em sua obra o autor afirma que “o santuário do Templo de Salomão também era um cubo, assim como a cristalina Nova Jerusalém, de acordo com o livro do Apocalipse de São João.” Daud ainda discute o seguinte problema: “Em 430 a.C., o oráculo de Delfos instruiu os atenienses a dobrar o volume do altar cúbico de Apolo, enquanto mantinham sua forma.” (SUTTON, 2015, p. 14). E, o autor finaliza a sua discussão dizendo que o problema ficou conhecido como “a duplicação do cubo”, salientando a sua impossibilidade de resolução utilizando-se apenas a geometria euclidiana. (SUTTON, 2015, p. 14).

Figura 11 - Sólido platônico (Hexaedro)



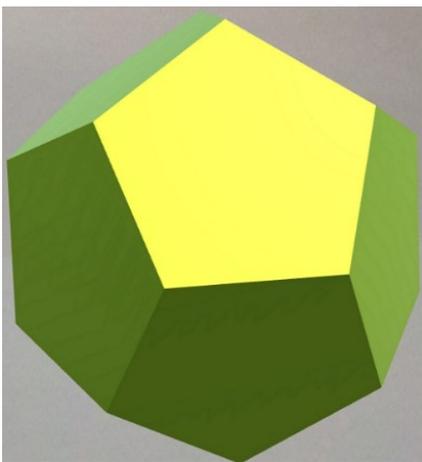
Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

Já referente ao último poliedro platônico observado na Figura 12, Sutton (2015, p. 16) afirma que “o belo dodecaedro tem doze faces pentagonais regulares, três das quais se encontram em cada vértice.” O autor menciona a simetria icosaédrica do sólido. E, em sua obra, diz que, “[...] como o tetraedro, ou pirâmide, e o cubo, o dodecaedro era conhecido pelos primeiros pitagóricos e frequentemente chamado de a esfera de doze pentágonos.” (SUTTON, 2015, p. 16).

Daud Sutton fala também sobre a atribuição dos outros quatro sólidos anteriores com os quatro elementos e, a partir disso, cita em seu livro a frase enigmática dita por Timeu de Platão: “Restava uma quinta estrutura que Deus usou para bordar as constelações em todo o céu.” (SUTTON, 2015 p.16).

O autor salienta que “um dodecaedro apoiado sobre uma superfície horizontal tem vértices que se encontram em quatro planos horizontais, e estes cortam ou dividem o dodecaedro em três partes.” (SUTTON, 2015, p. 16). Para esse autor, “[...] o volume da parte do meio é igual ao das outras partes, e assim cada uma delas tem um terço do volume total!” (SUTTON, 2015, p. 16). E, por fim, conclui que “[...] quando localizados dentro de uma mesma esfera, as áreas de superfície do icosaedro e do dodecaedro estão na mesma proporção que seus volumes, e suas insferas são idênticas.” (SUTTON, 2015, p. 16). Ressalta-se também que o dodecaedro tem o total de doze faces, trinta arestas e vinte vértices.

Figura 12 - Sólido platônico (Dodecaedro)



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

3 APLICATIVOS CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA 3D E A.R. PLATONIC SOLIDS EM SALA DE AULA

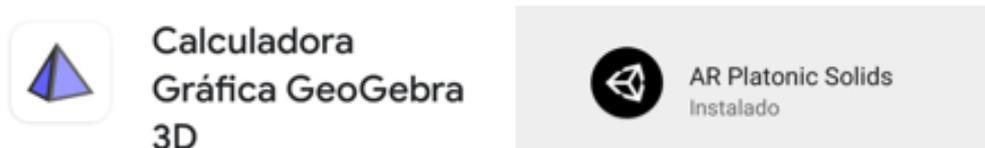
Os aplicativos *Calculadora Gráfica Geogebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*, ambos desenvolvidos para aparelhos *smartphones*, podem ser muito úteis no processo de ensino e aprendizagem dos sólidos de Platão quando utilizados de maneira adequada. Sabe-se que o primeiro aplicativo citado possui uma infinidade de ferramentas que permite uma melhor interação do usuário com a geometria, já o segundo se concentra em termos de visualização de figuras geométricas em 3D. Neste capítulo, o leitor poderá compreender melhor o funcionamento desses aplicativos durante a construção e visualização dos cinco sólidos platônicos (tetraedro, hexaedro, octaedro, dodecaedro e icosaedro), por meio de protocolos explicativos. Vale ressaltar também que, na última sessão, apresentaremos algumas atividades modelo.

3.1 TUTORIAL BÁSICO PARA O USO DOS APLICATIVOS: CALCULADORA GRÁFICA GEOGEBRA 3D E A.R. PLATONIC SOLIDS

Nesta seção secundária, apresenta-se o tutorial básico para o uso dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*. Assim, nas próximas seções, pode-se entender melhor o funcionamento das funções essenciais para a construção e visualização dos poliedros platônicos por meio de figuras elaboradas pelas autoras e breves explicações sobre as ferramentas importantes que estão contidas nos aplicativos.

Devido a quesitos de organização, é significativo salientar que primeiro será possível inteirar-se sobre as metodologias de uso do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e do *A.R. Platonic Solids*. Na Figura 13 é possível observar os logotipos dos aplicativos.

Figura 13 - Logotipo dos aplicativos

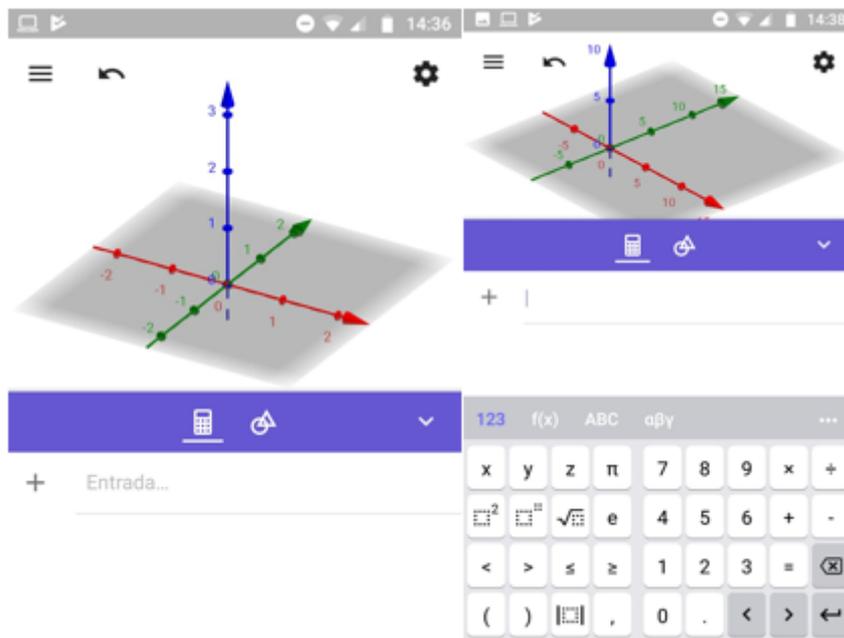


A seguir, é possível se informar sobre as explicações de cada uma das ferramentas do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e do *A.R. Platonic Solids*.

3.1.1 Aplicativo calculadora gráfica geogebra 3D e seu tutorial de uso

O aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* pode ser baixado de forma gratuita nas plataformas *Play Store*, *App Store* e também no site oficial do desenvolvedor www.geogebra.org. Esse aplicativo também é encontrado gratuitamente e *online* acessando o site: <https://www.geogebra.org/3d?lang=pt>. A Figura 14 exibe a sua interface dinâmica:

Figura 14 - Interface do aplicativo *Calculadora Gráfica Geogebra 3D* no *smartphone*

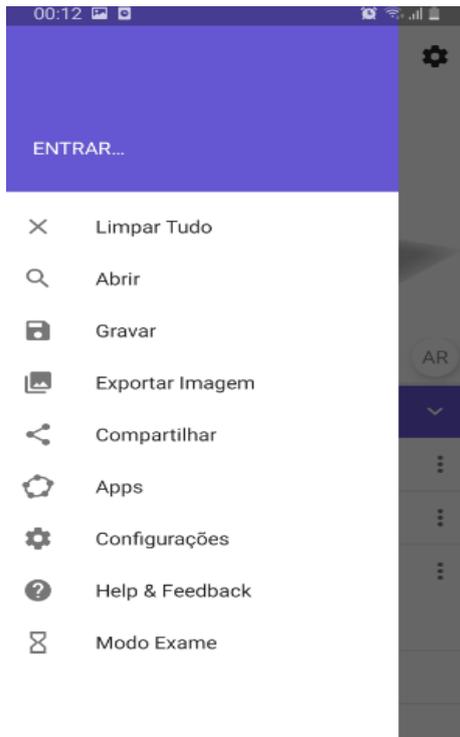


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

A seguir, apresentaremos algumas explicações detalhadas referente a algumas ferramentas de construção, visualização, planificação, entre outras muito significantes, juntamente com figuras para uma melhor compreensão do leitor:

Barra de menus: Contém as opções de limpar, abrir, gravar, exportar imagem, compartilhar, *apps*, configurações, *help*, *feedback* e modo exame, conforme mostra a Figura 15.

Figura 15 - Barra de menus



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Limpar Tudo: Essa ferramenta permite o descarte e a gravação do que foi produzido no aplicativo. A função descarte é utilizada para abrir uma nova janela e começar novamente o processo de produção. Já a função de gravação possibilita gravar o que já foi feito, ou seja, ela salva o trabalho do usuário. Na Figura 16 observa-se a ferramenta.

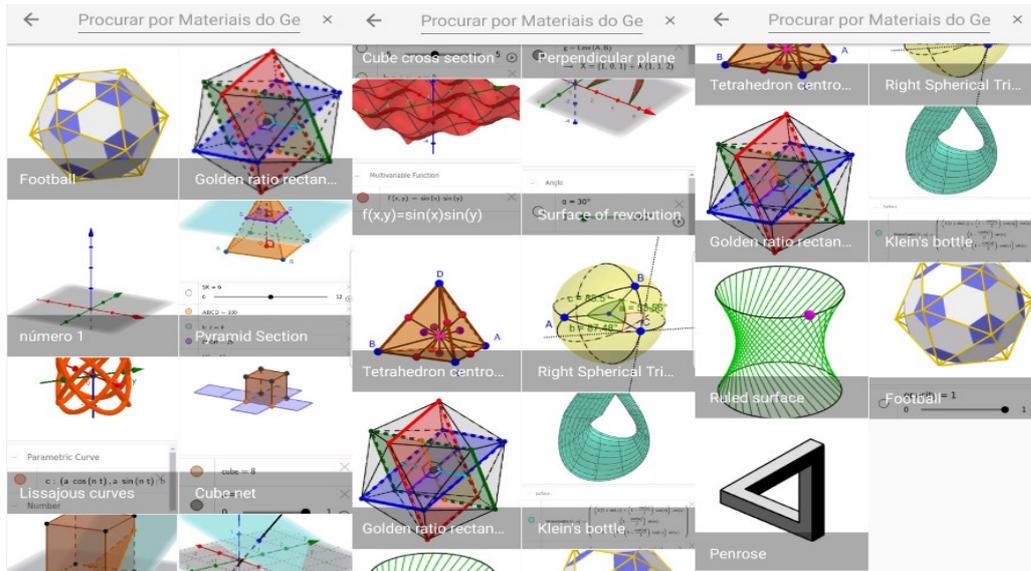
Figura 16 - Ferramenta limpar tudo



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Abrir: Essa ferramenta possibilita a procura por materiais prontos do aplicativo. É possível visualizar a ferramenta “Abrir” na Figura 17.

Figura 17 - Materiais prontos do aplicativo



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Gravar: Essa ferramenta permite gravar (salvar) o trabalho produzido no aplicativo. Após gravar o arquivo, o usuário poderá, através desse instrumento, enviá-lo para uma conta existente no *app* ou até mesmo criar sua própria conta. A Figura 18 mostra a ferramenta “Gravar”.

Figura 18 - Ferramenta para gravação de documentos produzidos no aplicativo



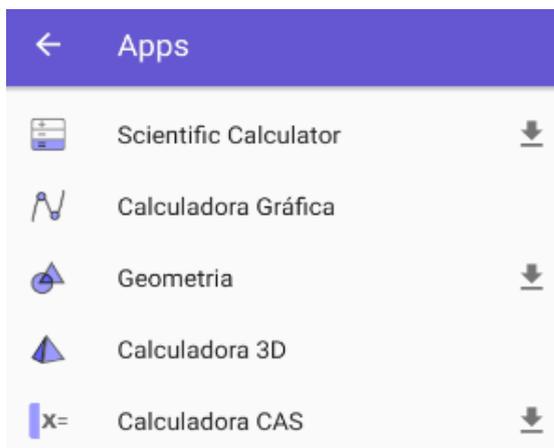
Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Exportar Imagem: Essa ferramenta possibilita que a construção do objeto geométrico seja exportada (enviada) para outros meios, como, por exemplo, para o *e-mail*, *WhatsApp*, entre outros.

Compartilhar: Essa ferramenta permite o compartilhamento do arquivo para outros meios, como, por exemplo, para o *e-mail* e *WhatsApp*.

Apps: Essa ferramenta permite com que o usuário faça o *download* de outros aplicativos do mesmo desenvolvedor. Os outros aplicativos para *smartphones* ou *tablets* que aparecem nessa ferramenta são: *Scientific Calculator*, *Calculadora Gráfica*, *Geometria*, *Calculadora 3D* e *Calculadora CAS*. É possível observar essa opção na Figura 19.

Figura 19 - Ferramenta "Apps"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

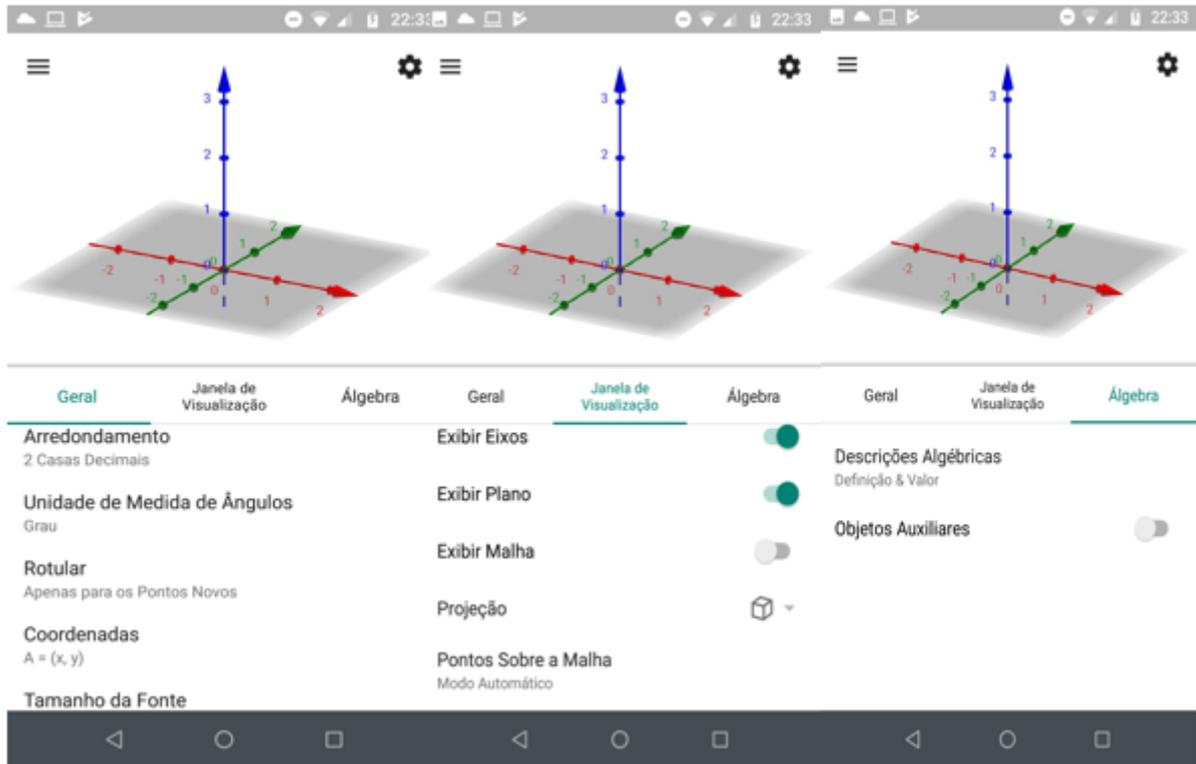
Configurações: Essa ferramenta apresenta três grupos diferentes de opções, são elas: Geral, Janela de visualização e Álgebra. Na Figura 20, visualiza-se esse instrumento.

Geral: Compreende as opções de arredondamento de casas decimais; unidades de medidas de ângulos; rotular para pontos e objetos novos; coordenadas; tamanho de fonte e idiomas.

Janela de Visualização: Compreende as opções de exibir eixos; exibir plano; exibir malha; projeção (paralela, em perspectiva, óculos 3D e oblíqua); pontos sobre a malha; legendas e eixos coloridos.

Álgebra: Compreende as opções referentes à descrição algébrica (valor, definição e descrição) e objetos auxiliares.

Figura 20 - Ferramenta "Configurações"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Help & Feedback: Ferramenta que disponibiliza ajuda em relação às inúmeras funções do aplicativo. Essa opção também permite com que o usuário contribua com uma opinião sobre o aplicativo.

Modo Exame: Prepara o dispositivo móvel, mudando o modo para “Avião” e, assim, desliga o *Wi-Fi* e *bluetooth* do *smartphone* ou *tablet*.

Ferramentas de Edição: Contém 12 grupos de ferramentas de edição: ferramentas básicas; editar; pontos; retas e polígonos; sólidos; planos; círculos; curvas; transformar; medições e retas especiais. Salienta-se que cada uma delas possui funções específicas.

Nas próximas figuras, é possível visualizar cada grupo de ferramentas de edição do aplicativo.

Figura 21 - Grupo “Ferramentas Básicas”



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Mover: permite arrastar ou selecionar objetos.

Ponto: possibilita a criação de um ponto.

Pirâmide: permite, selecionar ou criar um polígono para a base da pirâmide.

Cubo: permite a criação de um cubo em dois pontos.

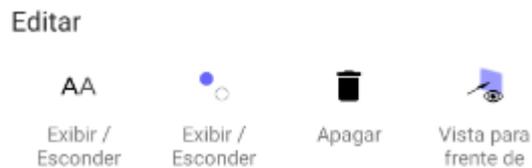
Esfera dados Centro e Um de seus pontos: possibilita criar uma esfera a partir de um ponto.

Plano por três pontos: permite criar um plano com três pontos.

Interseção de Duas: permite a construção de curvas de interseção de duas superfícies.

Planificação: possibilita fazer as planificações de qualquer sólido.

Figura 22 - Grupo de ferramentas “Editar”



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Exibir/Esconder Rótulo: permite exibir e ocultar rótulos.

Exibir/Esconder Objeto: permite exibir e ocultar objeto.

Apagar: permite apagar objetos e pontos.

Vista para frente de: possibilita a mudança do campo de visão do objeto geométrico, com essa ferramenta, é possível visualizar a parte frontal do que foi construído no aplicativo.

Figura 23 - Grupo de ferramentas "Pontos"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Ponto: possibilita a criação de um ponto.

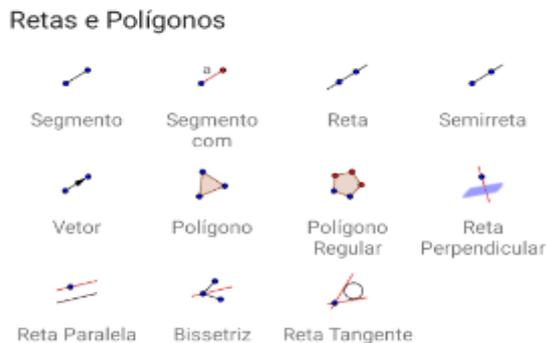
Interseção de Dois Objetos: permite a criação de um ponto de interseção entre dois objetos.

Ponto Médio ou Centro: permite criar um ponto médio entre dois pontos.

Ponto em Objeto: permite criar um ponto fixo em um objeto.

Vincular/Desvincular Ponto: possibilita vincular ou desvincular um ponto.

Figura 24 - Grupo de ferramentas "Retas e Polígonos"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Segmento: cria uma reta que une dois pontos.

Segmento com Comprimento Fixo: cria uma reta com um comprimento definido.

Reta: cria uma reta que passa por dois pontos.

Semirreta: cria uma semirreta que passa por dois pontos.

Vetor: cria um segmento de reta orientado por inúmeras propriedades.

Polígono: permite a criação de um polígono.

Polígono Regular: possibilita criar um polígono regular a partir de um número de vértice.

Reta Perpendicular: possibilita a criação de uma reta perpendicular a uma reta, semirreta, segmento e um vetor.

Reta Paralela: permite criar uma reta paralela à outra indicada.

Bissetriz: cria a bissetriz de um ângulo indicado.

Reta Tangente: possibilita construir uma reta tangente a partir de uma circunferência cônica ou uma função.

Figura 25 - Grupo de ferramentas “Sólidos”



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Pirâmide: permite a seleção ou criação de um polígono para a base da pirâmide ou de um vértice oposto à base.

Prisma: possibilita construir um prisma a partir de 4 pontos.

Tetraedro: possibilita construir um tetraedro a partir de dois pontos.

Cubo: Possibilita a seleção de dois pontos para a criação de um cubo.

Esfera dados Centro e um de Seus Pontos: permite criar uma esfera ao selecionar o centro e um ponto para a sua construção.

Esfera dados Centro e Raio: permite construir uma esfera a partir de um raio com valor definido.

Cone: cria-se um cone a partir de dois pontos e um raio definido.

Cilindro: cria-se um cilindro a partir de dois pontos e um raio definido.

Fazer extrusão para Pirâmide ou Cone: possibilita a seleção e o arraste de um polígono ou um círculo para criar uma pirâmide ou cone.

Extrusão para Prisma ou Cilindro: possibilita o arraste de um polígono ou círculo para criar um prisma ou cilindro.

Planificação: permite a seleção de um poliedro para se obter a planificação no plano que contenha a base inferior dele.

Figura 26 - Grupo de ferramentas "Planos"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

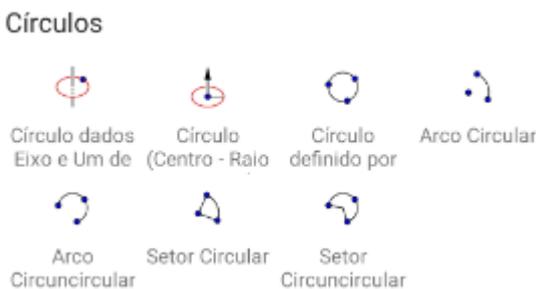
Plano por três pontos: constrói um plano a partir da seleção de três pontos.

Plano: permite criar um plano ao selecionar três pontos, um ponto e uma reta, ou até mesmo duas retas.

Plano Paralelo: possibilita a criação de um plano ao selecionar um ponto e um plano paralelo.

Plano Perpendicular: permite construir um plano ao selecionar um ponto e uma reta perpendicular.

Figura 27 - Grupo de ferramentas "Círculos"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Círculo dados Eixo e um de Seus Pontos: permite criar um círculo ao selecionar o eixo e um ponto para a construção.

Círculo (Centro – Raio + Direção): possibilita construir um círculo selecionando um centro um raio e uma direção.

Círculo definido por Três Pontos: possibilita construir um círculo selecionando três pontos.

Arco Circular: gera um arco utilizando três pontos, sendo que o primeiro representa o centro, o segundo reproduz o início e o terceiro equivale ao final.

Arco Circuncircular: gera um arco utilizando três pontos, sendo que o primeiro representa o início, o segundo será o contido e o terceiro representa o final.

Setor Circular: cria um setor circular a partir de três pontos.

Setor Circuncircular: cria um setor circuncircular a partir de três pontos.

Figura 28 - Grupo de ferramentas "Curvas"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Elipse: constrói uma elipse a partir de três pontos: os dois primeiros caracterizam seus focos e o terceiro a sua elipse.

Cônica por Cinco Pontos: permite a construção de uma cônica com 5 pontos.

Parábola: possibilita a criação de uma parábola selecionando um foco e, depois, a diretriz.

Hipérbole: constrói uma hipérbole selecionando dois focos e um ponto.

Lugar Geométrico: constrói um lugar geométrico descrito pelo movimento de um objeto.

Interseção de Duas Superfícies: constrói a curva de interseção de duas superfícies.

Figura 29 - Grupo de ferramentas "Transformar"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Reflexão por Um Plano: espelha um objeto geométrico em relação a um plano.

Reflexão em Relação a um Ponto: espelha um objeto geométrico em relação a um ponto.

Girar em torno de Uma Reta: permite a construção do reflexo de um objeto através de um ponto ou um ângulo definido.

Translação por um Vetor: constrói o reflexo de um objeto a partir de um vetor.

Homotetia: multiplica a distância de um ponto qualquer a um ponto fixo.

Reflexão em Relação a uma Reta: espelha um objeto em relação a uma reta.

Figura 30 - Grupo de ferramentas "Medições"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Ângulo: determina um ângulo entre dois segmentos.

Distância Comprimento: informa a distância entre dois pontos e o comprimento de um segmento.

Área: informa a área de um objeto.

Volume: informa o volume do objeto.

Figura 31 - Grupo de ferramentas "Outras"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Girar Janela de Visualização 3D: permite que o usuário arraste a janela de visualização 3D.

Mover Janela de Visualização: possibilita que o usuário arraste e solte o plano de fundo da visualização gráfica com a finalidade de alterar sua área visível ou dimensionar cada um dos eixos de coordenadas.

Copiar Estilo Visual: permite copiar propriedades visuais. Um exemplo seria a cópia de tamanho, espessura, estilos de linha ou até mesmo a cor de um determinado objeto geométrico para outros objetos.

Figura 32 - Grupo de ferramentas "Retas Especiais"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

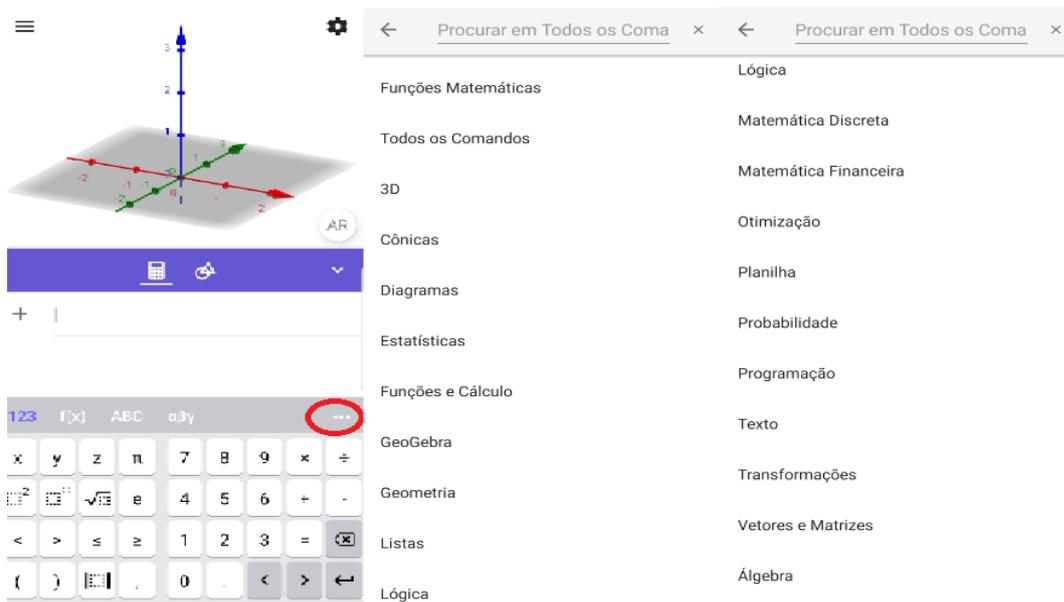
Vetor a Partir de um Ponto: gera um vetor com a mesma característica de outro, mas em outro ponto.

Caminho Poligonal: constrói um polígono a partir de três pontos através do ponto inicial até o ponto final.

Reta Polar ou Diametral: constrói uma reta diametral referente a uma circunferência ou curvas cônicas.

Funções de edição do teclado: Essa ferramenta possui 21 grupos: funções matemáticas; todos os comandos; 3D; cônicas; diagramas; estatísticas; funções e cálculo; geogebra; geometria; listas; lógica; matemática discreta; matemática financeira; otimização; planilha; probabilidade; programação; texto; transformações; vetores e matrizes e álgebra. Na Figura 33 é possível visualizar a ferramenta “Funções de edição do teclado”.

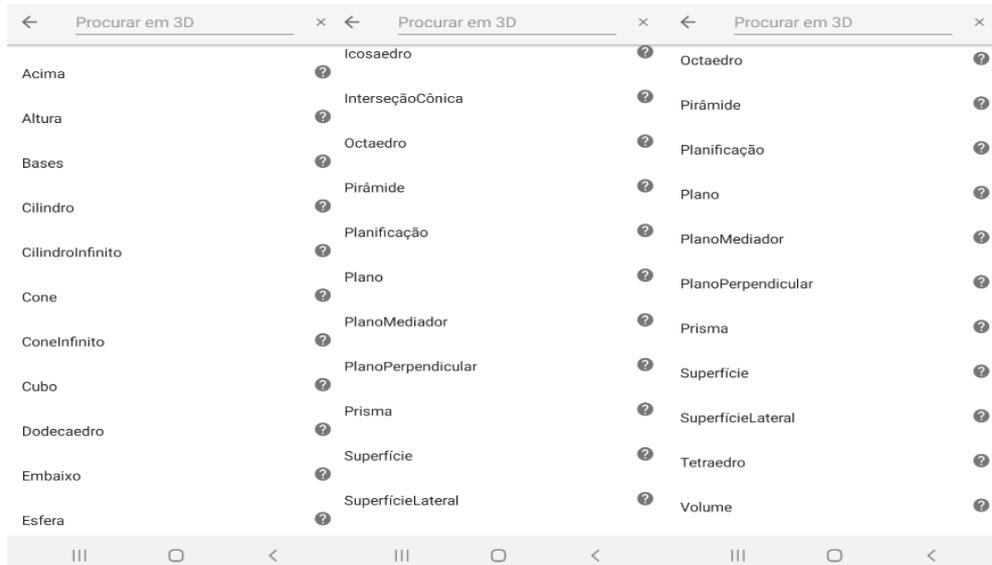
Figura 33 - Ferramenta "Funções de edição do teclado"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Entre esses grupos de ferramentas, o mais utilizado durante a construção dos poliedros de Platão é o grupo denominado “3D” com as seguintes funções: acima; altura; bases; cilindro; cilindro infinito; cone; cone infinito; dodecaedro; embaixo; esfera; icosaedro; interseção cônica; octaedro; pirâmide; planificação; plano; plano mediador; plano perpendicular; prisma; superfície; superfície lateral; tetraedro e volume. Na Figura 34 observa-se o grupo de ferramentas.

Figura 34 - Grupo de ferramentas "3D"



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Acima: cria a parte superior do quadriculado limitado.

Altura: calcula a altura “orientada” do sólido fornecido.

Bases: cria a parte superior e inferior do quadrado limitado.

Cilindro: cria um cilindro com base e alturas determinadas.

Cilindro Infinito: cria um cilindro infinito com raio determinado e linha dada como um eixo de simetria.

Cone: cria um cone com base e altura especificadas.

Cone Infinito: cria um cone infinito com ponto determinado como vértice, eixo de simetria paralelo ao vetor fornecido e ângulo de ápice 2α .

Cubo: cria um cubo tendo o segmento entre os dois pontos, como uma aresta.

Dodecaedro: cria um dodecaedro com o segmento entre dois pontos como, uma aresta.

Embaixo: cria a parte inferior do quadriculado limitado.

Esfera: cria uma esfera com centro e raio.

Icosaedro: cria um icosaedro tendo o segmento entre os dois pontos como uma aresta.

Interseção Cônica: intersecta o plano com o quadriculado.

Octaedro: cria um octaedro com o segmento entre os dois pontos como uma aresta.

Pirâmide: retorna uma pirâmide definida pelos pontos dados.

Planificação: cria a rede de um poliedro convexo, no plano que contém a face usada para a sua construção.

Plano: cria um plano através do polígono.

Plano Mediador: cria o plano bissetriz ortogonal entre os dois pontos.

Plano Perpendicular: cria o plano perpendicular entre os dois pontos.

Prisma: permite construir um prisma definido pelos pontos dados.

Superfície: cria uma superfície, girando a função fornecida de 0 para o ângulo especificado em torno do eixo x.

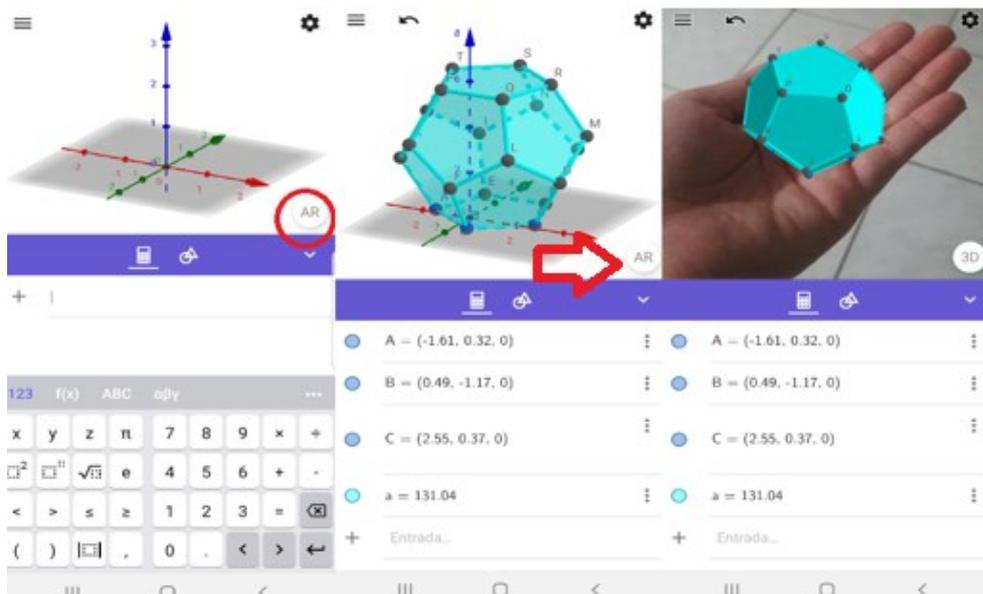
Superfície Lateral: cria uma superfície do tipo lateral.

Tetraedro: cria um tetraedro com o segmento entre os dois pontos como uma aresta.

Volume: calcula o volume do sólido fornecido.

Realidade aumentada: Essa ferramenta utiliza a câmera do aparelho móvel para fazer a projeção do objeto tridimensional construído no aplicativo diretamente no mundo real. Conforme a Figura 35.

Figura 35 - Ferramenta "AR - Realidade Aumentada" do aplicativo



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

3.1.1.1 Aplicativo *A.R. platonic solids* e seu tutorial básico para uso

O aplicativo *A.R. Platonic Solids* pode ser facilmente baixado no dispositivo móvel por meio da plataforma *Play Store*. Salienta-se que esse *app* não possui disponibilidade na *App Store*. Assim como o aplicativo anterior, o aplicativo *A.R. Platonic Solids* também é gratuito. Após fazer o download desse *app*, é preciso acessar o link que se encontra na descrição do aplicativo na plataforma *Play Store* e baixar os códigos QR que serão necessários para o

funcionamento do aplicativo. Link para acesso aos códigos QR: https://docs.google.com/document/d/1zK0ve_SFOzpKygVXykRnz0awta83bLcV2oKfGd4XFfk/edit?usp=sharing. A (Figura 36) apresenta um dos códigos QR que são encontrados no link.

Figura 36 - Código QR



Fonte: *Virtual Dor*, 2019.

Tutorial para uso do *A.R. Platonic Solids*

Após a sua instalação, seja no *smartphone* ou até mesmo no *tablet*, é preciso permitir o acesso do aplicativo à câmera do dispositivo móvel indo até as configurações do *app*. Ao abrir o aplicativo, tem-se uma câmera capaz de reconhecer o código QR e fazer automaticamente a projeção do poliedro platônico no espaço em que o usuário se encontra. Na Figura 37 observa-se o *app A.R. Platonic Solids* sendo utilizado.

Passo a passo para utilizar o aplicativo *A.R. Platonic Solids*:

1. Abrir o aplicativo *A.R. Platonic Solids* no *smartphone* ou *tablet*;
2. Acessar o link que fica na descrição do *app* no *Play Store*;
3. Fazer o download do documento que contém os códigos QR;
4. Imprimir e recortar os códigos QR;
5. Posicionar o código QR na frente da câmera do dispositivo com o *app* aberto;
6. Visualizar o poliedro platônico que é projetado.

Figura 37 - Leitura do código QR e projeção do poliedro platônico



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

3.1.1.1.1 Protocolos de construção e visualização dos cinco poliedros platônicos

Na presente seção serão, apresentados os protocolos para a construção e visualização de cada um dos cinco poliedros de Platão. Utilizando os aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*, é possível trabalhar o conteúdo matemático referente aos sólidos platônicos com mais dinamicidade e praticidade no conforto de um dispositivo móvel, seja ele um *smartphone* ou *tablet*. Será também demonstrado detalhadamente com o auxílio de figuras explicativas elaboradas pelas autoras, o passo a passo do uso dos *apps* em questão. A seguir é possível inteirar-se sobre os passos primordiais para a elaboração dos poliedros platônicos, fazendo uso dos aplicativos já conhecidos na seção anterior.

Protocolo de construção do tetraedro

Construindo um tetraedro com os pontos $A = (2,0)$ e $B = (2,4)$ pelo aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*:

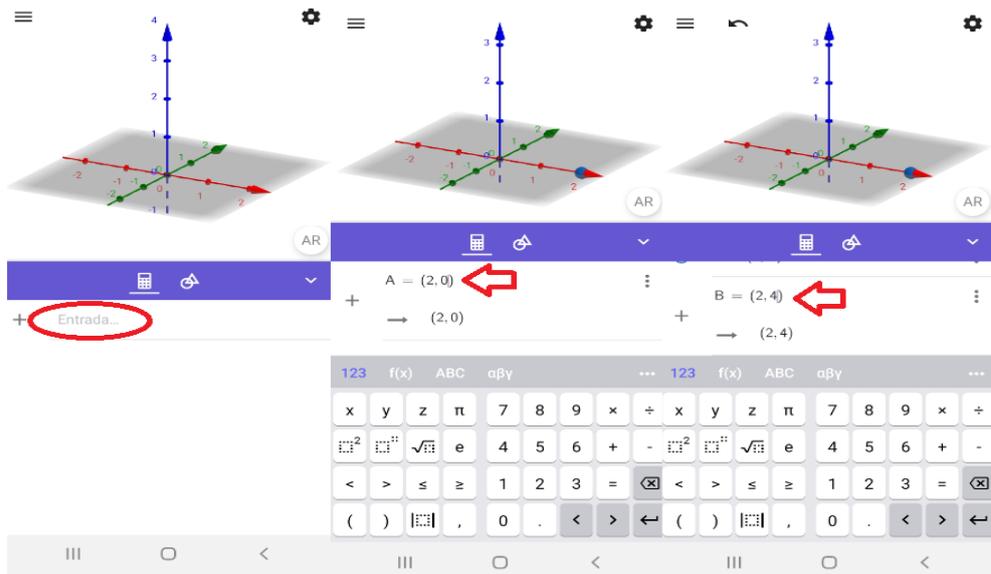
Consegue-se dar início à construção fazendo a escolha de quaisquer dois pontos, para esse exemplo escolhemos dois pontos.

Com o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* baixado e aberto no *smartphone* ou *tablet*, siga os procedimentos a seguir:

1. No campo de entrada, digite o primeiro ponto: “ $A=(2,0)$ ”;
2. Tecele “enter”: ;

3. Ainda no campo de entrada, digite o segundo ponto: “B=(2,4)”;
 4. Tecele “enter”: ;
- Observe a Figura 38:

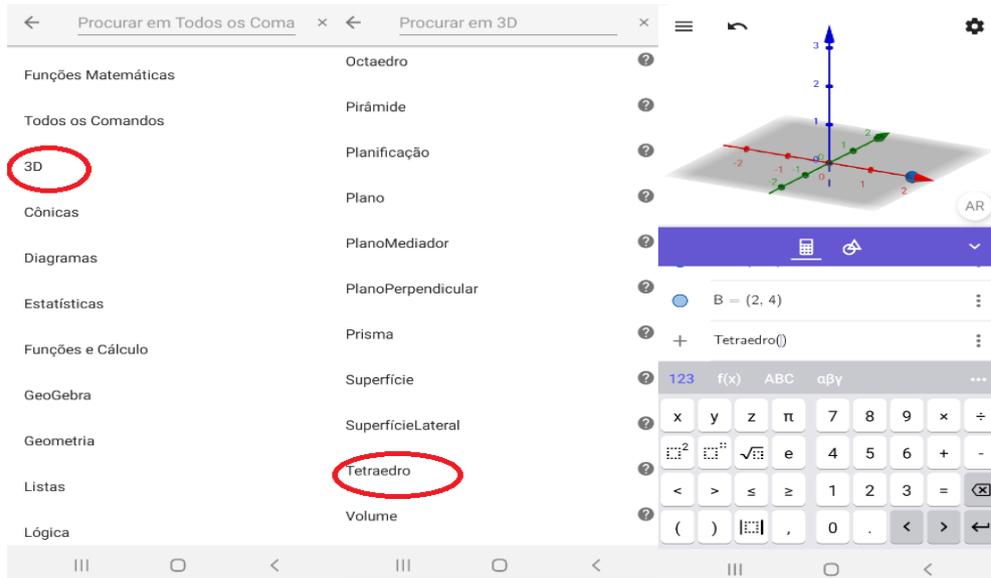
Figura 38 - Introdução dos pontos para construir o tetraedro



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

5. No lado direito do teclado, “clique”: ;
 6. Localize e acesse o grupo de ferramentas 3D;
 7. Localize a opção “Tetraedro”;
- A Figura 39 apresenta os passos:

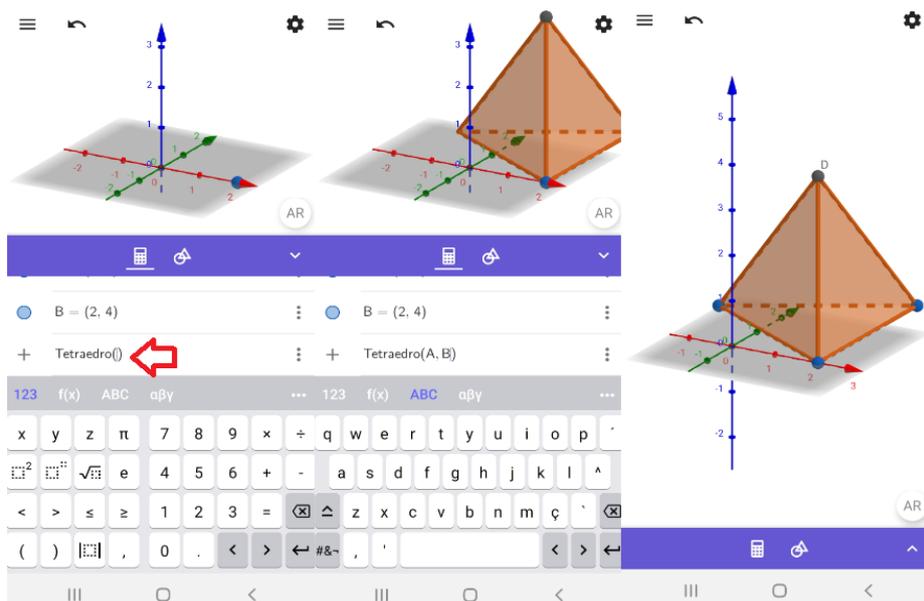
Figura 39 - Ferramenta 3D na construção do tetraedro



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

8. Veja que aparece no campo de entrada: “Tetraedro()”;
 9. Digite as letras A e B, separando-as por uma vírgula dentro dos parênteses que procedem a palavra tetraedro;
 10. Tecle “enter”: ;
 11. Observe o sólido platônico que acaba de ser construído;
- Na Figura 40 podem-se observar os passos:

Figura 40 - Poliedro platônico tetraedro construído



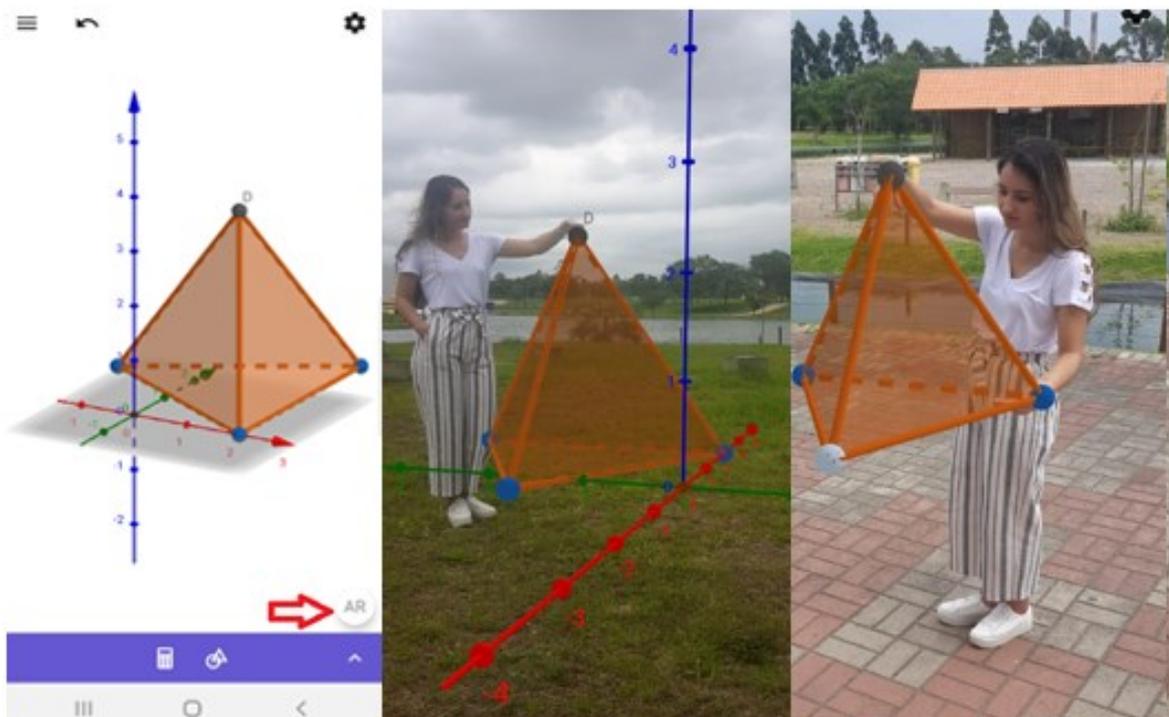
Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

Para finalizar a construção do poliedro platônico, siga os próximos passos:

12. No canto inferior direito, ao lado do objeto tridimensional, localize a função “AR”;
13. Acesse a função “AR” e “clique” sobre essa opção;
14. Aguarde alguns segundos enquanto a câmera se abre e o objeto aparece;
15. Observe o poliedro platônico por meio da tela do dispositivo móvel, ele estará projetado no ambiente em que o usuário do *app* se encontra.

É possível visualizar o uso dessa função na Figura 41:

Figura 41 - Poliedro platônico tetraedro projetado no ambiente real



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

- Protocolo de visualização do tetraedro

Para visualizar o poliedro platônico tetraedro através do aplicativo *A.R. Platonic Solids*, basta:

1. Abrir o aplicativo A.R. Platonic Solids no smartphone ou tablet;
2. Acessar o link que fica na descrição do *app* no *Play Store*;
3. Link:

https://docs.google.com/document/d/1zK0ve_SFOzpKyGVXykRnz0awta83bLcV2oKfGd4XFfk/edit?usp=sharing

4. Fazer o download do documento que contém os códigos QR;

5. Imprimir e recortar os códigos QR referentes aos sólidos platônicos;
6. Posicionar o código QR na frente da câmera do dispositivo com o *app* aberto;
7. Visualizar o poliedro platônico que é projetado no espaço real.

Observe a Figura 42 que demonstra o uso desse aplicativo:

Figura 42 - Uso do aplicativo *A.R. Platonic Solids* para a visualização do tetraedro



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

- Protocolo de construção do cubo (hexaedro)

Construindo um hexaedro com os pontos $A = (1,2,3)$ e $B = (0,2)$ pelo aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*:

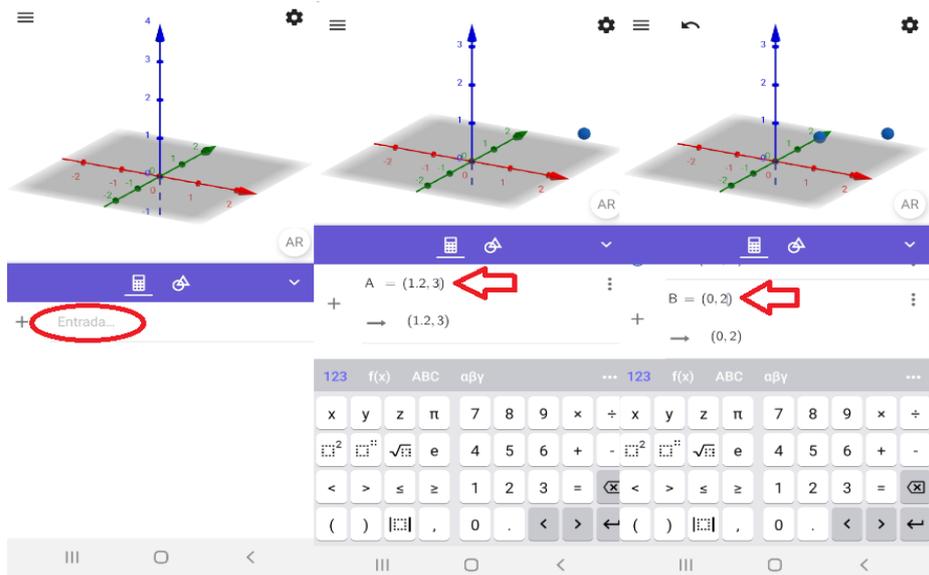
É possível construir o cubo (hexaedro) fazendo a escolha de quaisquer dois pontos, para esse exemplo, escolhemos os dois pontos anteriormente mencionados.

Usando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, baixado e aberto no *smartphone* ou *tablet*, siga os procedimentos subsequentes:

1. No campo de entrada, digite o primeiro ponto: “ $A=(1,2,3)$ ”;
2. Tecele “enter”: ;
3. Ainda no campo de entrada, digite o segundo ponto: “ $B=(2,4)$ ”;
4. Tecele “enter”: .

De acordo com a Figura 43:

Figura 43 - Introdução dos pontos para construir o cubo (hexaedro)

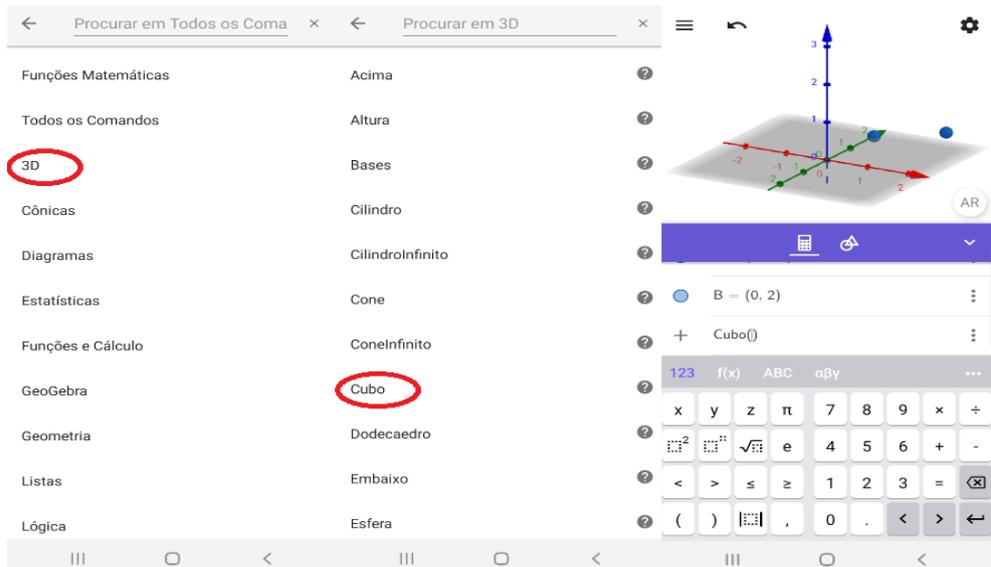


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

5. No lado direito do teclado, “clique”: ;
6. Localize e acesse o grupo de ferramentas 3D;
7. Localize a opção “Cubo”;

A Figura 44 demonstra os passos:

Figura 44 - Ferramenta 3D na construção do cubo (hexaedro)

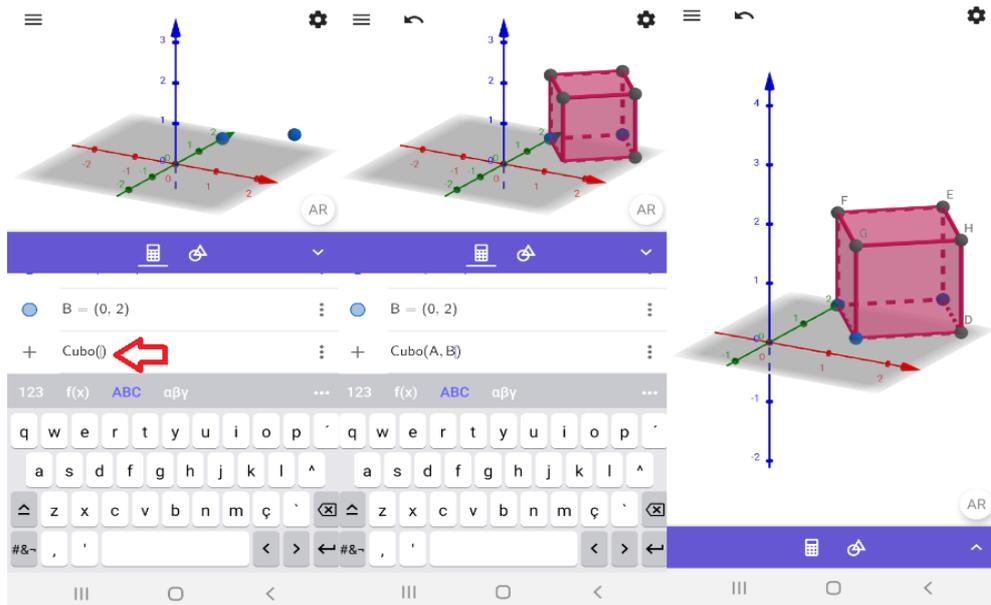


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

8. Veja que aparece no campo de entrada: “Cubo()”;

9. Digite as letras A e B, separando-as por uma vírgula dentro dos parênteses que procedem a palavra cubo;
10. Tecele “enter”: ↵;
11. Observe o sólido platônico que acaba de ser construído;
Na Figura 45 podem-se observar os passos:

Figura 45 - Poliedro platônico cubo (hexaedro) construído



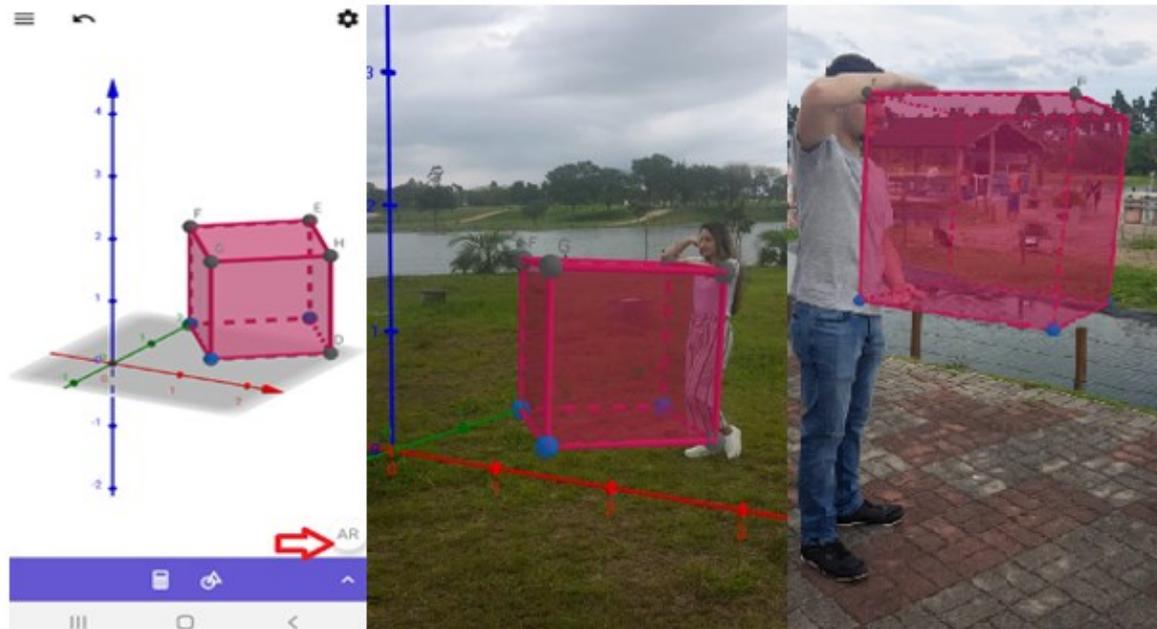
Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

Para finalizar a construção do poliedro platônico, siga os próximos passos:

12. No canto inferior direito, ao lado do objeto tridimensional, localize a função “AR”;
13. Acesse a função “AR” e “clique” sobre essa opção;
14. Aguarde alguns segundos enquanto a câmera se abre e o objeto aparece;
15. Observe o poliedro platônico por meio da tela do dispositivo móvel, ele estará projetado no ambiente em que o usuário do *app* se encontra.

É possível visualizar o uso dessa função na Figura 46:

Figura 46 - Poliedro platônico cubo (hexaedro) projetado no ambiente real



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Protocolo de visualização do cubo (hexaedro)

Para visualizar o poliedro platônico cubo (hexaedro), por meio do aplicativo *A.R. Platonic Solids*, basta:

1. Abrir o aplicativo *A.R. Platonic Solids* no *smartphone* ou *tablet*;
2. Acessar o link que fica na descrição do *app* no *Play Store*;
3. Link:

https://docs.google.com/document/d/1zK0ve_SFOzpKygVXykRnz0awta83bLcV2oKfGd4XFfk/edit?usp=sharing

4. Fazer o download do documento que contém os códigos QR;
5. Imprimir e recortar os códigos QR referentes aos sólidos platônicos;
6. Posicionar o código QR na frente da câmera do dispositivo com o *app* aberto;
7. Visualizar o poliedro platônico que é projetado no espaço real.

Observe a Figura 47 que demonstra o uso desse aplicativo:

Figura 47 - Uso do aplicativo *A.R. Platonic Solids* para a visualização do hexaedro



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

Protocolo de construção do octaedro

Construindo um octaedro com os pontos $A = (3,1)$ e $B = (2,4)$ pelo aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*:

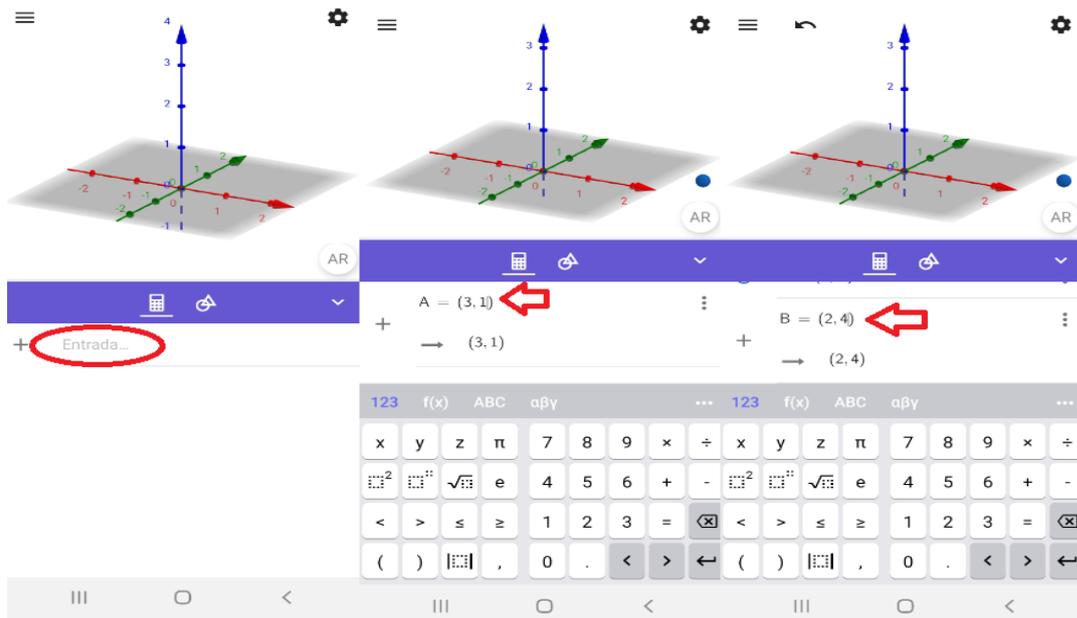
Pode-se dar início à construção fazendo a escolha de quaisquer dois pontos, para esse exemplo escolhemos dois pontos.

Com o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* baixado e aberto no *smartphone* ou *tablet*, siga os procedimentos que seguem:

1. No campo de entrada, digite o primeiro ponto: “ $A=(3,1)$ ”;
2. Tecele “enter”: ↵;
3. Ainda no campo de entrada, digite o segundo ponto: “ $B=(2,4)$ ”;
4. Tecele “enter”: ↵;

Observe a Figura 48:

Figura 48 - Introdução dos pontos para construir o octaedro

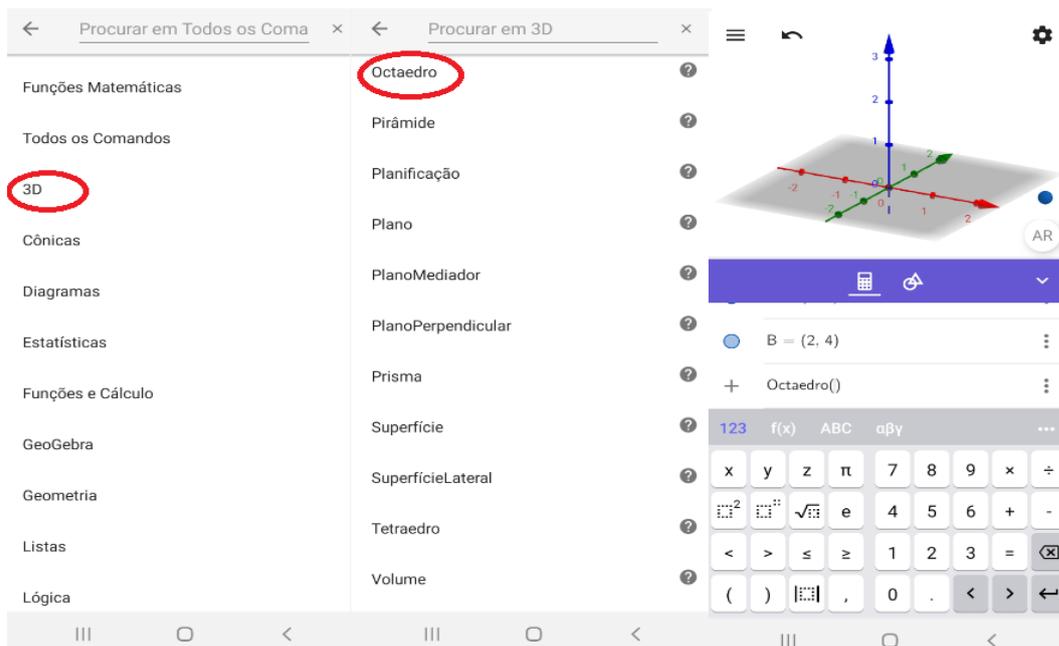


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

5. No lado direito do teclado, “clique”: ;
6. Localize e acesse o grupo de ferramentas 3D;
7. Localize a opção “Octaedro”;

A Figura 49 demonstra os passos:

Figura 49 - Ferramenta 3D na construção do octaedro

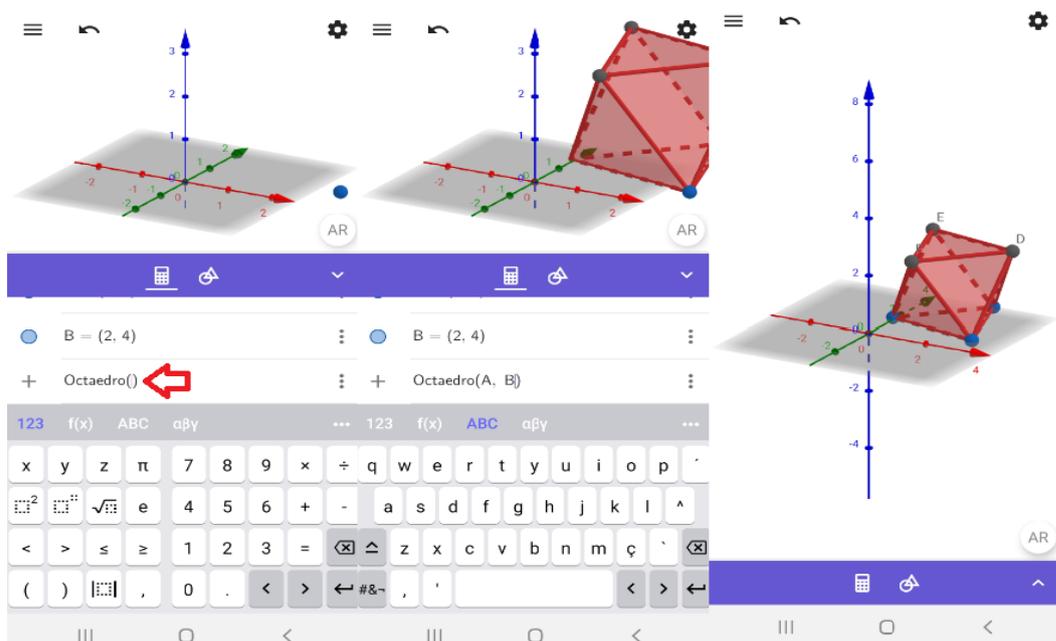


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

8. Veja que aparece no campo de entrada: “Octaedro()”;
9. Digite as letras A e B separando-as por uma vírgula dentro dos parênteses que procedem a palavra octaedro;
10. Tecele “enter”: ;
11. Observe o sólido platônico que acaba de ser construído;

Na Figura 50, podem-se visualizar os passos:

Figura 50 - Poliedro platônico octaedro construído



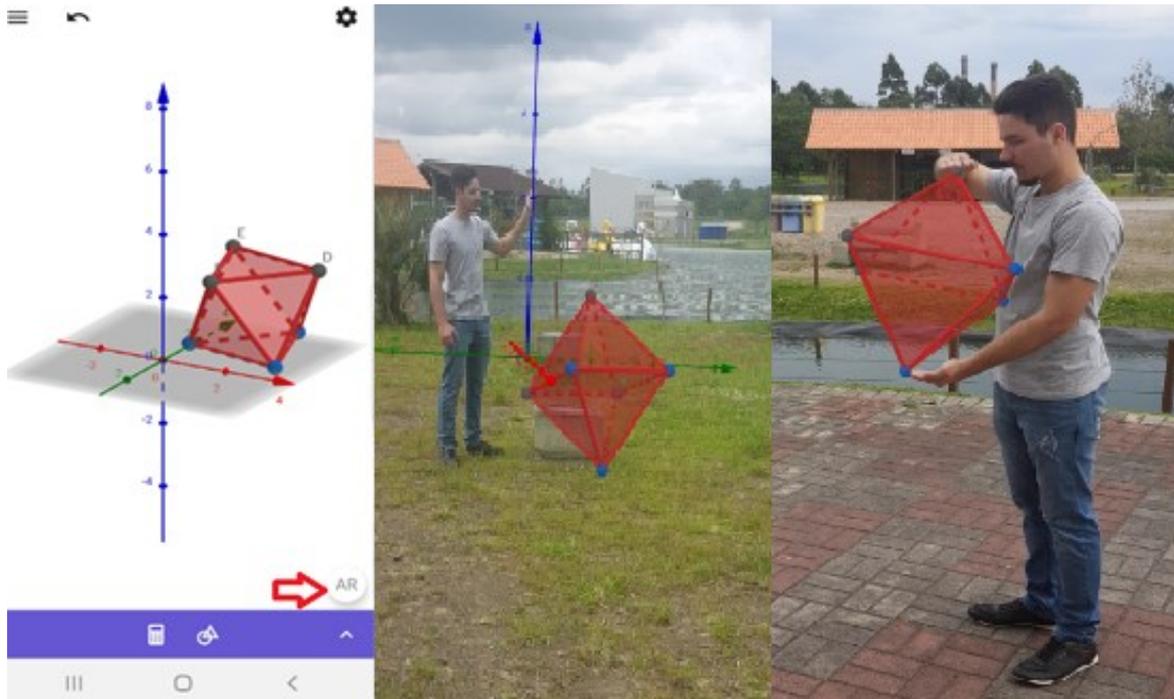
Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

Para finalizar a construção do poliedro platônico, siga os próximos passos:

12. No canto inferior direito, ao lado do objeto tridimensional, localize a função “AR”;
13. Acesse a função “AR” e “clique” sobre essa opção;
14. Aguarde alguns segundos enquanto a câmera se abre e o objeto aparece;
15. Observe o poliedro platônico por meio da tela do dispositivo móvel, ele estará projetado no ambiente em que o usuário do *app* se encontra.

É possível observar o uso dessa função na Figura 51:

Figura 51 - Poliedro platônico octaedro projetado no ambiente real



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Protocolo de visualização do octaedro

Para visualizar o poliedro platônico octaedro através do aplicativo *A.R. Platonic Solids*, seguem-se os passos seguintes:

1. Abrir o aplicativo A.R. Platonic Solids no smartphone ou tablet;
2. Acessar o link que fica na descrição do *app* no *Play Store*;
3. Link:
https://docs.google.com/document/d/1zK0ve_SFOzpKygVXykRnz0awta83bLcV2oKfGd4XFfk/edit?usp=sharing
4. Fazer o download do documento que contém os códigos QR;
5. Imprimir e recortar os códigos QR referentes aos sólidos platônicos;
6. Posicionar o código QR na frente da câmera do dispositivo com o *app* aberto;
7. Visualizar o poliedro platônico que é projetado no espaço real.

Observe a Figura 52 que apresenta o uso desse aplicativo:

Figura 52 - Uso do aplicativo *A.R. Platonic Solids* para a visualização do octaedro



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

Protocolo de construção do dodecaedro

Construindo um dodecaedro com os pontos $A = (1,2)$ e $B = (3,1)$ pelo aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*:

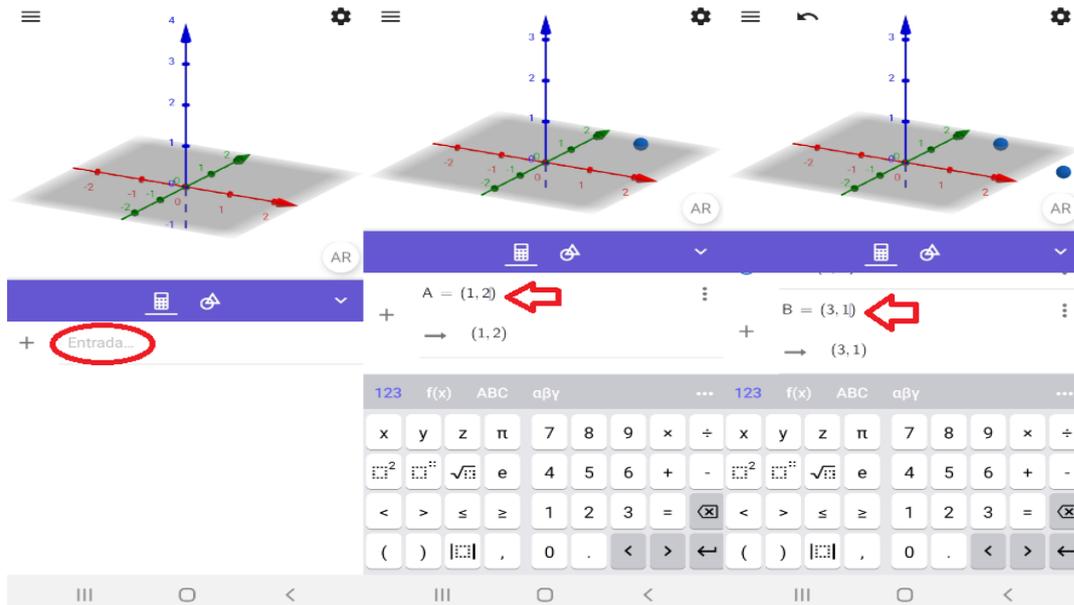
É possível dar início à construção fazendo a escolha de quaisquer dois pontos, para esse exemplo escolhemos dois pontos.

Com o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, baixado e aberto no *smartphone* ou *tablet*, siga os procedimentos a seguir:

1. No campo de entrada, digite o primeiro ponto: “ $A=(1,2)$ ”;
2. Tecele “enter”: ;
3. Ainda no campo de entrada, digite o segundo ponto: “ $B=(3,1)$ ”;
4. Tecele “enter”: .

Veja a Figura 53:

Figura 53 - Introdução dos pontos para construir o octaedro

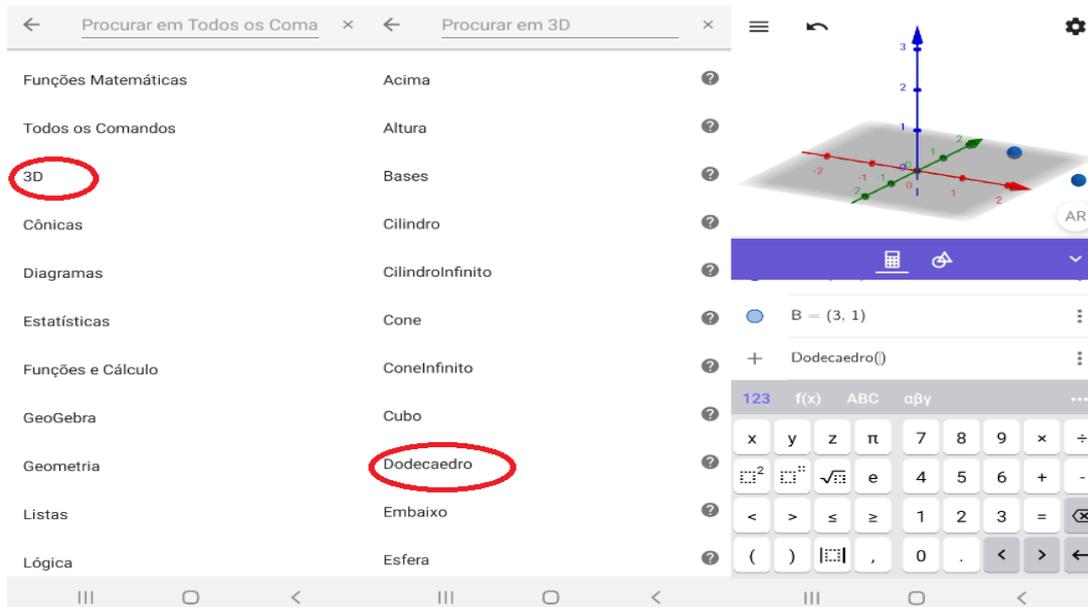


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

5. No lado direito do teclado, “clique”: ;
6. Localize e acesse o grupo de ferramentas 3D;
7. Localize a opção “Dodecaedro”;

A Figura 54 mostra os passos:

Figura 54 - Ferramenta 3D na construção do dodecaedro

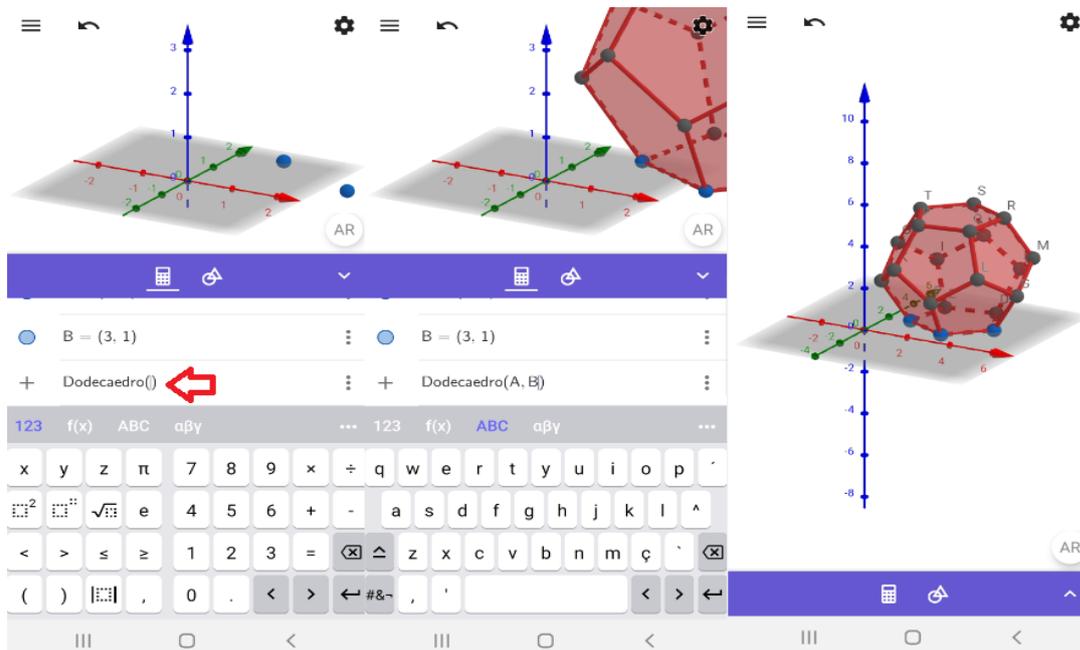


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

8. Veja que aparece no campo de entrada: “Dodecaedro()”;
9. Digite as letras A e B separando-as por uma vírgula dentro dos parênteses que procedem a palavra dodecaedro;
10. Tecele “enter”: ;
11. Observe o sólido platônico que acaba de ser construído;

Na Figura 55, podem-se visualizar os passos:

Figura 55 - Poliedro platônico dodecaedro construído



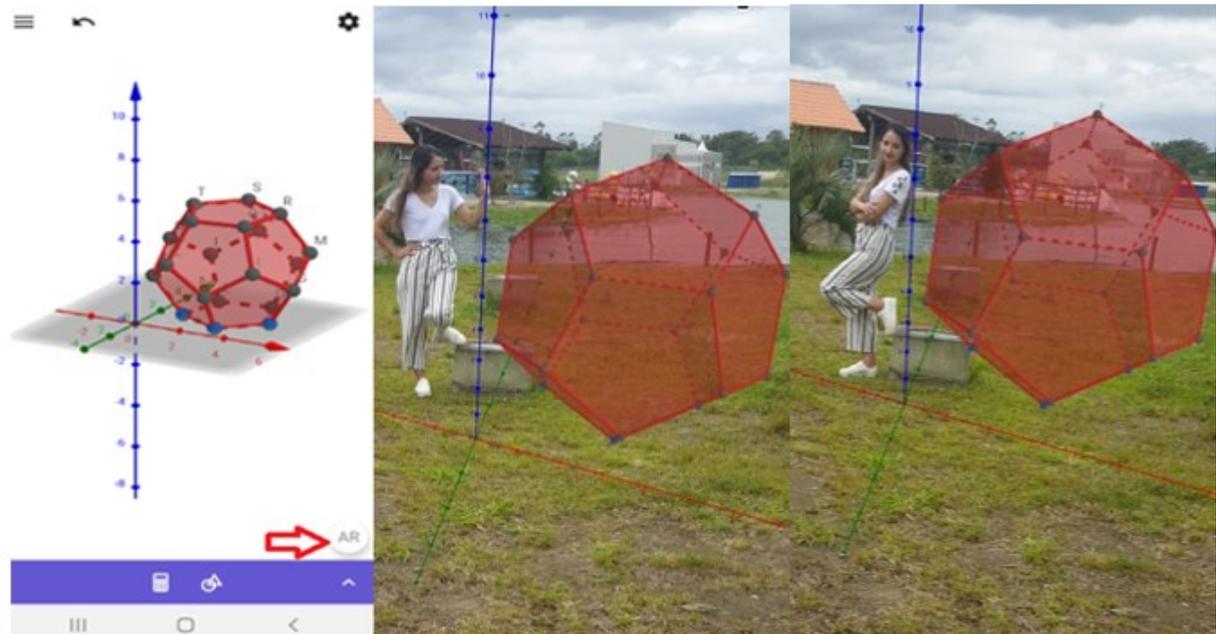
Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

Para finalizar a construção do poliedro platônico, siga os próximos passos:

12. No canto inferior direito, ao lado do objeto tridimensional, localize a função “AR”;
13. Acesse a função “AR” e “clique” sobre essa opção;
14. Aguarde alguns segundos enquanto a câmera se abre e o objeto aparece;
15. Observe o poliedro platônico por meio da tela do dispositivo móvel, ele estará projetado no ambiente em que o usuário do *app* se encontra.

É possível visualizar o uso dessa função na Figura 56:

Figura 56 - Poliedro platônico dodecaedro projetado no ambiente real



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Protocolo de visualização do dodecaedro

Para visualizar o poliedro platônico dodecaedro por meio do aplicativo *A.R. Platonic Solids*, seguem-se os seguintes passos:

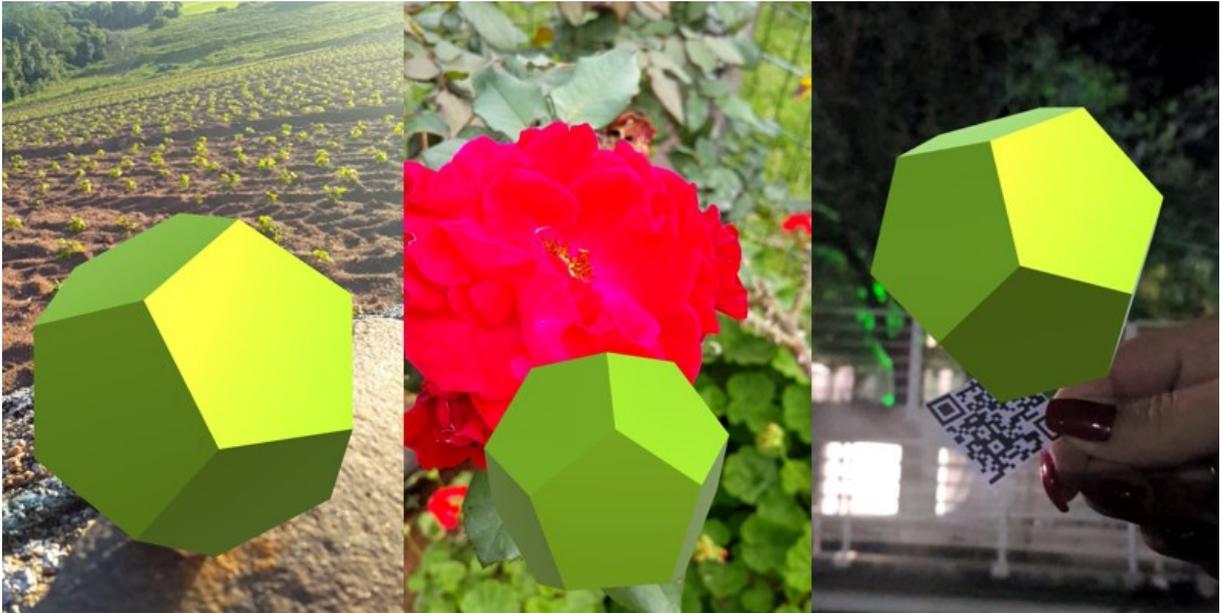
1. Abrir o aplicativo A.R. Platonic Solids no smartphone ou tablet;
2. Acessar o link que fica na descrição do *app* no *Play Store*;
3. Link:

https://docs.google.com/document/d/1zK0ve_SFOzpKyGVXykRnz0awta83bLcV2oKfGd4XFfk/edit?usp=sharing

4. Fazer o download do documento que contém os códigos QR;
5. Imprimir e recortar os códigos QR referentes aos sólidos platônicos;
6. Posicionar o código QR na frente da câmera do dispositivo com o *app* aberto;
7. Visualizar o poliedro platônico que é projetado no espaço real.

Observe a Figura 57, nela é possível visualizar o uso desse aplicativo:

Figura 57 - Uso do aplicativo *A.R. Platonic Solids* para a visualização do dodecaedro



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

Protocolo de construção do icosaedro

Construindo um icosaedro com os pontos $A = (2,2)$ e $B = (0,1)$ pelo aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*:

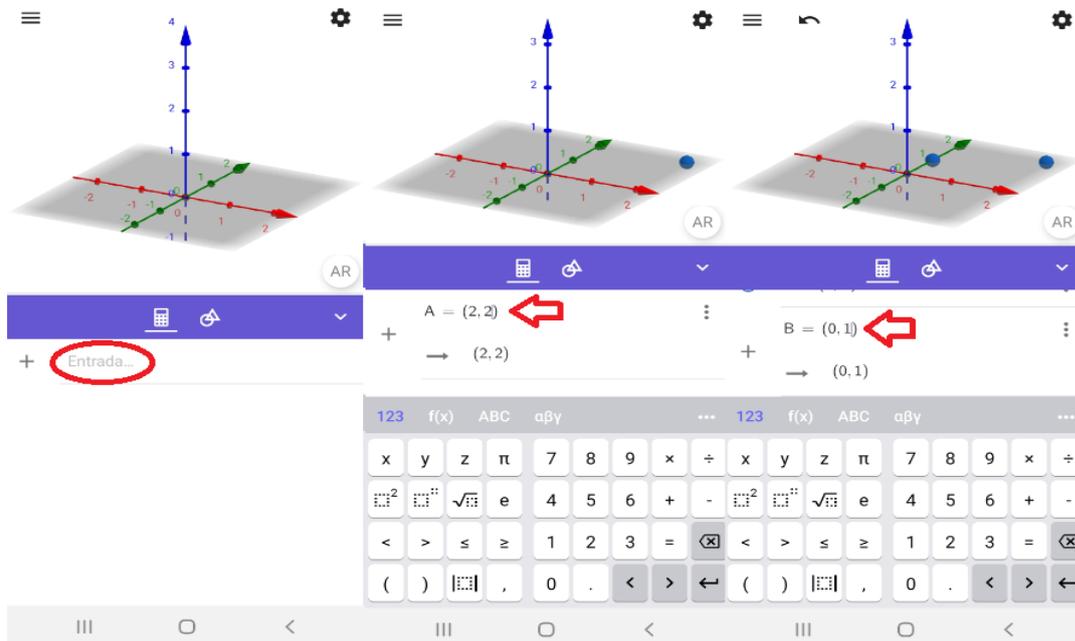
É possível dar início à construção fazendo a escolha de quaisquer dois pontos, para esse exemplo escolhemos dois pontos.

Com o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, baixado e aberto no *smartphone* ou *tablet*, siga os procedimentos a seguir:

1. No campo de entrada, digite o primeiro ponto: “ $A=(2,2)$ ”;
2. Tecele “enter”: ;
3. Ainda no campo de entrada, digite o segundo ponto: “ $B=(0,1)$ ”;
4. Tecele “enter”: .

Observe a Figura 58:

Figura 58 - Introdução dos pontos para construir o icosaedro

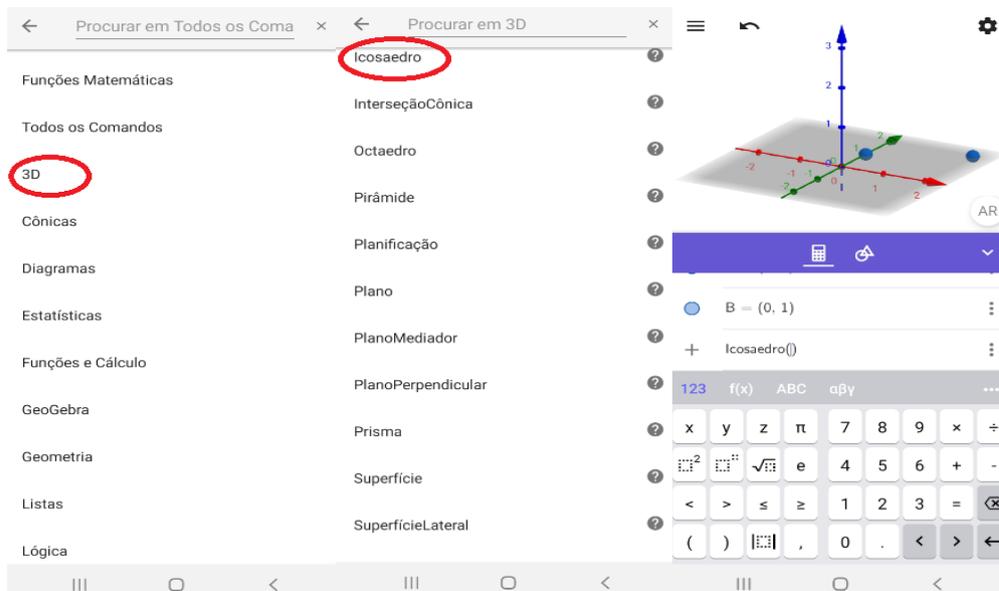


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

5. No lado direito do teclado, “clique”: ;
6. Localize e acesse o grupo de ferramentas 3D;
7. Localize a opção “Icosaedro”;

A Figura 59 mostra os passos:

Figura 59 - Ferramenta 3D na construção do icosaedro

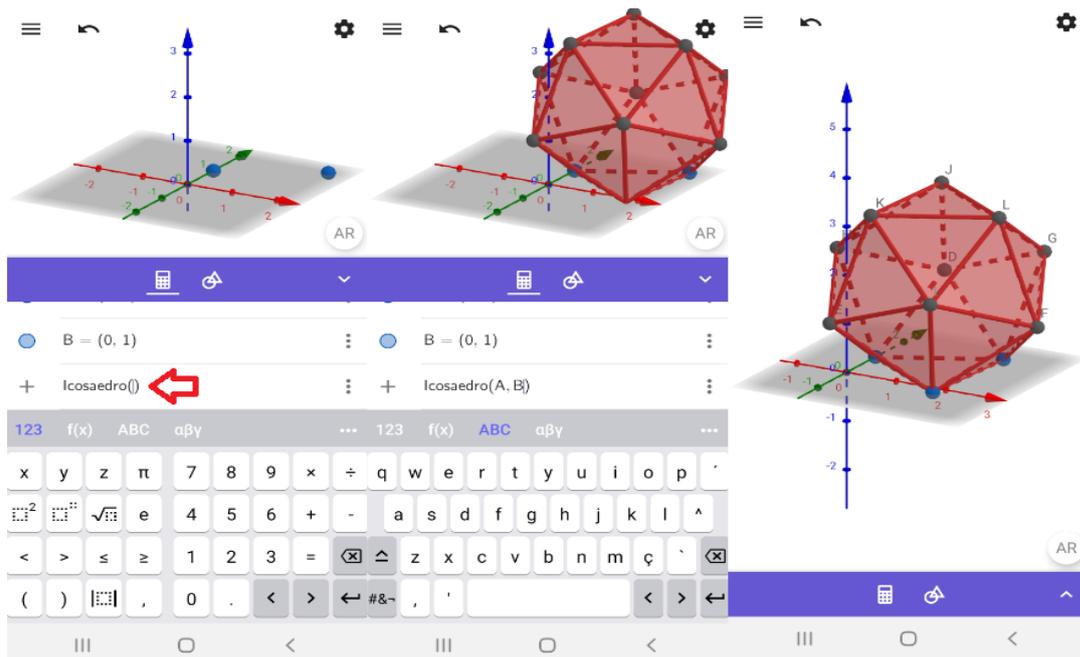


Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

8. Veja que aparece no campo de entrada: “Icosaedro()”;

9. Digite as letras A e B separando-as por uma vírgula dentro dos parênteses que procedem a palavra icosaedro;
10. Tecele “enter”: ;
11. Observe o sólido platônico que acaba de ser construído:
Na Figura 60 podem-se observar os passos:

Figura 60 - Poliedro platônico icosaedro construído



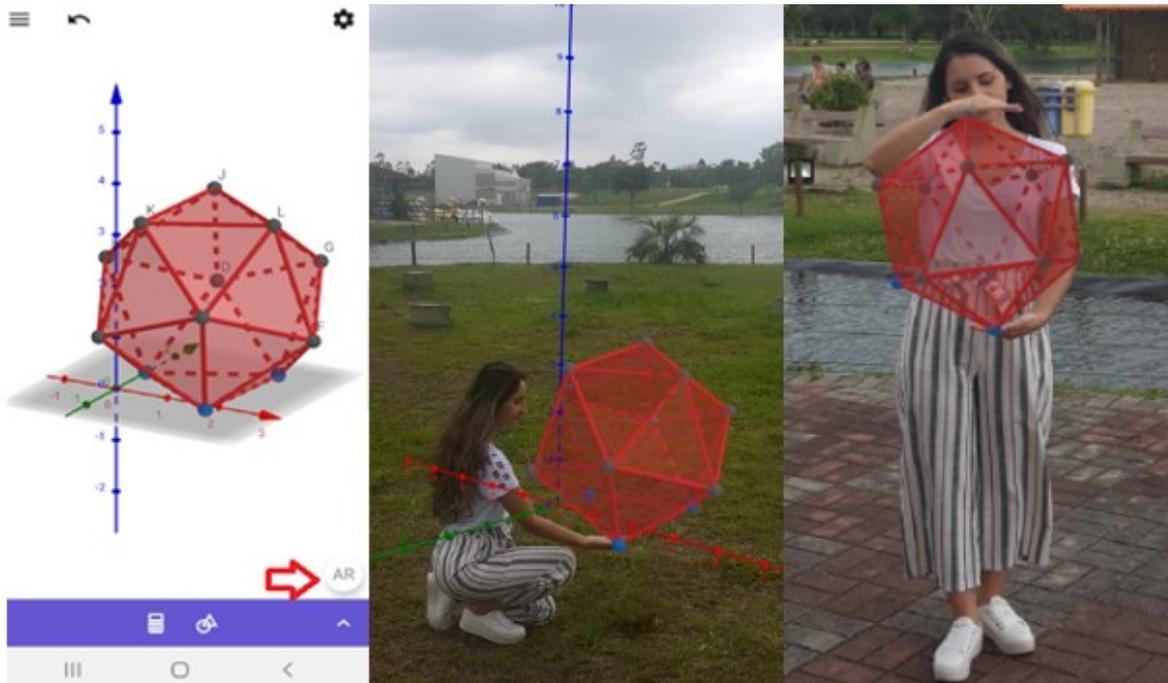
Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra 3D, 2019.

Para finalizar a construção do poliedro platônico, siga os próximos passos:

12. No canto inferior direito ao lado do objeto tridimensional, localize a função “AR”;
13. Acesse a função “AR” e “clique” sobre essa opção;
14. Aguarde alguns segundos enquanto a câmera se abre e o objeto aparece;
15. Observe o poliedro platônico por meio da tela do dispositivo móvel, ele estará projetado no ambiente em que o usuário do *app* se encontra.

Observe o uso dessa função na Figura 61:

Figura 61 - Poliedro platônico icosaedro projetado no ambiente real



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Protocolo de visualização do icosaedro

Para visualizar o poliedro platônico icosaedro através do aplicativo *A.R. Platonic Solids*, seguem-se os passos que seguem:

1. Abrir o aplicativo A.R. Platonic Solids no smartphone ou tablet;
2. Acessar o link que fica na descrição do *app* no *Play Store*;
3. Link:

https://docs.google.com/document/d/1zK0ve_SFOzpKygVXykRnz0awta83bLcV2oKfGd4XFfk/edit?usp=sharing

4. Fazer o download do documento que contém os códigos QR;
5. Imprimir e recortar os códigos QR referentes aos sólidos platônicos;
6. Posicionar o código QR na frente da câmera do dispositivo com o *app* aberto;
7. Visualizar o poliedro platônico que é projetado no espaço real.

Visualize a (Figura 62) que apresenta o uso desse aplicativo:

Figura 62 - Uso do aplicativo *A.R. Platonic Solids* para a visualização do icosaedro



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

3.2 SITUAÇÕES PROBLEMAS PROPOSTAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DOS SÓLIDOS DE PLATÃO COM O USO DOS APLICATIVOS

Nesta seção, proporemos situações problemas que objetivam a consolidação de conceitos relacionados ao ensino e aprendizagem dos poliedros platônicos de uma maneira dinâmica, buscando o interesse do aluno pelo conteúdo matemático e a motivação dele em relação à disciplina matemática, por meio da utilização de dispositivos móveis.

Os *smartphones* são ferramentas capazes de promover benefícios em favor da aprendizagem, assim, por meio dos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*, tem-se mais dinamicidade no ensino dos poliedros regulares. Ressaltamos que as situações aqui propostas funcionam como sugestões para as inúmeras outras criações que os docentes podem se basear aplicar em suas aulas de matemática.

Situação problema 1: Construção do poliedro tetraedro

Objetivo: Identificar a quantidade de faces que o poliedro platônico possui e calcular o seu volume por meio do aplicativo.

Situação problema: O aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* é uma versão do software *GeoGebra* que foi desenvolvida especialmente para dispositivos móveis, ou seja, *smartphones* e *tablets*. Assim como a versão mais antiga do software *GeoGebra*, o *app* também possui uma interface acessível ao usuário que não tem muito conhecimento sobre o aplicativo, permitindo que consiga utilizá-lo facilmente. Esse aplicativo conta com uma infinidade de ferramentas, sendo algumas novas e outras já bem conhecidas. No que se refere às funções, o *app* de geometria dinâmica permite com que o usuário realize construções geométricas em 3D com muita praticidade no aparelho móvel, pois auxilia também na visualização dos objetos geométricos.

A partir dos pontos A (0,0) e B (6,0), construa o sólido platônico tetraedro, diferenciando cada uma de suas faces com uma cor específica. Responda também quantas faces o tetraedro possui e qual o seu volume. Mostre o objeto construído em realidade aumentada.

Considerações referentes à situação problema: Com esse problema, objetivamos trabalhar com o reconhecimento do poliedro platônico a partir da identificação da quantidade total de faces e o cálculo do volume por meio do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*. Esperamos que o estudante utilize as inúmeras funções do aplicativo a seu favor durante a construção do poliedro, assim ele poderá consolidar conceitos matemáticos e aprender o

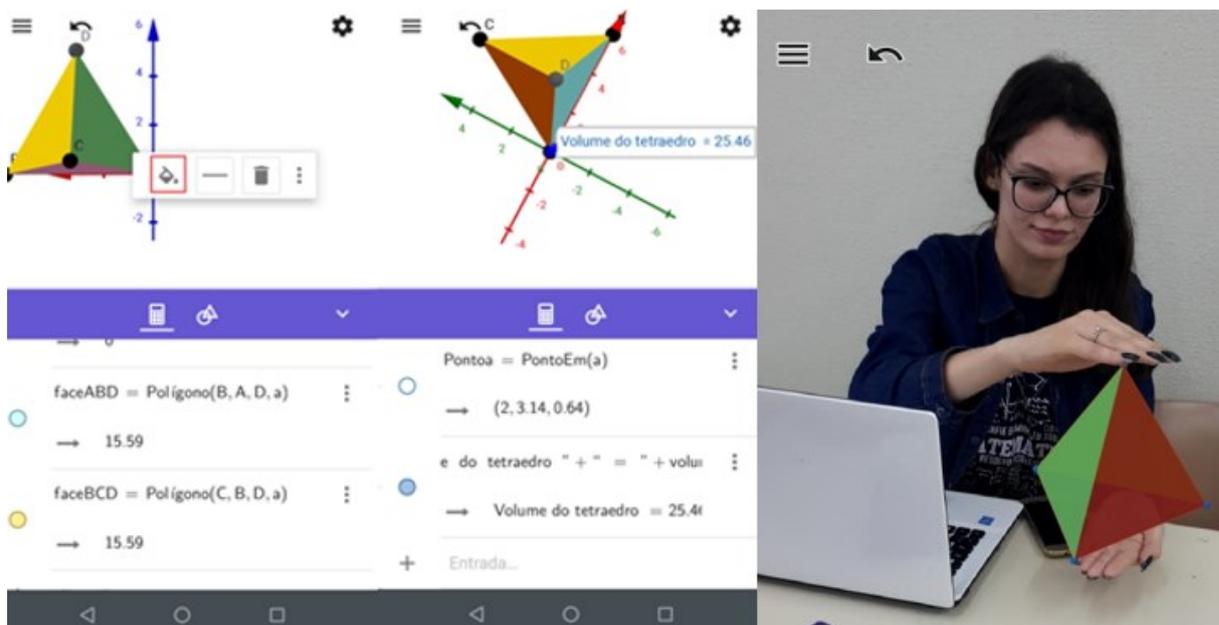
significado de termos que compreendem os sólidos tridimensionais. Almejamos que o estudante aprenda a fazer o uso do aplicativo em possíveis situações futuras que possam surgir em sua vida cotidiana.

Metodologia:

- Primeiramente é necessário construir o poliedro platônico tetraedro utilizando o grupo de ferramentas “3D” e os pontos dados no problema;
- Utilizando as funções que permitem o usuário modificar as cores das faces do objeto tridimensional construído, ele poderá fazer a modificação de cores e identificar a quantidade de faces mais rapidamente e de forma precisa;
- Ao finalizar a construção, pode-se descobrir o volume do poliedro a partir da ferramenta “Medições” que possibilita tal ação;
- Finalizando a construção do objeto tridimensional, basta responder a sua quantia total de faces e o seu volume;
- É necessário usar a função “AR” (realidade aumentada) do aplicativo para projetar o poliedro tetraedro diretamente no ambiente real.

A Figura 63 apresenta o resultado esperado para essa primeira atividade.

Figura 63 - Resultado esperado da situação problema 1



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Situação problema 2: Identificação do poliedro platônico e da sua quantidade de vértices e faces

Objetivo: Identificar os vértices e as faces do poliedro platônico hexaedro.

Situação problema: O aplicativo *A.R. Platonic Solids* foi desenvolvido para *smartphones* e *tablets* que utilizam o sistema operacional *Android*. Esse aplicativo conta com a moderna tecnologia de realidade aumentada. O recurso funciona da seguinte maneira, primeiramente, precisa-se de um marcador, ou seja, uma imagem a qual servirá como referência na posição do objeto tridimensional, ela deverá ficar na frente da câmera. No caso desse aplicativo, o marcador são códigos QR, um tipo de código bidimensional capaz de ser rapidamente escaneado pela câmera do dispositivo móvel. Em seguida, por meio da câmera, o aplicativo conseguirá detectar o marcador e, assim, projetar o poliedro platônico no ambiente em que o usuário se encontra.

Utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids* e o código, consegue-se visualizar um sólido regular platônico no cenário real pela tela do dispositivo eletrônico. Responda as perguntas com base no que você visualizou:



- a) Que sólido platônico foi visualizado?
- b) Quantos vértices esse sólido possui?
- c) Quantas faces esse sólido apresenta?
- d) As faces do sólido têm formato de qual figura geométrica?

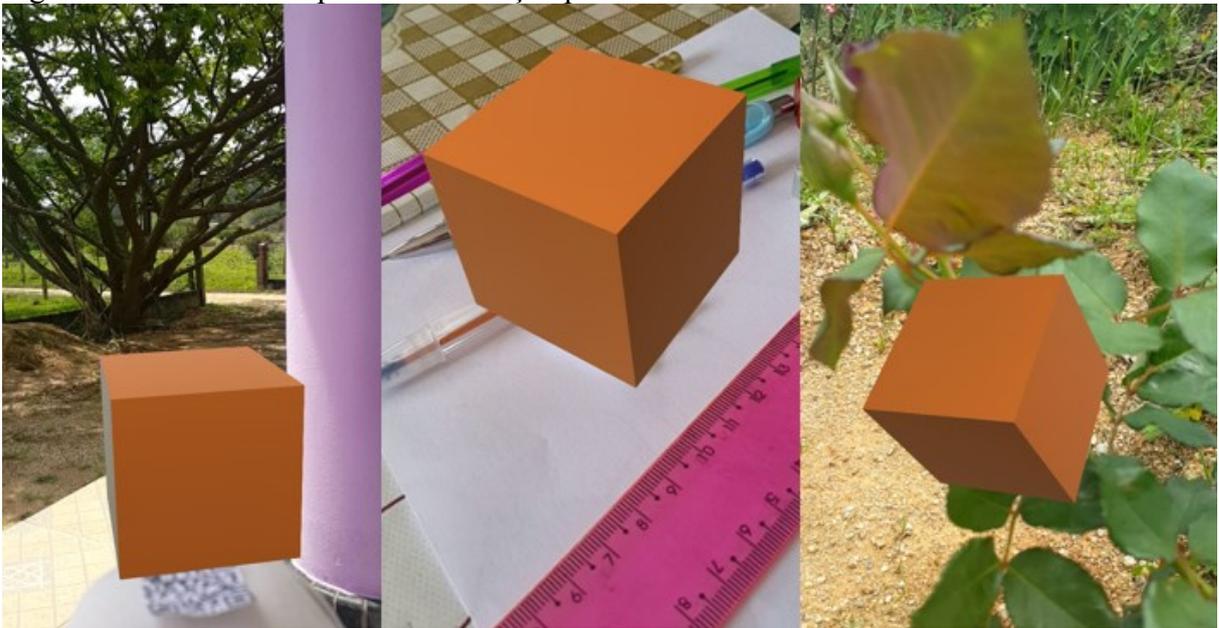
Considerações referentes à situação problema: Nessa situação problema, o estudante necessitará aplicar os conhecimentos matemáticos que lhe permitem diferenciar uma face de um vértice diretamente na prática e, assim, determinar a quantidade total desses elementos no poliedro em questão que poderá ser visualizado por meio do aplicativo *A.R. Platonic Solids*. Além disso vai precisar também fazer o reconhecimento de maneira correta do sólido tridimensional que a câmera do dispositivo móvel mostra. Com esta situação problema, objetivamos uma atividade dinâmica que ao mesmo tempo trabalha com elementos do poliedro, tornando o abstrato, que é difícil de se compreender, em algo concreto, que possa ser melhor assimilado.

Metodologia:

- a) Primeiro é necessário que o estudante abra o aplicativo *A.R. Platonic Solids* no *smartphone* e posicione-o acima do código QR para que ele faça a leitura desse código;
- b) Ao ser projetado pela câmera no espaço real, visualiza-se com muita atenção o poliedro e faz-se sua identificação;
- c) Após, identificam-se suas faces, o formato delas e seus vértices;
- d) Através da observação do sólido tridimensional, deve-se responder as questões que seguem depois do enunciado do problema.

Na Figura 64, observa-se o escaneamento do código QR contido no enunciado pelo aplicativo *A.R. Platonic Solids*.

Figura 64 - Resultado esperado da situação problema 2



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

Respondendo à situação problema 2:

- a) O sólido platônico visualizado é o cubo (hexaedro).
- b) O hexaedro possui oito vértices.
- c) O sólido apresenta seis faces.
- d) As faces do poliedro têm o formato quadrangular.

Situação problema 3: Construção do poliedro octaedro e projeção em realidade aumentada

Objetivo: construir e identificar elementos do poliedro platônico octaedro.

Situação problema: O aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* é um ótimo recurso tecnológico no ensino de geometria. Ele permite ao usuário uma maior interação com os conteúdos matemáticos, contribuindo para uma aprendizagem muito mais dinâmica. Sua excelente interface confere ao estudante praticidade no momento das construções geométricas além de contribuir com a visualização. Dentre a infinidade de conteúdos que podem ser trabalhados por meio do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, estão os sólidos de Platão.

Existem apenas cinco sólidos platônicos, essa quantidade pode ser explicada pelo teorema dos elementos de Euclides, o qual fala que os ângulos planos que ficam em volta de cada vértice de um poliedro regular platônico precisam ter a soma menor que 360° para formarem o sólido; caso contrário, se a soma for igual ou passar de 360° , formar-se-á um plano, fato que impossibilita a construção de um poliedro. Por isso, temos três poliedros platônicos com faces triangulares, um com faces em forma quadrangular e um com faces em formato pentagonal, totalizando cinco belos sólidos tridimensionais.

Fazendo o uso do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* em seu *smartphone*, marque dois pontos distintos nos eixos e realize a construção de um dos sólidos de Platão, o octaedro. Adote uma cor diferenciada para cada face e ponto do vértice, além de representar em realidade aumentada.

A partir dessa construção, responda os seguintes questionamentos:

- a) Quantas faces o sólido tem e qual é o formato geométrico?
- b) Qual o total de vértices desse sólido geométrico?

Considerações referentes à situação problema: Nesse problema, visamos trabalhar com o poliedro platônico octaedro por meio do aplicativo de *smartphone* *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*. O estudante precisará fazer a construção do sólido tridimensional octaedro em seu aplicativo, distinguir as faces dos vértices, identificar o formato geométrico das faces, utilizando as funções do *app* para modificar a cor de cada uma e dos pontos que representam os vértices e, assim, contabilizar a quantidade total deles. Durante a realização desse problema, o estudante poderá elaborar o poliedro octaedro da forma que preferir, as habilidades que esperamos serem adquiridas com essa situação problema estão ligadas à visualização e

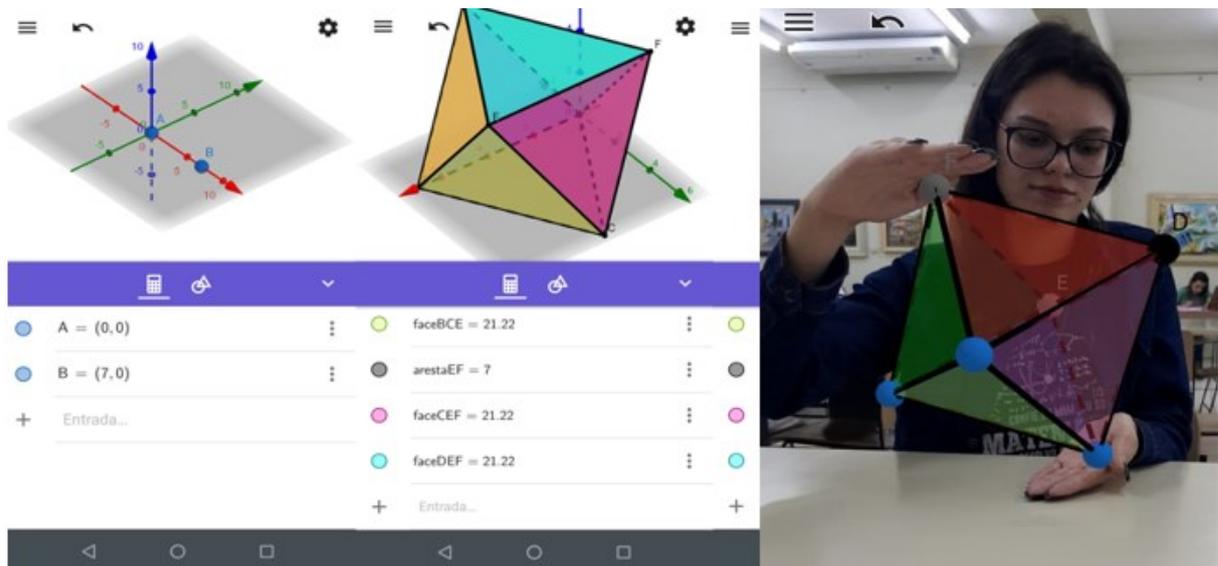
identificação do objeto, além de autonomia para lidar com situações e saber contorná-las com o uso da tecnologia móvel.

Metodologia:

- Primeiro é preciso fazer a escolha de quaisquer dois pontos;
- A partir do grupo de ferramentas “3D”, construa o poliedro platônico octaedro com os pontos escolhidos;
- Modifique a cor das faces e dos pontos que representam os vértices;
- Projete o poliedro platônico utilizando a opção “AR” (realidade aumentada) do aplicativo que se encontra no canto inferior direito da tela do *smartphone* ou *tablet*;
- Por último, responda as perguntas que estão compreendidas no final do enunciado da atividade.

A Figura 65 apresenta o resultado esperado da atividade.

Figura 65 - Resultado esperado da situação problema 3



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Respondendo à situação problema 3:

- O poliedro octaedro possui o total de oito faces, todas com formato triangular.
- A figura possui o total de seis vértices.

Situação problema 4: Planificação e projeção em realidade aumentada de um poliedro platônico

Objetivo: Identificar qual é o poliedro platônico, a partir do aplicativo *A.R. Platonic Solids*, além de planificar e projetar o poliedro usando a *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*.

Situação problema: Existem cinco poliedros platônicos diferentes, três deles possuem faces de formato triangulares, um deles possui faces de formato quadrangular e um possui faces de formato pentagonal. Utilizando os aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*, é possível trabalhar essa temática com muita precisão, pois os *apps* são ótimos para a construção, visualização, identificação e interação de cada um dos cinco poliedros platônicos. Utilizando os dois aplicativos citados, auxilie o aniversariante, João. Ele acaba de ganhar um relógio incrível de seu pai e o presente veio dentro de uma caixa de papel que possui o formato de um poliedro platônico. Como o menino ficou encantado com aquela pequena caixinha de formato muito interessante, ele resolveu observá-la melhor para fazer a construção de uma outra caixa idêntica a ganhada. Vamos ajudá-lo!

O formato da caixa pode ser visualizado a partir do código QR, ou seja, um código de barras do tipo bidimensional que pode ser facilmente lido utilizando a câmera do *smartphone* ao abrir o aplicativo *A.R. Platonic Solids*. Quando o *app* ler o código seguinte, ele rapidamente mostrará na tela do *smartphone* ou *tablet* o poliedro que dá formato à caixa do presente que João ganhou. Ao visualizar o poliedro em questão, é possível identificá-lo.

A planificação é um outro jeito simples de fazer a representação dos sólidos em 3D diretamente em um plano. Com o *app Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, planifique esse poliedro e ajude João a entender como proceder à construção de sua própria caixa.



Considerações referentes à situação problema: Nessa situação problema, planejamos trabalhar com a identificação e planificação do objeto regular tridimensional, propondo que o estudante utilize os dois aplicativos para conseguir concluir o que é solicitado no problema. Primeiro, para realizar a identificação e definição do poliedro platônico, é preciso usar o aplicativo *A.R. Platonic Solids* para fazer o escaneamento do código QR disponibilizado. Já para fazer a planificação, faz-se uso do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*. Com o

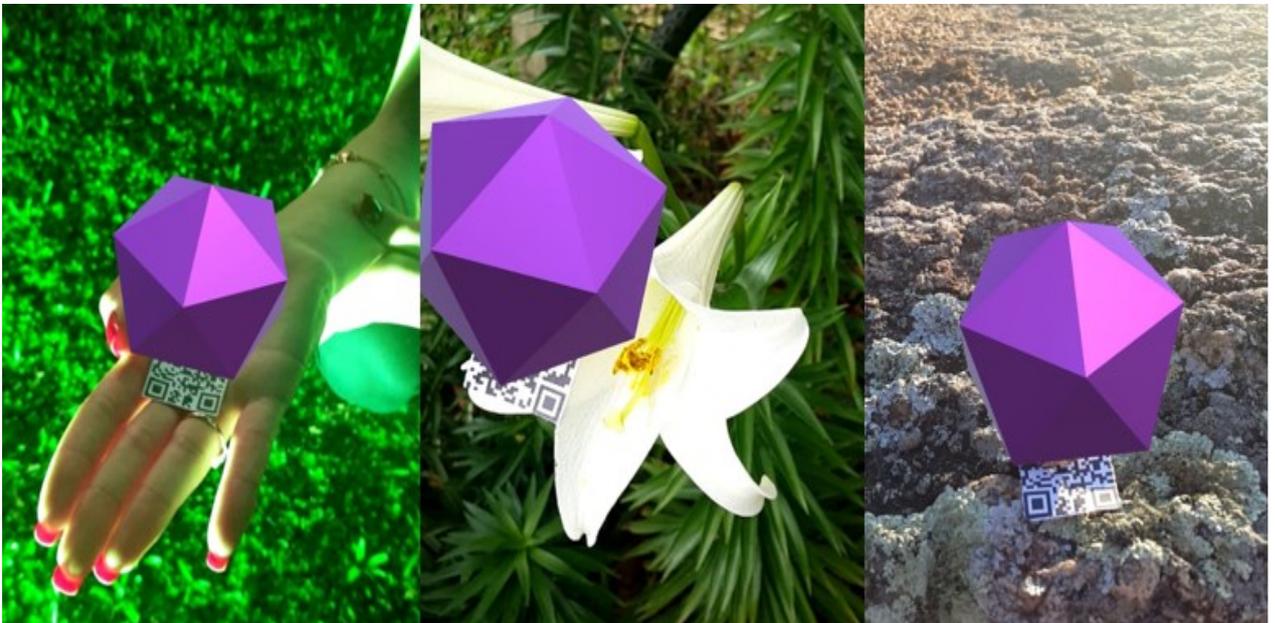
uso dos dois aplicativos em uma mesma atividade, é possível adquirir habilidades relacionadas ao raciocínio lógico tanto no momento da identificação pela visualização quanto pela planificação.

Metodologia:

- a) Abra o aplicativo *A.R. Platonic Solids* no aparelho *smartphone* e faça o escaneamento do código QR;
- b) Visualize o poliedro que aparece e, com muita atenção, faça a sua identificação;
- c) Utilize o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e construa o poliedro identificado;
- d) No grupo de ferramentas “Sólidos”, use a opção “Planificação” para fazer a planificação do objeto tridimensional.
- e) Na opção “AR” do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, projete o sólido de Platão em realidade aumentada no ambiente real.

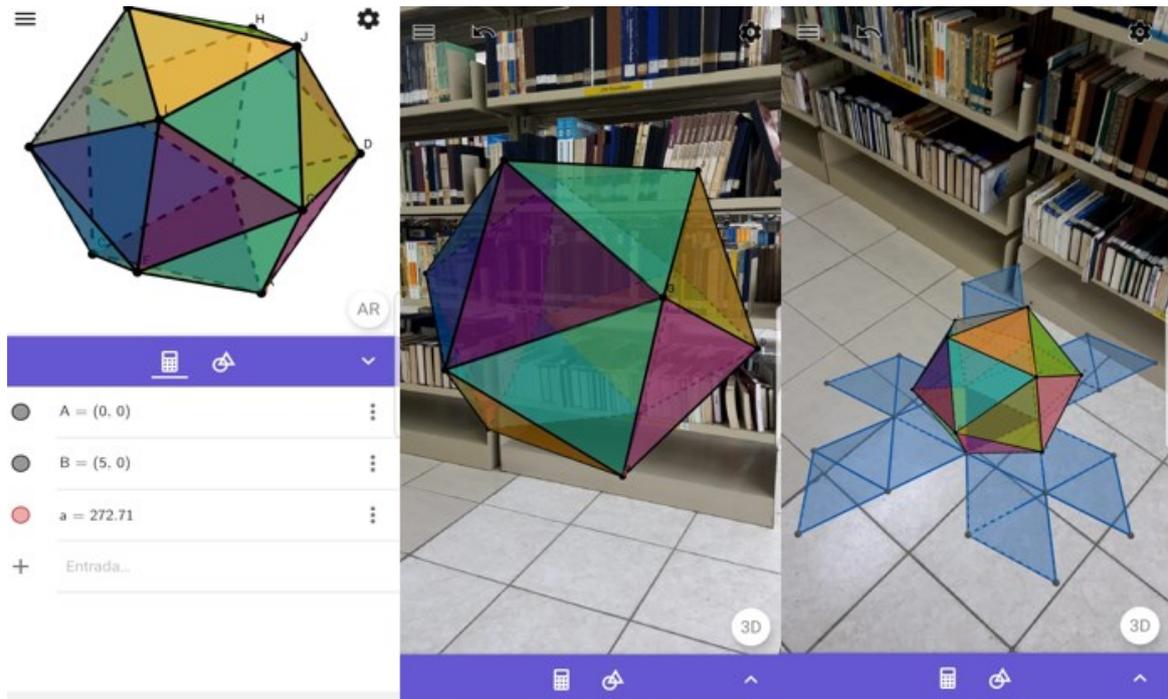
Nas Figuras 66 e 67, observa-se o resultado esperado.

Figura 66 - Resultado esperado da situação problema 4 (*QR code*)



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *A.R. Platonic Solids*, 2019.

Figura 67 - Resultado esperado da situação problema 4 (calculadora gráfica)



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

Situação problema 5: Dodecaedro visto em Realidade Aumentada (R.A.)

Objetivo: Caracterizar o poliedro platônico dodecaedro utilizando a função de realidade aumentada.

Situação problema: O aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* é um recurso muito interessante para ser utilizado nas aulas de matemática. Ele permite que os conteúdos de geometria sejam trabalhados de uma maneira dinâmica. Essa importante ferramenta permite a construção de diversos sólidos geométricos em 3D. Recentemente, o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* recebeu uma atualização que trouxe a função de realidade aumentada para *smartphones* e *tablets* com sistema operacional *Android*. O mecanismo tecnológico de realidade aumentada é extremamente fascinante, permitindo a projeção de imagens tridimensionais no mundo real, o que faz com que haja uma melhor compreensão de conceitos abstratos por meio da observação dos objetos.

Utilizando esse aplicativo e sua função tecnológica de realidade aumentada, construa o sólido platônico dodecaedro, usando os pontos: A (-2,0) e B (2,0).

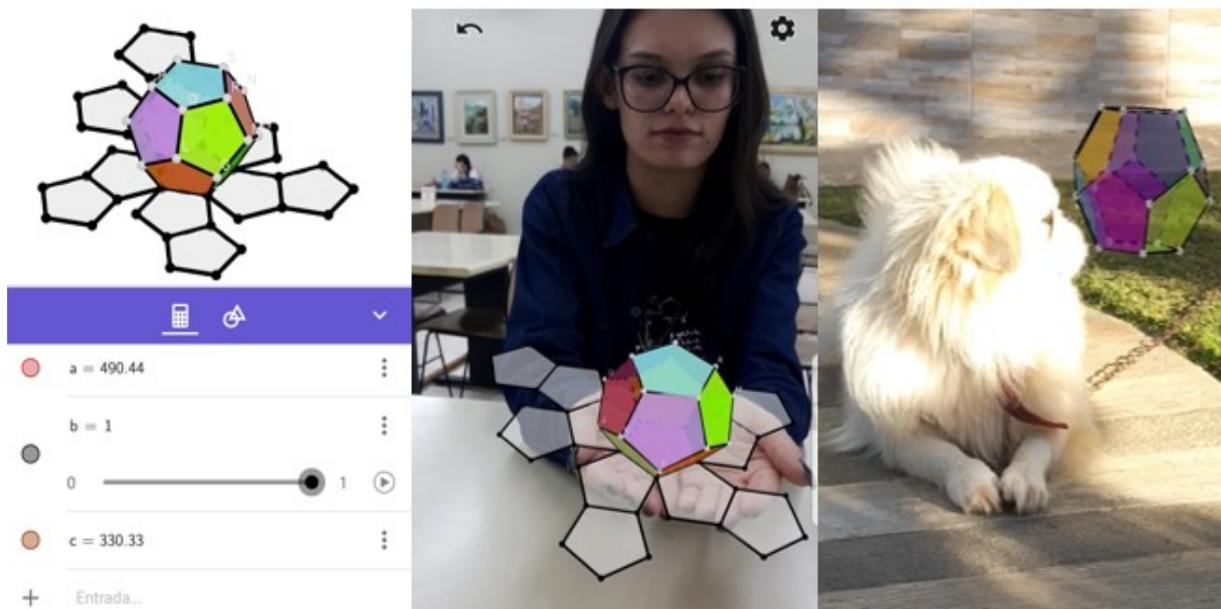
Considerações referentes à situação problema: Na quinta e última situação, o aluno precisará fazer o uso da função “AR” do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*. Primeiro, faz-se a construção do sólido regular dodecaedro com os pontos apresentados no

problema, logo, usando a ferramenta “Sólidos”, é possível planificar o objeto tridimensional e, por último, utiliza-se a tecnologia de Realidade Aumentada (R.A.) para fazer a identificação da quantidade de faces, arestas e vértices do objeto. Ou seja, finalizando a construção do poliedro, deve-se fazer a planificação do objeto tridimensional utilizando a ferramenta “Sólidos” e, por fim, usar a opção “AR” para projetar o poliedro no ambiente real e realizar a identificação da quantidade de elementos solicitados. Com essa situação problema, objetivamos fazer o uso da tecnologia de Realidade Aumentada (A.R.) e, assim, aliar à tecnologia com a educação matemática, promovendo aulas mais dinâmicas e criativas.

Metodologia:

- Inicialmente construa o poliedro platônico dodecaedro no aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*;
 - Faça a planificação do objeto tridimensional acessando o grupo de ferramentas “Sólidos”;
 - Faça a projeção do dodecaedro que acaba de ser construído no ambiente real por meio da função “AR” do aplicativo;
 - Finalizando o problema, identifique a quantidade de faces, arestas e vértices do poliedro.
- A Figura 68 mostra o resultado esperado para essa situação problema.

Figura 68 - Resultado esperado da situação problema 5



Fonte: Elaboração das autoras utilizando o aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D*, 2019.

4 CONCLUSÃO

O desenvolvimento deste trabalho proporcionou um ganho de conhecimentos sobre o uso de tecnologias no âmbito educacional, enriquecendo ainda mais a graduação. Entende-se que o uso de metodologias inovadoras é extremamente relevante para a aprendizagem dos alunos pelas inúmeras contribuições que elas são capazes de trazer ao processo de ensino e aprendizagem. Ao se analisar os documentos oficiais que norteiam o ensino como os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNS), as Orientações Curriculares do Ensino Médio (OCM), a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e a Proposta Curricular do estado de Santa Catarina (PCSC) pode-se identificar a relevância do uso das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem no ensino de matemática.

Os *smartphones* estão cada vez mais presentes no cotidiano dos alunos, por esse motivo, se torna quase impossível encontrar algum aluno que não faça uso dessa tecnologia. Contudo, cabe ao professor pensar em maneiras para utilizar esse recurso tecnológico a seu favor, mas é claro de modo não demasiado, que seja significativo na aprendizagem de seus alunos.

Uma alternativa de contribuir para o ensino e aprendizagem dos alunos e, ao mesmo tempo, fazer uso dos *smartphones* seria a utilização de aplicativos desenvolvidos especialmente para esses tipos de aparelhos. No presente trabalho, foram apresentados dois aplicativos úteis para o ensino do conteúdo matemático referente aos sólidos de Platão, sendo eles o *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e o *A.R. Platonic Solids*.

Estes aplicativos contém a tecnologia de realidade aumentada, essa novidade no mundo tecnológico, quando aliada ao conteúdo matemático em questão, permite uma grande dinamicidade, auxiliando na aprendizagem de conceitos muitas vezes abstratos e de difícil compreensão. Além disso, esse tipo de tecnologia deixa o ensino inovador e interessante, fazendo com que a ideia preconcebida de que a matemática é uma matéria “chata” seja desconstruída.

Entretanto, é essencial frisar que, para que as metodologias novas sejam efetivas e impactem de forma positiva no ensino e aprendizagem, portanto devem ser bem planejadas pelo professor. A necessidade de planejamento e estudo das novas metodologias está relacionada ao fato de evitar a perda de controle da atividade ou da turma, driblando possíveis desordens.

Em relação às situações problemas propostas, acredita-se que elas são apenas uma maneira de utilizar os aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids* no ambiente de ensino. Assim, caso existam professores interessados no uso dos aplicativos que contam com a função de realidade aumentada, pode-se tomar como base este trabalho e, a partir

dele, se inspirar para criar novas ideias. Dessa forma, pensando na qualidade do ensino, ressalta-se que a proposta fica aberta para aprimoramentos futuros. Alguns exemplos para uso futuro seriam em sala de aula para fixação do conteúdo matemático, compreensão de conceitos relacionados a visualização a partir da construção de gráficos e sólidos geométricos e trabalhos diversificados relacionando a matemática com o mundo real.

No que diz respeito aos aplicativos *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* e *A.R. Platonic Solids*, ressalta-se que os mesmos podem ser utilizados de outras maneiras para o ensino e aprendizagem, tornando as aulas de matemática mais prazerosas. As possibilidades para uso futuro desses dois aplicativos são inúmeras, a partir disso é de grande relevância citarmos algumas delas.

No que se refere ao aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* o professor que se interessar em utilizar esse *app* em suas aulas poderá trabalhar não somente o conteúdo matemático referente aos sólidos platônicos, mas utilizar sua imaginação e explorar outros tipos de assuntos, um exemplo seria o conteúdo de funções sendo a função do 1º grau ou afim, a função do 2º grau ou quadrática, a função modular, a função exponencial e também a função logarítmica. O aspecto gráfico de funções pode ser bem investigado com o auxílio desse aplicativo. Outro exemplo de conteúdo matemático que pode ficar mais interessante quando trabalhado de forma dinâmica com o uso do aplicativo *Calculadora Gráfica GeoGebra 3D* são os gráficos de elipses, hipérbolas, parábolas, intersecções cônicas, etc, durante o ensino desses conteúdos geométricos geralmente é comum notarmos uma grande dificuldade dos alunos na visualização e construção dos gráficos, por isso o aplicativo pode ser muito benéfico pois além de permitir a construção dos gráficos, com ele ainda é possível fazer a projeção dos mesmos em realidade aumentada.

Relacionado ao aplicativo *A.R Platonic Solids* o professor que se interessar em fazer uso desse aplicativo durante uma aula diferenciada poderá fazer a impressão de outros códigos QR também encontrados no mesmo documento que fica na descrição do aplicativo na *Play Store* e trabalhar a visualização e análise de outros sólidos geométricos como prismas, pirâmides, corpos curvos e poliedros semirregulares, ou seja, poliedros convexos que possuem faces no formato de polígonos regulares de mais de um tipo, são os sólidos de Arquimedes.

Por fim, salienta-se que o professor poderá utilizar de sua criatividade e assim criar metodologias inovadoras e eficientes no processo de ensino e aprendizagem de matemática. As tecnologias são capazes de proporcionar variados benefícios quando inseridas na educação, basta o profissional da área saber utilizá-las ao seu favor.

REFERÊNCIAS

BORBA, Marcelo de Carvalho *et al.* **Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática**: Sala de aula e internet em movimento. 2 ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM)**. Brasília, MEC, [2006]. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em: 8 ago. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+)**. Brasília, MEC, [2002]. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf>. Acesso em: 8 ago. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM)**. Brasília, MEC, [1998]. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 8 ago. 2019.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**. Brasília, MEC, [2018]. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf. Acesso em: 8 ago. 2019.

COUTO, Andrey Alves do; JESUS, Ana Cristina Gomes de. Ensino de geometria espacial por meio do uso de material concreto: reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem. *In*: ENCONTRO GOIANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2017, Goiás. **Anais eletrônicos** [...]. Goiás: EnGEM, 2017. p. 1-12. Disponível em: <http://anais.sbem-go.com.br/index.php/EnGEM/article/view/25/24>. Acesso em: 5 ago. 2019.

FILHO, Ivan de Oliveira Holanda; CRUZ, Marcos Paulo Mesquita da. **GeoGebra**: Soluções na Geometria. 1 ed. Curitiba: Appris, 2019.

LIMA, Rosana Nogueira de. Dispositivos Móveis em Sala de Aula: Uma Jornada Por Três Mundos Da Matemática. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 14,

n. 1, p. 1-21, 2019. DOI: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2019.e59790>. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2019.e59790>. Acesso em: 8 ago. 2019.

LOCCI, Valter; MARQUES, Emília de Mendonça Rosa. Ensino de Geometria na Licenciatura em Matemática: Uma Proposta de Trabalho com Grupos Colaborativos. **Revista Eletrônica Paulista de Matemática**, Bauru, v. 2, n. 2, p. 1-6, 2013. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/135147>. Acesso em: 8 ago. 2019.

MACEDO, Alex de Cássio *et al.* Usando Smartphone e Realidade aumentada para estudar Geometria espacial. **Revista Renote Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 14, n. 2, dezembro, 2016. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/renote/article/view/70688>. Acesso em: 10 de ago. 2019.

MELLO, Leila Inês Pagliarini; RHEINHEIMER, Juliana Mercedes. Por que apenas 5 poliedros de Platão?. **Revista Eletrônica da Matemática**, Caxias do Sul, v.1, n. 2, 2015. DOI: <https://doi.org/10.35819/remat2015v1i2id1254>. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/1254>. Acesso em: 6 ago. 2019.

MENEZES, Bernarda Souza de. Utilização do Geogebra com smartphone: Geometria Dinâmica por meio de um cenário para investigação. **Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, v. 4, n. 1, p. 68-77, ago. 2018. DOI: <https://doi.org/10.35819/remat2018v4i1id2685>. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/2685>. Acesso em: 6 ago. 2019.

MOLINARI, José Robyson Aggio *et al.* Um relato de experiência no ensino de funções quadráticas com a utilização do software Geogebra. **Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, v. 5, n. 2, p. 15-28, jul. 2019. DOI: <https://doi.org/10.35819/remat2019v5i2id3287>. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/3287>. Acesso em: 6 ago. 2019.

MOREIRA, Mário Wedney de Lima; SANTANA, José Rodrigo. Situações surpresa no ensino de geometria utilizando software de geometria dinâmica. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, Aracati, v. 3, n. 1, p. 54-67, jan./jul. 2012. Disponível em: <http://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/99/458>. Acesso em: 9 ago. 2019.

MOTTA, Alexandre de Medeiros. **O TCC e o fazer científico**. 2 ed. rev. ampl e atual. Tubarão: Copiart, 2015.

NOBOKITE, Karen Eduarda *et al.* A educação matemática vivenciada em espaço não formal de ensino. **Revista de Professores que Ensinam Matemática**, Mato Grosso, v. 1, n. 1, jan./jun. 2018. Disponível em: <http://sbemmatogrosso.com.br/publicacoes/index.php/coinspiracao/article/view/9/13>. Acesso em: 10 ago. 2019.

PEREIRA, Meline Nery Melo, OLIVEIRA, Andréia Maria Pereira de. As formas de participação de estudantes em aulas de matemática que abordam geometria explorando situações com referência na realidade. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Bahia, v. 7, n. 3. 2016. Disponível em: <https://periodicos.ufpe.br/revistas/emteia/article/view/5045/pdf>. Acesso em: 9 ago. 2019.

QUETZ, Ricardo de Oliveira. **Informática aplicada à educação**: O uso do software geogebra para o ensino dos sólidos geométricos no ensino fundamental. 2018. Monografia (Projeto de Trabalho de Conclusão de Curso) – Curso de Matemática Licenciatura, Universidade do Sul de Santa Catarina, UNISUL, Palhoça, 2018. Disponível em: <https://riuni.unisul.br/handle/12345/6297>. Acesso em: 7 ago. 2019.

RADIN, Leandro Duarte. **Abordagens diversificadas para o ensino dos poliedros de Platão**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Curso de Mestrado do Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2018. Disponível em: <http://repositorio.ufsm.br/handle/1/16105>. Acesso em: 5 ago. 2019.

RICALDI, Tatiane Couto. **Explorando a geometria espacial no ensino médio com o uso da informática**. 2012. Monografia (Trabalho de Conclusão de Especialização) – Curso de Especialização em Mídias na Educação, Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, UFRGS, Porto Alegre, 2012. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/102829>. Acesso em: 5 ago. 2019.

SANTA CATARINA. Governo do Estado, Secretaria de Estado da Educação. **Proposta Curricular de Santa Catarina: formação integral na educação básica**. Florianópolis, SED

SC, [2014]. Disponível em: <http://www.propostacurricular.sed.sc.gov.br/>. Acesso em: 04 nov. 2019.

SANTOS, Joelma Nogueira dos; PEREIRA, Ana Carolina Costa. A matemática escola e o laboratório como ambiente de aprendizagem: Algumas considerações sobre o ensino. **Conexões Ciência e Tecnologia**, Fortaleza, v. 9, n. 4, p. 17-25, dez. 2015. DOI: <https://doi.org/10.21439/conexoes.v9i4.919>. Disponível em: <http://conexoes.ifce.edu.br/index.php/conexoes/article/view/919/691>. Acesso em: 9 ago. 2019.

SILVA, Elanny Roma Pereira da. **A utilização do aplicativo Geogebra para smartphone como recurso didático nas aulas de matemática do Ensino Fundamental**. 2018. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Maranhão, São Luís, 2018. Disponível em: <http://tedebc.ufma.br:8080/jspui/bitstream/tede/2555/2/ELANNYSILVA.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2019.

SILVA, Fernando Oliveira da. **Utilização de dispositivos móveis e recursos de Realidade Aumentada nas aulas de Matemática para elucidação dos Sólidos de Platão**. 2017. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Curso de Pós-graduação Matemática em Rede Nacional – IBILCE, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Presidente Prudente, 2017. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/151423>. Acesso em: 5 ago. 2019.

SILVA, Lucas Teixeira da *et al.* A utilização de dispositivos móveis na educação matemática. **Educação Matemática em Revista**, Brasília, v. 23, n. 57, p. 59-76, jan./mar. 2018. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/emr/article/view/930/pdf>. Acesso em: 10 ago. 2019.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **Sólidos geométricos**. [Brasil Escola]. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/solidos-geometricos.htm>. Acesso em 19 de novembro de 2019.

SOUZA, Ricardo Fernando de; CALEJON, Laura Marisa C. Uso da tecnologia da informação e comunicação em uma sequência didática incluindo software geogebra no ensino da estatística descritiva. **Revista de Ensino de Ciências e Matemática**, UNICSUL, v. 10, n. 4, p. 227-244, 2019. DOI: <https://doi.org/10.26843/rencima.v10i4.2432>. Disponível em:

<http://revistapos.cruzeirodosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/2432>. Acesso em: 9 ago. 2019.

SUTTON, Daud. **Os sólidos platônicos e arquimedianos**: O pequeno guia do espaço tridimensional. 1 ed. São Paulo: É realizações, 2015.

VARONI, Marília. Saiba qual é a diferença entre realidade virtual e realidade aumentada. *In*: VARONI, Marília. **Tech Tudo**. [S.l.], 19 jan. 2019. Disponível em: <https://www.techtudo.com.br/noticias/2018/01/saiba-qual-e-a-diferenca-entre-realidade-virtual-e-realidade-aumentada.ghtml>. Acesso em: 10 ago. 2019.

VIRTUAL DOR. **A.R. Platonic Solids**. [Almería, 2018]. Disponível em: https://docs.google.com/document/d/1zK0ve_SFOzpKygVXykRnz0awta83bLcV2oKfGd4XFfk/edit?usp=sharing. Acesso em: 10 ago. 2019.

ANEXO A – Códigos QR para visualização dos cinco sólidos platônicos



Platonic Solids

<p>TETRAHEDRON</p>  <p>Vertices: 4 Edges: 6 Faces: 4 Euler characteristic $V-E+F=2$</p>	
<p>CUBE</p>  <p>Vertices: 8 Edges: 12 Faces: 6 Euler characteristic: 2</p>	<p>OCTAHEDRON</p>  <p>Vertices: 6 Edges: 12 Faces: 8 Euler characteristic: 2</p>
<p>DODECAHEDRON</p>  <p>Vertices: 20 Edges: 30 Faces: 12 Euler characteristic: 2</p>	<p>ICOSAHEDRON</p>  <p>Vertices: 12 Edges: 30 Faces: 20 Euler characteristic: 2</p>