MARLEIDE COAN CARDOSO

OS ESTÁGIOS DE DESENVOLVIMENTO E AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO CONTEXTO DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Ciências da Linguagem
Universidade do Sul de Santa Catarina.
Orientador: Prof. Dr. MARIO GUIDARINI

TUBARÃO, 2003

MARLEIDE COAN CARDOSO

OS ESTÁGIOS DE DESENVOLVIMENTO E AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO CONTEXTO DO PROCESSO ENSINO-APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

Esta dissertação foi julgada adequada à obtenção do grau de Mestre em Ciências da Linguagem e aprovada em sua forma final pelo Curso de Mestrado em Ciências da Linguagem da Universidade do Sul de Santa Catarina.

TUBARÃO – SC, 30 DE JUNHO DE 2003

Prof. Dr. MÁRIO GUIDARINI
UNISUL

Prof. Dr[a]. DIVA MARÍLIA FLEMMING
UNISUL

Prof. Dr. WILSON SCHUELTER
UNISUL

Prof. Dr. ALDO LITAIFF - SUPLENTE
UNISUL

DEDICATÓRIAS

Dedico este trabalho ao meu esposo e aos meus queridos filhos.

AGRADECIMENTOS

A Deus que sempre iluminou a minha caminhada.

Ao meu orientador Professor Dr. Mario Guidarini pelo estímulo e a-tenção que me concedeu durante o curso de mestrado.

Aos colegas e professores do curso Ciências da linguagem, pelo in-centivo e troca de experiências.

A amiga e diretora Erly Perini popoaski, professores e funcionários do Colégio Dehon.

Aos alunos da 1ª Série A/2002 que colaboraram como sujeitos da pesquisa.

Ao meu esposo Alcionê e os meus dois filhos Richard e Erickson que souberam suportar pacientemente a minha ausência.

A estimada professora Drª. Diva Marília Flemming pelo incentivo e colaboração recebida nos momentos que precisei.

Aos meus pais Emílio e Sestina, demais familiares e amigos pelo a-poio e colaboração.

EPÍGRAFE

“ Levando tudo em conta, os matemáticos deveriam ter a coragem de suas convicções mais profundas e afirmar assim que as formas matemáticas têm, com efeito, uma existência que é independente da mente que as contempla... No entanto, a qualquer tempo, os matemáticos têm somente uma visão incompleta e fragmentária deste mundo das idéias.”

GÖDEL

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo verificar as possíveis relações que existem entre os estágios de desenvolvimento mental, as representações semióticas no processo ensino-aprendizagem da matemática atreladas ao estudo das funções.

A amostra utilizada foi o estudo de caso, tendo como sujeitos da pesquisa alunos da primeira série A do Ensino Médio do Colégio Dehon – Tubarão-SC. Os instrumentos utilizados para a pesquisa foram uma seqüência de atividades divididas em seis blocos aplicadas em sala de aula no contexto das aulas de matemática durante o ano letivo de 2002. As atividades foram estruturadas respeitando-se a seqüência dos conteúdos estudados pelos sujeitos durante o ano letivo em curso.

A revisão da literatura baseia-se principalmente em estudos relacionados com os estágios de desenvolvimento à luz das teorias Piagetiana e Peirciana e suas relações com o processo de ensino-aprendizagem no contexto da matemática. A partir das teorias e da análise das atividades realizadas pelos alunos, procurou-se delimitar algumas conclusões discutidas no contexto das considerações finais e conclusões relacionadas com o objeto de estudo em questão e os sujeitos envolvidos na pesquisa.

ABSTRACT

The objective of this study is to verify the possible existent relations among intelectual development stages and the semiotic representation, in the teaching and learning Mathmatics processes, connected to the study of the function.

The sample used was the specific study. The students from first serie of Dehon High School – Tubarão – SC were responsible by the research. A sequence of activities were instruments which they utilized. The activities were shared in six groups in a mathmatic class during the school year of 2002. The activities were organized according to the contents studied by the students during that period.

The revision of literature is, mainly, based on studies connected to the stages of development through the Piaget's and Peirce' s theories, and the relations in the teaching and learning mathmatics processes according to the context. Through the theories and analyses of the activities made by the students, some conclusions discussed around the context were specified and connected to the goal of this study and people involved in the research.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

1- CONTEXTO DO PROBLEMA E JUSTIFICATIVA

Vive-se num mundo em que a comunicação se dá, principalmente, por meio de símbolos. Símbolos que implicam diferentes significados, construídos e convencionados por relações sociais, generalizados e expandidos nas diferentes culturas. Bruner (1997, p.66,) afirma:

> "Desde C. S. Peirce nós reconhecemos que o significado depende não apenas de um sinal e de um referente, mas também de um interpretante, uma representação do mundo em termos da qual o relacionamento sinal-referente é intermediado".

Para Piaget (1975, p.352) " a função simbólica[...] é essencial a constituição do espaço representativo".

Relacionar o símbolo e a construção do espaço representativo, ter o domínio de diferentes leituras, interpretações, utilizar de sistemas de representação e proposição de alternativas que possibilitem a resolução dos diferentes problemas cotidianos tornou-se importante para a sobrevivência humana. Os diferentes sistemas de representação com a adequação do uso de símbolos, dentro de uma linguagem, apresentam ordem e regras de formação culturalmente aceitos. Bruner (1997, p.66) afirma que "os símbolos dependem da existência de uma 'linguagem' que contenha um sistema de sinais ordenado ou governado por regras".

Não diferentemente dos demais conhecimentos, também a matemática apresenta uma linguagem que utiliza diferentes sistemas de representação para análise, síntese e representação de seus objetos de estudo, uma vez esta a mesma encontra-se inserida na sociedade em contextos variados. Os objetos da matemática apresentam possibilidades de serem representados. Para Piaget (1975, p.87) representação significa "evocação simbólica das realidades ausentes" . Para Duval (p.37) objetos matemáticos são por exemplo: um número, uma função, um vetor, pontos, figuras geométricas, etc.

A forma de abordagem para o estudo de um objeto matemático ao longo da história representa as visões de mundo de cada época, o conhecimento matemático sofreu influências culturais como qualquer ciência. No entanto, o processo de representação dos objetos matemáticos rompeu barreiras culturais, lingüísticas e religiosas. Sobre isso D'Ambrósio (1998, p.10) afirma:

> A matemática é, desde os gregos, uma disciplina de foco nos sistemas educacionais, e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até nossos dias como manifestação cultural que se impôs, incontestada, às demais formas. Enquanto nenhuma religião se universalizou, nenhuma língua se universalizou, nenhuma culinária nem medicina se universalizam, a matemática se universalizou, deslocando todos os demais modos de quantificar, de medir, de ordenar, de inferir e servindo de base, se impondo, como o modo de pensamento lógico racional que passou a identificar a própria espécie.

Deve-se considerar também o progresso registrado pelo homem, principalmente na área da informatização, onde o mundo se tornou mais 'próximo' possibilitando maior interação entre diferentes culturas. Essa interação exigiu do ser humano novas estratégias de estabelecer comunicação e por meio desta utilizar-se de diferentes sistemas de representação para apresentar o conhecimento elaborado ou em processo de elaboração.

> É a cultura que fornece as ferramentas para organizarmos e entendermos nossos mundos de maneiras que sejam comunicáveis. A característica distintiva da evolução humana é que a mente evolui de uma forma que permite aos seres humanos utilizarem as ferramentas da cultura. Sem essas ferramentas, sejam simbólicas, sejam materiais, o homem não é um "macaco nu", mas uma abstração vazia. (BRUNER, 2001, p.16-17).

Assim as diferentes representações de objetos de estudo e suas conversões passaram a fazer parte da vida das pessoas, entre elas as que envolvem representações matemáticas e processos de construção de significações. Sob a versão peirceana os objetos de estudo utilizados na matemática dividem-se em: objetos dinâmicos e objetos imediatos. Os objetos dinâmicos constituem-se como idéia geral de um objeto matemático e o objeto imediato como representação sígnica desse objeto dinâmico sob determinado aspecto. Por exemplo: no estudo específico das funções, a idéia de função representa o objeto dinâmico e a representação gráfica dessa idéia é um objeto imediato. Assim nunca é possível a representação total do objeto dinâmico e sim uma parte dele por meio de registros de representação semiótica mental ou computacional.

Os sistemas de representação constituem objetos imediatos da semiótica. Para Piaget (1975, p.351):

> A representação nasce, portanto, da união de 'significantes'que permitem evocar os objetos ausentes com um jogo de significação que os une aos elementos presentes. Essa conexão específica entre 'significantes' e 'significados'constitui o próprio de uma função nova, a ultrapassar a atividade sensório-motora e que se pode chamar de maneira geral, de 'função simbólica'. É ela que torna possível a aquisição da linguagem ou dos 'signos coletivos.

As palavras significante e significado remetem-se assim à questão do signo definido pela escola saussuriana em Piaget (1975, p.217): "Um signo... é um significante 'arbitrário', ligado a um significado por uma convenção social e não por um elo de semelhança... o sistema de signos permite a formação do pensamento racional".

A utilização dos diferentes sistemas de representação marca o início do pensamento abstrato diferenciando-o das atividades sensório-motoras. Segundo Piaget (1975, p.209) " O pensamento representativo, por oposição à atividade sensório-motora, inicia-se desde que, no sistema de representações que constitui toda inteligência e, sem dúvida, toda consciência, o 'significante' se diferencia do 'significado' ".

Piaget (1975) afirma que a inteligência sensório-motora:

> tende ao êxito e não à verdade, satisfaz-se com a chegada ao objetivo prático a que se visa e não com a constatação (classificação ou seriação) ou com a explicação. É inteligência puramente vivida (inteligência das situações conforme diz Wallon), e não pensamento

Ainda sobre a inteligência sensório-motora Piaget (1975, p.98) afirma:

> A inteligência sensório-motora que coordena, durante os primeiros anos, as percepções e os movimentos, até culminar na construção do objeto permanente, do espaço prático e das constâncias perceptivas da forma e das dimensões, conserva igualmente um papel fundamental durante o resto do desenvolvimento mental e até no adulto, se bem que superada, quanto à direção geral das condutas, pela inteligência conceptual, que desenvolve os esquemas iniciais até transformá-los em operações racionais, a inteligência sensório-motora perdura, contudo, durante a existência toda, constituindo o órgão essencial da atividade perceptiva, assim como o intermediário necessário entre as próprias percepções e a inteligência conceptual.

A inteligência conceptual por outro lado pode ser conceituada como:

> a capacidade de raciocinar sobre enunciados, sobre hipóteses e não mais somente sobre objetos postos sobre a mesa ou imediatamente representados. Ora, a lógica das proposições supõe igualmente a rede combinatória e o grupo das quatro transformações, quer dizer, os dois aspectos complementares de uma nova estrutura de conjunto, abarcando a totalidade dos mecanismos operatórios que vemos se constituírem nesse nível (PIAGET, 1978, p.40).

O domínio da operações intelectuais construído a partir não somente dos estágios de desenvolvimento mas também das experiências anteriores e do meio em que se vive, relacionados com a matemática será objeto dessa pesquisa. Além disso serão analisados alguns sistemas semióticos de representações relacionados com a matemática e inseridos no processo de ensino-aprendizagem, como também as conversões realizadas pelos alunos durante o período de pesquisa em sala de aula. Estes sistemas semióticos referem-se ao estudo das funções e suas representações por meio de tabelas, gráficos, figuras ou diagramas, representação algébrica e na língua natural bem como a conversão de um sistema para outro.

A necessidade de representação dos objetos matemáticos que possibilitaram o seu estudo estão entre os temas discutidos atualmente na educação matemática. Outros pontos também são relevantes em relação à educação matemática, entre eles pode-se citar: quais os conhecimentos necessários para o aluno resolver seus problemas em uma sociedade moderna e globalizada? Quais os conteúdos que devem pertencer ao currículo? Como operacionalizar os conteúdos dentro do contexto histórico dos alunos? Quais as possíveis relações entre os estágios de desenvolvimento da mente e as representações semióticas no contexto do ensino-aprendizagem da matemática? Estas são algumas das questões que envolvem as pesquisas na área da educação matemática. Dentre os tópicos citados acima será objeto de estudo o relacionado com os estágios de desenvolvimento e as representações semióticas no contexto do processo ensino-aprendizagem da matemática dentro do contexto do estudo das funções.

Como já foi citado anteriormente, as questões relacionadas com o conhecimento da matemática também se modificaram. De empírica à ciência especulativa, longa foi sua trajetória, como ferramenta para resolução de muitos problemas da vida do homem. A partir da análise de seus objetos de estudo, generalizou-se, sistematizou-se e construiu-se um sistema de representação universal, onde os símbolos x e y são manipulados com diferentes significados, pois trata-se do processo de formalização da matemática transformando-a em ciência dedutiva.

> O método dedutivo, as demonstrações, as relações conceituais logicamente definidas e a especificidade das representações simbólicas com seus significados precisos, diferenciam o saber matemático dos demais saberes. Essas peculiaridades e a sua importância na vida em sociedade propõem problemas ao ensino. Da solução desses problemas depende a democratização do saber matemático (BICUDO,1999, p.163).

Não se pode condenar o uso convencional do x e do y, importa adequá-lo às diferentes formas de uso nas mais diferentes situações do processo de ensino-aprendizagem aqui denominadas representações semióticas. De acordo com Duval (p.40) as representações semióticas são importantes no processo de ensino-aprendizagem, pois, é por meio delas que se tem acesso ao processo cognitivo de construção do conhecimento, sua generalização e construção de significados " estes registros semióticos múltiplos desvelam-se condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações semióticas. Que os objetos matemáticos sejam reconhecidos cada qual dentro e por meio de suas representações específicas pelo infanto-juvenil"

Para se obter esta generalização e adequação de significados e sistemas de representação, importa conhecer os estágios de desenvolvimento da mente e o processo de construção de seus significados. De acordo com Bruner (1997, p.67) "o significado *simbólico* depende então de alguma forma crítica, da capacidade humana de interiorizar tal linguagem e utilizar seu *sistema* de sinais com um interpretante nesse relacionamento em que uma parte representa a outra".

A utilização de representações semióticas está inserido no processo de construção dos significados, sendo influenciada pelas características individuais e culturais de seus usuários.

Em relação ao caráter individual, pesquisadores das diferentes áreas do conhecimento se dedicaram ao estudo dos estágios da evolução da mente durante a fase infanto-juvenil, até atingir o estágio de formação de conceitos ou abstrações na adolescência. De acordo com psicólogos, pedagogos, lingüistas, filósofos, atingir o estágio da compreensão e conceitos, significa ter a capacidade de raciocinar sobre enunciados, hipóteses, interpretar, representar e fazer conversões entre diferentes sistemas simbólicos, construindo significados. Hoje, temos acesso ao conhecimento por meio de diferentes sistemas de representações como gráficos, tabelas, textos, aos quais os educandos têm condições de compreendê-los, adequando-se a tais sistemas, em diferentes situações de sua vida:

> a transferência não é evidente, porque mobiliza esquemas de inferência, de generalização, de resolução de problemas, de raciocínio por analogia, esquemas estes que constituem aquisições e são construídos muito desigualmente, conforme os sujeitos.

> Não se adquire 'uma competência universal da transferência', mas desenvolve-se ao sabor das experiências e da reflexão sobre a experiência, instrumentos, esquemas ou posturas mentais que podem facilitá-la (BRUNER (2000, p.59).

Também a matemática apresenta formas diversas de representar um mesmo objeto de estudo, mas nem todos os indivíduos, na fase escolar conseguem construir tais sistemas de representação que possibilitam a construção de significados dentro da matemática. Assim, nos últimos anos, estudos têm avançado no sentido de buscar uma explicação do por quê grande número de pessoas passam pela escola, estudam a matemática e não conseguem se apropriar de um entendimento que as possibilite fazer relações com os possíveis significados dos sistemas de representação, convencionalmente utilizados no processo ensino-aprendizagem da matemática. Uma das possibilidades da ocorrência de tal fenômeno nas escolas decorre da introdução da matemática formal bem antes de a criança atingir a fase da abstração, ou seja, da capacidade de operar exclusivamente com símbolos. A carência conceptual dos objetos matemáticos, principalmente os relacionados com a álgebra formal, a descontextualização dos conteúdos, são algumas das barreiras encontradas no processo ensino-aprendizagem da matemática, na maioria das vezes, descontextualizado, sem significação alguma para a criança. Bicudo (1999, p.162) afirma:

> Compreendendo que a matemática revela certos aspectos do mundo e que existem outras áreas de conhecimento que revelam outros aspectos, o professor de Matemática não pode olhá-la como isolada, como algo que existe por si, sem relação alguma com o homem, com o mundo humano e com aquilo que o homem conhece desse mundo.

Conseqüentemente, o que parece óbvio para o professor, que já tem seus conceitos pré-construídos, oferece grandes dificuldades para os alunos na compreensão e construção de seus significados.

As dificuldades relacionadas com a interpretação, surgem principalmente durante a resolução de problemas apresentados em livros ou pelo professor de maneira formal, principalmente em crianças e adolescentes. Piaget (1998, p.167) afirma:

> Uma das dificuldades dos problemas comuns de matemática para crianças é a de elas terem que se limitar aos termos do problema em vez de recorrerem a lembranças concretas da experiência individual. De maneira geral, existe uma impossibilidade para a criança, antes de cerca de 10 anos, de compreender a natureza hipotético-dedutiva e não empírica da verdade matemática: podemos, portanto, espantar-nos de que a pedagogia clássica suponha sob este ponto de vista, aos alunos, uma maneira de raciocinar que os gregos conquistaram com grande esforço depois de séculos de aritmética e de geometria empíricas. Por outro lado, as análises que pudemos fazer

> de certos raciocínios simplesmente verbais mostram igualmente a dificuldade de raciocínio formal antes dos 10-11 anos.

Assim, torna-se importante que o professor durante o processo de ensino-aprendizagem utilize, quando possível, problemas relacionados com o contexto e a evolução bio-mental do aluno para que possa estabelecer relações com os significados já construídos e a partir destes construir novos significados. Também o professor deve proporcionar ao educando o acesso a diferentes representações semióticas dos problemas apresentados a fim de proporcionar ao aluno a possibilidade de interação e construção de seus significados. As representações semióticas segundo a definição de Duval (p.39) são construídas e produzidas por signos pertencendo a um sistema de representação que possuem regras próprias de significação e funcionamento. São exemplos de representações semióticas: gráficos, tabelas , figuras geométricas, enunciados lingüísticos. De acordo com Duval "é essencial na atividade matemática mobilizar os múltiplos registros de representação semiótica: figuras, gráficos, escrita simbólica, língua e fala naturais ao longo do ensino aprendizagem da matemática".

Essas representações semióticas proporcionariam ao aluno a apreensão do objeto matemático em estudo sob diferentes aspectos, possibilitando-lhe o uso em diferentes contextos.

> As aprendizagens ancoram-se em um contexto que, se for contingente para o professor, será mentalmente inseparável do conhecimento aos olhos do aluno, pelo menos em um primeiro momento(...). O conhecimento descontextualizado, isto é, pronto para uso em contextos diversos, não é um estado nativo, mas o produto de um processo progressivo de abstração, (...) que supõe, ao contrário, múltiplas recontextualizações e descontextualizações (PERRENOUD, 2000, p.58).

Com isso o processo do ensino aprendizagem da matemática proporciona ao educando a possibilidade de estabelecer relações entre as atividades cognitivas e suas representações semióticas sob diferentes registros, respeitando as diferenças individuais, tornando-se assim menos mais conectado aos problemas de ensino-aprendizagem dos objetos matemáticos:

> Nem todos os indivíduos que coexistem em uma sociedade, tanto as crianças quanto os adultos, enfrentam as situações da vida, sejam elas banais ou extraordinárias, com os mesmos meios intelectuais e culturais (PERRENOUD, 2000 p.18).

Ainda em relação ao processo de ensino-aprendizagem da matemática o educador deve respeitar as fases de desenvolvimento cognitivo infanto-juvenil e a situação sócio-histórica do aluno, desenvolvendo-lhe sempre uma visão prospectiva e não retrospectiva, buscando sempre a construção dos significados, a partir de um processo de constante interação entre o mundo exterior e o mundo interior do educando por meio das representações semióticas, uma vez que o aluno só tem acesso ao conhecimento por meio de representações. De acordo com Piaget (1998, p.161):

> o funcionamento intelectual não procede nem por tateamento nem por uma estrutura puramente endógena, mas por uma atividade estruturante que implica ao mesmo tempo em formas elaboradas pelo sujeito e num ajustamento contínuo dessas formas aos dados da experiência.

Torna-se importante, também, além do conhecimento das fases de desenvolvimento biológico-mental da criança e de suas possíveis influências sócio-históricas no processo de ensino-aprendizagem, respeitar as funções psicológicas superiores dos alunos que podem influenciar esse processo de complexificação. No entanto, Perrenoud (2000, p.24) afirma que: *"o sistema educativo não faria, de algum modo, senão constatá-lo: cada um tem êxito conforme suas aptidões, limitando-se a escola a oferecer a cada um dos alunos as mesmas condições de aprendizagem"*.

Observa-se que a escola está inserida num contexto e por isso sofre influências de diversas variáveis que interferem no processo de construção do conhecimento do aluno. Entende-se, também, que a construção do conhecimento é um processo longo, individual, portanto, único e contínuo.

> Fundamentar o ensino na atividade intelectual do aprendiz significa, entre outras coisas, respeitar as suas possibilidades de raciocínio e organizar situações que propiciem o aperfeiçoamento desse raciocínio; significa estabelecer relações entre conteúdo, método e processos cognitivos. Este procedimento requer do professor: o domínio da matéria em estudo; a realização do mapeamento conceitual do conteúdo (reconhecimento dos conceitos básicos de assunto em pauta e das relações que se estabelecem entre eles). Requer também a identificação das modalidades de recursos cognitivos e dos conceitos cujo domínio os alunos manifestam em suas atividades. Este exame permite organizar as situações de aprendizagem como mediação para o saber matemático (BICUDO, 1999, p.165).

Com esta motivação, essa pesquisa de campo propõe-se apresentar um estudo teórico-prático, relacionado às possíveis relações existentes entre os estágios de desenvolvimento da mente infanto-juvenil e os registros de representações semióticas no contexto do ensino-aprendizagem dos objetos matemáticos com alunos adolescentes da primeira série do ensino médio do Colégio Dehon. As características e critérios de escolha dessa amostra estão descritos no contexto do sujeitos da pesquisa.

De acordo com Vygotsky (1993, p.98, 99)"O adolescente que dominou os conceitos algébricos atingiu um ponto favorável, a partir do qual vê os conceitos aritméticos sob uma perspectiva mais ampla".

A partir das considerações anteriores, parte-se da hipótese de que ao atingir a adolescência o educando já tenha construído seus conceitos e conseqüentemente opere com os diferentes sistemas de representações semióticas, uma vez que tais habilidades cognitivas são inerentes aos infanto-juvenis. No entanto, pode-se constatar em sala de aula que alunos, mesmo na adolescência, nem sempre apresentam tais habilidades, tornando-se necessário retornar aos conteúdos de situações significativas para o aluno e com ele construir significados e possibilidades de representação. Dessa forma, reconsideram-se também as questões relacionadas com as representações semióticas e possíveis conversões destas como constituintes importantes do processo de ensino-aprendizagem dos objetos matemáticos uma vez que a construção do conhecimento se dá principalmente pela interação entre indivíduos, em diferentes contextos. A utilização da palavra conversão nesse trabalho está em concordância com a definição dada por Duval (1993,p.42) a "conversão duma representação é a transformação dessa representação numa outra representação, num outro registro conservando porém a totalidade ou um fragmento do conteúdo como representação mental original)". O papel da conversão consoante Duval (1993,p.47) a "conversão desempenha um papel essencial e crucial na conceptualização dos objetos dinâmicos da matemática, uma vez que temos acesso a eles apenas por meio de representações".

A partir desses entendimentos, o problema a ser investigado se desvela: *Quais as possíveis relações entre os estágios de desenvolvimento biológico da mente juvenil e os registros de representações semióticas no contexto do ensino-aprendizagem dos objetos matemáticos em alunos de primeira série do ensino médio?*

Esse será o desafio. Analisar os resultados da aplicação de algumas atividades no contexto de sala de aula com alunos da primeira série do ensino médio do Colégio Dehon. Essas atividades envolvem representações semióticas e suas conversões partindo-se dos seguintes objetivos didáticos: Identificar as dificuldades apresentadas durante o processo de ensino-aprendizagem da matemática em relação às conversões de um sistema de representação para outro. Analisar as representações e conversões realizadas pelos alunos durante as atividades de matemática em sala de aula. Verificar qual sistema de representação apresenta maior obstáculo para o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Apontar caminhos que possibilitem aos educandos superar possíveis dificuldades reveladas durante a realização das atividades em sala de aula.

As atividades propostas aos alunos foram realizadas em sala de aula, inseridas no contexto da aula de matemática e dentro dos conteúdos que compõem o currículo durante o ano letivo de 2002, cujos resultados serão descritos e analisados no contexto da análise dos resultados.

2- MÉTODO

O desenvolvimento do trabalho de educador na área da educação matemática tem exigido não só uma formação científica, mas também a adoção de técnicas que proporcionem eficiência dos educadores e auto-transformação dos indivíduos envolvidos nesse processo.

Qual o melhor método e técnica apropriados para investigar *as possíveis relações existentes entre os estágios de desenvolvimento da mente infanto-juvenil e os registros de representações semióticas no contexto do ensino-aprendizagem dos objetos matemáticos em alunos da primeira série do ensino médio?*

Como esse objeto de estudo envolve sujeitos que teoricamente são capazes de realizar o processo de conversão entre diferentes sistemas de representação durante o período de um ano letivo, fez-se necessária a escolha de uma amostra para a aplicação das atividades com o objetivo de buscar sistematicamente as informações referentes ao objeto em questão.

Para a escolha da amostra primeiramente o pesquisador conversou com a direção do Colégio Dehon Tubarão- SC sobre a intenção de utilizar uma turma de alunos como sujeitos de sua pesquisa, uma vez que o seu objeto de estudo está relacionado com os estágios de desenvolvimento atrelado ao pensamento formal da teoria piagetiana ou terceiridade na teoria peirceana atingidos na adolescência. Assim a amostra deste objeto de pesquisa será composta por uma turma de alunos adolescentes que freqüentam a primeira série do ensino médio do colégio Dehon Tubarão SC, escolhida entre as quatro primeiras séries deste estabelecimento e descrita no contexto dos sujeitos da pesquisa.

A escolha da amostra é composta apenas por adolescentes por entender que o pensamento formal (na teoria piagetiana) ou a terceiridade (na teoria peirceana) teoricamente é construído a partir dos ‘andaimes’ da primeiridade e segundidade (na teoria peirceana) e período sensório-motor e período das operações concretas (na teoria piagetiana).

Assim, entende-se que esse tipo de pesquisa exige do pesquisador um aprofundamento dos sujeitos que serão pesquisados, para isso adotou-se o método de pesquisa de campo como forma de obtenção dos dados. Para o atendimento de tal propósito, fez-se necessária a coleta de dados junto aos sujeitos de forma sistemática e natural no contexto das aulas de matemática durante o ano letivo.

Para a coleta de dados que compõem o estudo do objeto pesquisado aplicou-se uma seqüência composta por treze atividades que foram divididas e aplicadas em seis blocos durante o ano letivo de 2002 nos meses de maio, julho, setembro e novembro. Esses blocos de atividades foram aplicados pelo próprio pesquisador com objetivos definidos em cada atividade que aparecem explicitamente descritos no contexto da análise e interpretação dos dados, cujo método adotado para análise encontra-se definido no contexto do instrumento de coleta de dados.

Este método de coleta de dados permitiu ao pesquisador acompanhar sistematicamente o processo de realização das atividades pelos sujeitos por meio de registros das observações e questionamentos destes durante a realização das atividades propostas pelo pesquisador.

2.1 SUJEITOS

Neste estudo, a unidade de análise foi o Colégio Dehon Tubarão-SC, pertencente à rede particular de ensino. Os sujeitos envolvidos na pesquisa foram os alunos da primeira série do Colégio Dehon Tubarão-SC. Dentre as quatro primeiras séries do Colégio foi escolhida como amostra a primeira série A do Ensino Médio. Pode-se caracterizar esta turma como heterogênea, com alunos oriundos de diferentes estabelecimentos de ensino da região da Amurel, porém, a maioria cursaram o ensino fundamental no próprio Colégio Dehon Tubarão-SC, perfazendo o total de 59,5% e em outros colégios da região o total de 40,5%. Os alunos se encontram na adolescência com idade variando entre quatorze e dezesseis anos.

Coerentemente com os pressupostos teórico-metodológicos que norteiam esta pesquisa, foi desenvolvido uma dinâmica de aplicação das atividades realizadas em sala de aula. Atividades estas que proporcionaram a coleta dos dados, bem como, a possibilidade de retornar constantemente aos sujeitos com a finalidade de buscar novas informações em momentos diferentes durante o processo de ensino-aprendizagem referentes ao estudo das funções. Essa busca constante de informações proporcionou ao pesquisador a possibilidade de coletar os dados sobre os diferentes tipos de funções estudados durante todo o ano de 2002.

2.2-INSTRUMENTO DE COLETA DE DADOS

Quando o pesquisador decidiu pela amostra constituída de 34 alunos que seriam os sujeitos de sua pesquisa conversou com o grupo de alunos sobre a possibilidade de serem pesquisados durante o ano letivo em determinados momentos sem aviso prévio no contexto da sala de aula. Com a aprovação de todos, passou-se para a fase de elaboração dos instrumentos de coleta de dados.

Foi elaborada uma seqüência de atividades que possibilitaram a coleta de dados pelo próprio pesquisador, em sala de aula. Essas atividades foram realizadas rotineiramente junto aos sujeitos envolvidos na pesquisa

O instrumento consta da elaboração de treze atividades estruturadas com objetivos definidos pelo pesquisador, com perguntas abertas apresentadas aos sujeitos da pesquisa, respondidas em sala de aula individualmente pelos sujeitos com acompanhamento direto do pesquisador e em diferentes etapas no decorrer do ano letivo conforme os anexo 2 (páginas 93 a 98). Para o melhor acompanhamento durante a realização das atividades, o pesquisador procurou anotar em um instrumento denominado por ele como ‘diário de bordo’ no qual foram registrada opiniões e dúvidas dos sujeitos, durante a realização da atividade que aparecem identificados no contexto do capítulo II da análise e interpretação dos dados.

2.3 ANÁLISE DE DADOS

Após a coleta dos dados realizada durante o ano letivo de 2002 pelo pesquisador foi feita a análise de cada atividade a partir de critérios definidos e discutidos no contexto da apresentação dos resultados. Utilizaram-se também dados numéricos, respeitando-se as respostas dadas pelos sujeitos envolvidos na pesquisa.

Entre os procedimentos de análise numérica dos dados, construíram-se tabelas que facilitam a visualização do pesquisador e do leitor para uma melhor compreensão dos dados e análise da variáveis envolvidas no objeto de estudo. Muitos dados aparecem em forma de percentual para facilitar a comparação entre os resultados da aplicação de uma atividade e outra. Por fim, os dados coletados serão analisados à luz das teorias que sustentam esse objeto de estudo bem como os objetivos definidos pelo pesquisador.

CAPÍTULO PRIMEIRO

REVISÃO DA LITERATURA

O desenvolvimento e a forma como a mente humana constrói significados sempre foram objeto de estudos de muitos pesquisadores, hoje, conhecida como ciência da cognição. Este fenômeno foi estudado por filósofos, antropólogos, psicólogos, pedagogos, neurologistas, lingüistas, pesquisadores da inteligência artificial. Bruner (1997, pág.x) identifica essas questões como "questões sobre a natureza da mente e seus processos, questões com as quais construímos nossos significados e nossas realidades, questões sobre a modelagem da mente pela história e cultura". Estes estudiosos enfocaram pontos diferentes, estudaram, discutiram e apresentaram dentro de sua área de estudo, possíveis formas de como a mente interpreta os diferentes sistemas de representação e atinge o seu desenvolvimento máximo ao operar apenas com símbolos, isto é, ao adquirir a capacidade de abstração e generalização.

> Grande parte da representação e da comunicação humana de conhecimento ocorre através de sistemas simbólicos.... Sistemas de símbolos são sistemas de significados culturalmente projetados que captam formas importantes de informação e que se tornam importantes para a sobrevivência e a produtividade humana. Seriam sistemas de símbolos: a linguagem, a matemática e o desenho. (SMOLE, 1996, p. 38).

Os estudos da teoria da cognição concluíram que o ser humano apresenta capacidades diferenciadas de estabelecer relações e resolver problemas a ele apresentados. Há variações desde a fase da inteligência sensório-motora até o período das operações formais. As operações dos esquemas mentais diferem de pessoa para pessoa, e “sua expressão individual é parte da produção de significado, a atribuição de significados a coisas em diferentes contextos e em ocasiões particulares” segundo Bruner (2001, p.16).

As inteligências são parte da herança humana genética e todos os indivíduos “normais” possuem capacidades essenciais em cada inteligência. A teoria das inteligências múltiplas surgiu na Universidade de Harvard no final dos anos 70. Gardner, considerado o pai da teoria das inteligências múltiplas, pautou seus estudos sobre as diferentes inteligências, as quais ele as definiu assim: “É uma visão pluralista da mente, reconhecendo muitas facetas diferentes e separadas da cognição, reconhecendo que as pessoas têm forças cognitivas diferenciadas e estilos cognitivos contrastantes” (GARDNER, 2000, p.13,). Com a teoria das inteligências múltiplas marcou o início de uma visão diferenciada em relação às capacidades mentais de cada indivíduo , até então medidas apenas pelos testes de QI (Quociente de Inteligência). Os testes de QI apresentam uma visão unilateral de conhecimento relacionado apenas com a matemática, isto é, capacidade de realizar cálculos e lógica (inteligência lógico–matemática) e a capacidade de dar respostas verbais (inteligência lingüística). Ao contrário, a teoria das inteligências múltiplas desenvolvida por Gardner prevê a existência de oito inteligências já descritas que são: inteligência musical, inteligência corporal-cinestésica, inteligência lógico-matemática, inteligência lingüística, inteligência interpessoal, inteligência intrapessoal, inteligência espacial e inteligência naturalista. Sobre isso, Gardner (2000, p.15) afirma:

> O ponto importante aqui é deixar clara a pluralidade do intelecto. Igualmente nós acreditamos que os indivíduos podem diferir nos perfis particulares de inteligência com os quais nascem, e que certamente eles diferem nos perfis com os quais acabam. Eu considero as inteligências como potenciais puros, biológicos, que podem ser vistos numa forma pura somente nos indivíduos que são, no sentido técnico, excêntricos. Em quase todas as outras pessoas, as inteligências funcionam juntas para resolver problemas, para produzir vários tipos de estados finais culturais – ocupações, passatempos e assim por diante.

Ainda de acordo com Gardner (1995, p. 20). “todos os indivíduos normais possuem cada uma dessas capacidades em certa medida, os indivíduos diferem no grau de capacidade e na natureza de sua combinação”.

As diferenças individuais citadas acima influenciam no processo de ensino-aprendizagem da matemática bem como na construção de significados e formação de conceitos e generalizações. A fase de abstrações e generalizações representa o mais elevado estágio de desenvolvimento da mente humana, sendo a idade cronológica e a cultura fatores relevantes para tal desenvolvimento. Para a matemática estar nessa fase significa ter a possibilidade de estabelecer relações bem como utilizar-se das diferentes representações semióticas.

> A atividade representativa exige assim um duplo jogo de assimilação e acomodações: a acomodação aos dados presentes acrescenta-se uma acomodação imitadora dos dados não perceptíveis, de maneira tal que, além da significação do objeto atual, fornecida pela assimilação perceptiva, intervém igualmente as significações assimiladoras ligadas aos significantes que constituem a evocação imitativa. É verdade que esse mecanismo complexo é ao mesmo tempo simplificado e socialmente uniformizado pelo emprego dos signos coletivos constituídos pelas palavras (PIAGET 1975, p.253).

Charles Sanders Peirce, matemático e filósofo, por meio de sua lógica das relações foi considerado um dos primeiros a se preocupar com a questão processual pela qual a mente passa até alcançar a formação do conceito. Para ele, o conceito representa uma máxima, ou seja, o mais alto grau de abstração e generalização que a mente humana pode atingir. Peirce (1980, p. 5) ainda afirma que :

> se ... se admitir que a ação requer um fim, que de acordo com o espírito da máxima, deve ser algo próximo de uma descrição geral, então, partindo do resultado de nossos conceitos para aprendê-los corretamente, afastamo-nos dos fatos práticos e chegaremos às idéias gerais como os verdadeiros intérpretes de nosso pensamento.

Quando se relaciona a teoria da cognição com a Matemática que utiliza um sistema de representação universal, faz-se necessário analisá-la como uma das áreas do conhecimento muito discutida porque apresenta grandes dificuldades no seu processo ensino-aprendizagem. De acordo com D'Ambrosio (1998, p.10)

> O futuro está impregnado de ciência e tecnologia – para o bem ou para o mal. A matemática está na raiz da ciência e da tecnologia (...) A responsabilidade dos educadores da matemática com relação ao futuro é central e precisamos entender nosso papel nessa rede complexa de responsabilidades divididas. Assim é como vemos a estrutu-

> ra certa para discutir um sistema para propor uma matemática mais salutar e progressista nas escolas.

Por isso, entender o processo de evolução da mente e os estágios pelos quais ela passa até a formação do conceito, tornou-se importante para se entender as possíveis causas de tais dificuldades de aprendizagem, buscando–se inclusive alternativas de solução para tais impasses.

> As operações da razão constituem, com efeito, sistemas de conjuntos, caracterizados por uma certa estrutura, móvel e reversível ('grupamentos' qualitativos e 'grupos' matemáticos), que não poderiam ser explicados pela neurologia, nem pela sociologia, nem mesmo pela psicologia, serão a título de formas de equilíbrio em direção às quais tende todo o desenvolvimento. Ora para explicar o fato de que as estruturas sucessivas, sensório-motoras, simbólicas ou pré-conceptuais e intuitivas acabem por dar nesses sistemas gerais de ação que são as operações racionais, tem-se essencialmente de compreender de que maneira cada uma dessas variedades de conduta se prolonga na seguinte, segundo o sentido de um equilíbrio inferior a um equilíbrio superior (PIAGET, 1975,p.370).

Peirce estudou a evolução da mente até a formação do conceito, fundamentado no seu Pragmatismo. Os psicólogos Piaget e Vygotski e, recentemente, Bruner, Gardner e outros pesquisadores da inteligência artificial também se dedicaram a esse estudo. Bruner (2001, p.18*)* define Inteligência Artificial (IA) como um " sistema regido por regras específicas para o tratamento do fluxo de informações codificadas". Os estudos referentes à Inteligência Artificial foram baseados no funcionamento do cérebro humano, no entanto, esses sistemas de processamento de informações utilizados pela inteligência artificial não conseguem prever e sistematizar as diferentes significações produzidas em contextos diferentes, o que se denomina de processo de semantização que o cérebro humano executa. Em relação a esse assunto Duval (2000, p.48) faz a seguinte consideração: "no tocante à inteligência artificial (IA) há uma dificuldade de ultrapassar a rigidez funcional entranhada no modo de representação que recobre toda a redução em um único sistema semiótico o da escrita booleana".

Buscando o entendimento do funcionamento do cérebro humano e, conseqüentemente, a evolução da mente, os pesquisadores adotaram uma nomenclatura específica para estudar cada estágio do seu desenvolvimento. Por exemplo, Piaget dividiu o desenvolvimento em períodos de acordo com a idade: o período de inteligência sensório-motor, o período de preparação e de organização das operações concretas de classes, relação e número e o período das operações formais.

O período sensório-motor Piaget (1978, p.238) define:

> Nesse plano prático, assistimos a uma organização dos movimentos e dos deslocamentos que, primeiramente centrados no corpo próprio, se descentralizam pouco a pouco e atingem um espaço no qual a criança se situa como um elemento entre outros (assim como num sistema de objetos permanentes compreendendo seu corpo assim como os outros).Vemos aí, um pouco e no plano prático, exatamente o mesmo processo de descentralização progressiva que encontraremos em seguida no nível representativo, em termos de operações mentais e não simplesmente ações.

O período de preparação e de organização das operações concretas de classes, relações e número, período esse que se estende de dois anos mais ou menos a 11-12 anos. Piaget (1978, p.240) define:

> Esse período das operações concretas pode ser subdividido em dois estágios: um das operações simples e o outro, do acabamento de certos sistemas de conjunto no domínio do espaço e do tempo, em particular. No domínio do espaço, é o período onde a criança atinge, aos 9-10 anos somente, os sistemas de coordenadas ou de referência (representação das verticais e das horizontais em relação a essa referências). É o nível da coordenação de conjunto de perspectivas igualmente. É o nível que marca ao sistemas mais amplos sobre o plano concreto.

O período das operações formais que se inicia por volta de 11-12 anos e culmina por volta dos 13 ou 14 anos, foi definido por Piaget(1978, p.240) como o período das operações diferentes uma das outras.

> Primeiramente as operações combinatórias; até então, há somente encaixes simples dos conjuntos, e das operações elementares, mas não há o que os matemáticos chamam ‘conjuntos das partes’, que são o ponto de partida dessas combinatórias. A combinação começa, pelo contrário, aos 11-12 anos e engendra a estrutura de ‘rede’. Nesse mesmo nível, vemos aparecerem as proporções, a capacidade de raciocinar e de se representar, segundo dois sistemas de referências ao mesmo tempo, as estruturas de equilíbrio mecânico,etc.

Esta pesquisa adotará a nomenclatura do pragmatismo peirceano que divide o desenvolvimento mental em três categorias: primeiridade, segundidade e terceiridade estabelecendo uma relação com os estágios de desenvolvimento discutidos pela teoria Piagetiana.

Para Peirce (1980, p.IX-X):

> Não é possível qualquer ato de cognição que não seja determinado por outra cognição prévia, na medida em que todo pensamento implica a interpretação ou representação de alguma coisa por outra coisa. Todo pensamento ou conceito está inextricavelmente ligado às funções de representação, não sendo capaz de se interpretar a si mesmo

Peirce com seus estudos deixou grande contribuição para a teoria dos signos e para seu pragmatismo. Foi particularmente o pioneiro no estudo da teoria dos signos relacionada com as relações da lógica e da matemática. Em sua teoria diferencia diversos tipos de signos. Peirce (1977, p.74) define signo como:

> Qualquer coisa que conduz a alguma outra coisa (seu interpretante) a referir-se a um objeto ao qual ela mesma se refere (seu objeto), de modo idêntico, transformando-se o interpretante, por sua vez, em signo, e assim sucessivamente ad infinitum

O processo de representação dos objetos segundo Peirce (1980, p.93) depende do signo que " é um veículo que comunica à mente algo do exterior. O 'representado' é o seu objeto; o comunicado, a significação; a idéia que provoca, o seu interpretante".

Ao definir signo Peirce (1977, p.74,75) diferencia três categorias sígnicas: ícone, índice e símbolo.

> Um ícone é um signo que possuiria o caráter que o torna significante, mesmo que seu objeto não existisse, tal como um risco feito a lápis representando uma linha geométrica.
>
> Um índice é um signo que de repente perderia seu caráter que o torna signo se seu objeto fosse removido, mas que não perderia esse caráter se não houvesse interpretante(...) Letras comuns da álgebra que não apresentam pecularidade alguma são índices. Também o são as letras A,B,C, etc ligadas a uma figura geométrica.
>
> Um símbolo é um signo que perderia o caráter que o torna um signo senão houvesse um interpretante**.**

Peirce (1977, p.71) também define símbolo como "um Representâmen cujo caráter representativo consiste exatamente em ser uma regra que determinará seu interpretante". Assim um símbolo está conectado com seu objeto por meio da idéia que se faz uso dele, sem a qual essa conexão não existiria. Os símbolos agregam a si significados que são modificados com o tempo de acordo com o uso que dele se faz. Ainda, Peirce (1977,p.73) faz as seguintes considerações sobre símbolo:

> Os símbolos crescem. Retiram seu ser do desenvolvimento de outros signos, especialmente dos ícones, ou de signos misturados que compartilham da natureza dos ícones e símbolos. Só pensamos com signos. Estes signos mentais são de natureza mista; denominam-se conceitos suas partes-símbolo. Se alguém cria um novo símbolo, ele o faz por meio de pensamentos que envolvem conceitos. Assim, é apenas a partir de outros símbolos que um novo símbolo pode surgir. Omne symbolum de symbolo. Um símbolo, uma vez existindo, espalha-se entre as pessoas. No uso e na prática,

> seu significado cresce. Palavras como *força, lei, riqueza, casamento* veiculam-nos significados bem distintos dos veiculados para nossos antepassados bárbaros. O signo pode, como a esfinge de Emerson, dizer ao homem: De teu olho sou o olhar.

Os signos desempenham papel importante na evolução dos estágios de desenvolvimento. Piaget (1975, p130) afirma:

> O efeito mais característico do sistema de signos verbais sobre o desenvolvimento da inteligência é, certamente, permitir a transformação dos esquemas sensório-motor em conceitos. O destino normal do esquema é com efeito, chegar ao conceito, dado que os esquemas,como instrumentos de adaptação a situações cada vez mais variadas, são sistemas de relações suscetíveis de abstrações e generalização progressivas. Mas para adquirir a fixidez de significação dos conceitos e, sobretudo, o seu grau de generalização, que supera o da experiência individual, os esquemas devem dar lugar a uma comunicação interindividual e, por conseqüência, ser expressos por signos. Assim é legítimo considerar a intervenção do signo social como assinalando um momento culminante e decisivo na direção da representação, mesmo que o esquema se torne representativo por si mesmo

A adoção de estágios para estudar a evolução da mente até a formação dos conceitos baseia-se nos estudos piagetianos, que considerava os estágios “como forma de organização da atividade mental, sob seu duplo aspecto: por um lado, motor ou intelectual, por outro lado afetivo”(PIAGET,1978, p.XII). Embora sabe-se que o próprio Piaget coloca algumas restrições nas questões referentes a formação dos estágios durante o desenvolvimento da criança no tocante a idade cronológica.

> Para que haja estágios, é necessário primeiramente que a ordem de sucessão de aquisições seja constante. Não a cronologia, mas a ordem de sucessão. Podemos caracterizar os estágios numa população dada por uma cronologia, mas essa cronologia é extremamente variável; ela depende da experiência anterior dos indivíduos, e não somente de sua maturação, e depende principalmente do meio social que pode acelerar ou retardar o aparecimento de um estágio, ou mesmo impedir sua manifestação. Encontramo-nos aí em presença de uma complexidade considerável e não saberia me pronunciar sobre o valor das idades médias de nossos estágios no que concerne a algumas populações. Só considero as idades relativas às populações sobre as quais trabalhamos; elas são pois extremamente relativas. (PIAGET,1978, p.235)

Considerando a importância da influência de tais variáveis, a opção pela nomenclatura peirceana torna-se mais adequada nesse momento.

1.1 AS CATEGORIAS PEIRCEANAS, A MATEMÁTICA E OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Conforme citado anteriormente, este trabalho adota a nomenclatura peirceana para os estágios de desenvolvimento que apresentam uma relação com a teoria piagetiana que também discute os estágios de desenvolvimento, descrevendo etapas que apresentam características peculiares durante a evolução infanto-juvenil relacionada com o desenvolvimento da inteligência.

1.1. 2 PRIMEIRIDADE DE PEIRCE

Charles Sanders Peirce (1980, pág. 18) assim define primeiridade:

> o presente (imediato) é o que é, não determinado pelo ausente, passado ou futuro. É como tal, ignorando totalmente qualquer coisa. Conseqüentemente, não pode ser abstraído (é o que Hegel quer dizer com o abstrato) porque o abstraído deve ao concreto o ser que tem, qualquer que seja. (...) Imaginemos, se quisermos, uma consciência onde não existe nenhuma comparação, relação, nenhuma multiplicidade reconhecida, nenhuma mudança.(...)Tal consciência pode ser simples odor, por exemplo essência de rosas; ou uma contínua dor de cabeça, infinita(...). em suma, qualquer qualidade de sensação, simples e positiva, preenche a nossa descrição daquilo que é como é, absolutamente sem relação com nenhuma outra coisa. "Qualidade de sensação" é a verdadeira representante psíquica da primeira categoria do imediato em sua imediatidade, do presente em sua presentidade.

A sociedade apresenta-se culturalmente constituída com seus valores, crenças, ferramentas, sendo o conhecimento construído de geração em geração e sistematizado formalmente principalmente, pela escola. O acesso a tais ferramentas, desde o nascimento, proporcionam à criança a inserção em sua cultura. Na primeiridade a criança apresenta a inteligência sensório-motora caracterizada pela não distinção de si e dos objetos; trata-se de uma fase em que a criança age pela percepção cuja realidade é ela e suas ações.

> Os quadros gustativos, visuais, sonoros ou táteis que a criança deixa de chupar, ver, ouvir ou agarrar, parecem subsistir, para ela, a título de objetos permanentes, independentes da ação, e que esta simplesmente reencontra no exterior. Mas, ao comparar esses mesmos comportamentos com os que descrevemos a propósito das fases seguintes, percebe-se até que essa interpretação seria superficial e como esse universo primitivo permanece fenomenista, longe de constituir de entrada um mundo de substância (PIAGET,1975, p. 18).

Nessa fase, a mente da criança opera com os objetos que manipula e vê sem procurar distinção entre os mesmos ou organizá-los, é comum também, não perceber o universo ao seu redor.

> Durante muitos meses o conhecimento da criança em relação aos objetos e as conexões simples que existem entre eles está ligado completamente à sua experiência momento-a-momento com eles; então quando desaparecem de vista, não mais ocupam sua consciência. (GARDNER,1994, p. 101).

Tais atitudes de comportamento também ocorre em relação à matemática, tornando-se indispensável que as atividades operacionais envolvidas estejam ligadas às situações do cotidiano da criança, possibilitando-lhe tal integração do seu mundo com o mundo exterior, sendo a inteligência sensório-motora uma das ferramentas possibilitadoras dessa integração.

> A inteligência sensório-motora que coordena, durante os primeiros anos, as percepções e os movimentos, até culminar na construção do objeto permanente, do espaço prático e das constâncias perceptivas da forma e das dimensões, conserva igualmente um papel fundamental durante o resto do desenvolvimento mental e até no próprio adulto; se bem que superada, quanto à direção geral das condutas, pela inteligência conceptual, que desenvolve os esquemas iniciais até transformá-los em operações racionais, a inteligência sensório-motora perdura, contudo, durante a existência toda, constituindo o órgão essencial da atividade perceptiva, assim como intermediário necessário entre as próprias percepções e a inteligência conceptual. (PIAGET, 1975, p.98).

Quando o professor trabalha com crianças de zero a três anos e se refere à forma, tamanho, quantidades deverá proporcionar a elas o acesso aos diferentes objetos correspondentes à medida de tais grandezas, desenvolvendo nelas a capacidade de comparar, contar e diferenciar. Neste momento o professor poderá utilizar-se dos brinquedos das crianças, montar problemas de forma lúdica e procurar resolvê-los em conjunto na sala de aula. O desenvolvimento desse tipo de atividades dentro da matemática possibilita à criança conhecimentos que facilitem seu desenvolvimento mental posterior.

Para Piaget, (1975, p.19) “O objetivo está no prolongamento do ato. Tudo se passa como se a criança não dissociasse um do outro e considerasse a meta a atingir como algo que depende apenas da própria ação e, mais precisamente, de um só tipo de ação”.

Na primeiridade o signo está diretamente ligado ao objeto, a criança ainda não desenvolveu a capacidade de utilizar uma mesma palavra para diferentes significados.

> De fato, a indiferenciação e a centração das ações primitivas importam ambas em um terceiro aspecto que lhes é geral: elas ainda estão coordenadas entre si, e constituem, cada uma, um pequeno todo isolável que liga diretamente o corpo próprio ao objeto (sugar, olhar, segurar, etc.). Daí decorre uma falta de diferenciação, pois o sujeito não se afirmará em seguida a não ser coordenando livremente suas ações, e o objeto não se constituirá a não ser se sujeitando ou resistindo às coordenações dos movimentos ou posições em um sistema coerente. Por outro lado, como cada ação forma um todo isolável, sua única referência comum e constante só pode ser o corpo próprio, donde uma centração automática sobre ele, embora não desejada nem consciente (PIAGET, 1978, p.8)

A criança nesse primeiro estágio só observa o momento em que a palavra e o objeto estão sendo usados. Por exemplo, se o professor for utilizar a palavra “botão” sem referência definida, provavelmente as crianças farão a relação que estiver mais próxima de suas vivências. Para algumas, será o botão de roupa, para outras poderá ser o botão de uma flor, o botão da televisão. Mas se o professor estiver falando de flores e se referir ao botão de uma flor, provavelmente, nenhuma criança pensará nos botões de roupa, ou em outros botões e se o professor estiver falando nos diferentes botões de roupas a criança dificilmente fará a relação com os botões das flores ou do controle remoto. Para Piaget (1978, p.XIV) “A criança não percebe ainda a ordem dos fenômenos a não ser quando ela mesma é a causa continua sendo incapaz de conceber a história de seu universo, independentemente da própria ação, e não havendo, portanto, um objetivo para ela”

A noção de quantidade também não se revela desenvolvida, estando também relacionada diretamente ao objeto. Piaget (1975, p.345) comprova:

> de fato, assim como o bebê começa a acreditar que os objetos reentram no nada quando deixam de ser percebidos, para daí voltarem a sair quando ingressam de novo no campo da percepção, também a criança de 6 anos ainda pensa que a quantidade de matéria aumenta ou diminui segundo a forma que o objeto adquire e que uma substância que se derrete é inteiramente aniquilada.

Ao apresentar a uma criança, nesse estágio, dez objetos iguais dentro de um pote e esses mesmos objetos estiverem espalhados sobre uma mesa e ao perguntar onde há mais objetos, provavelmente ela dirá que existem mais objetos sobre a mesa. Piaget,(1975,p.95) escreve:

> os objetos ainda não estão dotados de permanência substancial e que o sujeito ignora todos os seus próprios deslocamentos, exceto os da mão, pelo que esses "grupos", embora percebidos no universo, continuam sendo ainda vítimas da aparência sensorial e, em face do sujeito, relativos a perspectiva própria da criança.

Portanto, para a matemática, a primeiridade é observada pela necessidade de visualização do objeto, quantidade, distância ao qual está se referindo. De acordo com Kamii, (1995,p. 47) " Os 'conceitos matemáticos' tradicionais como primeiro-segundo, antes-depois, e a correspondência um-a-um são partes das relações que as crianças criam na vida cotidiana quando são encorajados a pensar". A criança não apresenta construídos seus esquemas mentais que lhe proporcionem o distanciamento do objeto, ou seja, fazer referências a um objeto quando ele está ausente de seus sentidos. Nessa fase, é difícil para a criança imaginar o espaço correspondente a vinte metros sem presenciá-lo, embora se conheçam casos de crianças que são capazes de realizar tais atividades sem apresentar maiores dificuldades. Piaget, (1975, p.339) observa:

> nas relações espaciais sensório-motoras a representação de deslocamentos que não estão abrangidos pela esfera da percepção direta, ainda estão longe, porém, de assinalar o início de uma representação completa do espaço, isto é, de uma representação desligada da ação

É na primeiridade que a criança tem a oportunidade de agir sobre o mundo, manipulá-lo, envolvendo-se em atividades físicas práticas que proporcionam as primeiras vivências matemáticas. Essa vivência levará a criança a confrontar-se com uma série de fatos que progressivamente se tornarão familiares e favorecerão o desenvolvimento mental e a passagem para estágios superiores. À medida que a criança realiza as operações, utiliza-se de objetos e compreende o que está fazendo, aprimora seus esquemas mentais, possibilitando-lhe que futuramente realize essas operações independentemente da presença ou não do objeto correspondente.

> Partindo da não distinção entre ela mesma e os objetos, a criança passa a distinguir progressivamente os objetos que estão em sua presença e, depois, começa a relacionar entre os vários objetos que aparecem em espaços já diferenciados,ora presentes, ora ausentes. No final do estágio sensório-motor, pela separação entre ação e percepção, a criança torna-se capaz da noção de objeto permanente e idêntico a si mesmo, ainda que ele não esteja mais presente e sendo manipulado por ela (PEIRCE,1978, p.XII).

As redes de conexões que são formadas ao longo da primeiridade, o mundo material e as condições sócio-culturais que cercam a criança nessa fase desenvolvem papel importante na sua aprendizagem escolar. “O homem e sua ação manifestam-se em total dependência de seu ambiente natural, social, cultural e emocional”, segundo D’Ambrósio (1999, p. 27). Embora nessa fase as relações sejam principalmente restritas ao objeto, a criança constrói seus esquemas que possibilitarão futuramente a aquisição da capacidade de comparar, classificar, contar e nomear características individuais que são percebidas. Nesta fase a criança observa um objeto sob um determinado aspecto, isolando de todos os demais. Cada característica é percebida individualmente. No entanto, a capacidade de perceber individualmente leva a criança a diferenciar ou agrupar figuras e formas de objetos que são semelhantes inclusive nomeando-os.

> Os nomes ajudam a introduzir novas áreas de experiências, levando a criança a observar figuras comuns ou diferenciar figuras que, de outro modo, elas poderiam não ter visto: a palavra asa pode chamar a atenção da criança para uma figura anteriormente ignorada em uma mosca ou em um avião e pode, também, enfatizar sua função comum (GARDNER, 1994, p. 61).

Nesta fase a criança ainda não domina a simbolização da escrita matemática que tem suas características próprias de representação, mas já comunica-se com o mundo utilizando se outras formas de linguagem. Logo faz-se necessário que o professor adote certos critérios que possibilitem a interface entre essas linguagens, levando a criança a estabelecer relações e a dar significação àquilo que está fazendo, possibilitando a aquisição dos signos verbais e numerais, os quais estarão presentes na segundidade.

> Quando se trata de matemática, sempre que se pede a uma criança ou a um grupo de crianças para dizer o que fizeram e por que, para verbalizar os procedimentos que adotaram, justificando-os, para comentar o que escreveram, representaram ou esquematizaram, relatando as etapas de sua pesquisa... estamos permitindo aos alunos que trabalhem em sua língua materna e em ruptura com ela na elaboração de uma linguagem matemática dotada de sentido (SMOLE, 1996, p. 66).

Na primeiridade as relações que a criança tem com o mundo são indispensáveis para o desenvolvimento do pensamento e da linguagem. Com o desenvolvimento a criança rompe com o egocentrismo descrito por Piaget, (1978, p.X) como:

> a capacidade da criança de considerar a realidade externa e os objetos como diferentes de si mesma e de um ponto de vista diverso do seu. O egocentrismo na linguagem infantil implica a ausência da necessidade, por parte da criança, de explicar aquilo que diz, por ter certeza de estar sendo compreendida. Da mesma forma, o egocentrismo é responsável por um pensamento pré-lógico, pré-causal, mágico, animista e artificialista. O raciocínio não é nem dedutivo nem indutivo, mas transdutivo, indo do particular ao particular; o juízo não é lógico porque centrado no sujeito, em suas experiências passadas e nas relações subjetivas que ele estabelece em função das mesmas.

A fase egocêntrica desaparece ou atrofia-se à medida que a criança se aproxima da idade escolar, embora assuma um papel importante na vida da criança.

> notando as semelhanças entre os processos que condicionam a evolução da lógica e a idéia de realidade plasmada pela criança, Piaget conclui que a construção do mun-

> do objetivo e a elaboração do raciocínio lógico consistem na redução gradual do egocentrismo, em favor de uma socialização progressiva do pensamento, somente com essa descentração das noções, a criança pode chegar ao estágio da lógica operacional. (PIAGET, 1978, p.X)

Percebe-se assim que a criança caminha para a superação do estágio sensório-motor, e, uma vez superada essa fase, a criança começa a despertar para novas descobertas, percebendo que uma mesma palavra pode apresentar diferentes significados, que sua relação com o mundo material passa a ser não de independência, mas de relação dentro de um processo de semantização.

> No final do estágio sensório-motor, pela separação entre ação e percepção, a criança torna-se capaz da noção de objeto permanente e idêntico a si mesmo, ainda que ele não esteja mais presente e sendo manipulado por ela. Do ponto de vista de espaço, a coordenação sucessiva das ações leva a criança, progressivamente, a conceber aqueles espaços individuais e separados do início do seu desenvolvimento como um único espaço, no qual ela se desloca como os objetos, considerando a si mesma como um objeto, embora diferente dos demais. (PIAGET,1978, p.XIV).

Nessa perspectiva a necessidade de comunicação, relação, vivência com outros mundos individuais, diferentes do percebido apenas por ela, faz com que a criança inicie uma fase de novas percepções, interpretações e representações. É um olhar novo sobre um novo mundo que começa a ser percebido e que pode apresentar diferentes representações. A criança caminha para uma nova fase caracterizada pela função simbólica e pelo aparecimento da intuição das operações, pelas operações lógico-concretas no início da segundidade.

1.1.2 SEGUNDIDADE DE PEIRCE

Inicia-se uma nova etapa: a segundidade. Peirce (1980, p.22) em sua segunda conferência, trata dessa categoria do pensamento:

> A dualidade atua então: de um lado, a expectativa que vinha atribuindo à natureza mas que agora é obrigado a atribuir ao mundo interior, e de outro lado, um novo fenômeno que empurra aquela expectativa para a sombra e lhe toma o lugar. A antiga expectativa familiar constitui o mundo interior, o seu Ego. O fenômeno novo, forasteiro, o Não-Eu, é o mundo exterior. Não se chega à conclusão de que a pessoa deva ficar surpresa com o fato de o fenômeno ser tão maravilhoso assim: mas, pelo contrário, é por causa da dualidade que o homem atinge, por generalização a concepção de uma qualidade de ‘maravilhoso’.

Nesse segundo estágio de desenvolvimento a criança começa a se desprender do objeto e sua capacidade simbólica de representação está mais desenvolvida, sendo capaz de referenciá-la mesmo na ausência dele. Há o estabelecimento de novas relações que se constituem a partir da primeira fase. De acordo com Piaget, (1975, p. 332)

> As relações da assimilação e da acomodação constituem, assim, a partir do plano sensório-motor, um processo formativo análogo ao que, no plano da inteligência verbal e reflexiva, representam as relações do pensamento individual e da socialização; assim como a acomodação ao ponto de vista dos outros permite ao pensamento individual situar-se num conjunto de perspectivas que assegura a sua objetividade e reduz o seu egocentrismo, também a coordenação da assimilação e da acomodação sensório-motoras conduz o sujeito a sair de si mesmo para solidificar e objetivar o seu universo ao ponto de poder englobar-se nele, embora continuando a assimilar-se-lhe”. “Essa necessidade de se tornar social, desprendendo-se do seu mundo egocêntrico, exige da criança momentos de tomada de decisão, pois, nessa fase, iniciam-se os conflitos internos, e em determinados momentos quando a criança necessita de um referente para dar-lhe a significação, a ambigüidade de sentidos torna-se presente. Os resultados obtidos são diferentes do esperado, obrigando-a a analisar a nova situação.

Com isso a criança começa a perceber que os significados podem ser múltiplos, que uma mesma palavra pode ser utilizada com diferentes sentidos, dependendo de quem, para que e em que situação foi utilizada. Assim, a localização no tempo e no espaço requer da criança um entendimento que vai além de sua história individual, mas de um indivíduo que está inserido em um contexto com regras e convenções já estabelecidas e aceitas socialmente e culturalmente. Bruner, (2001, p.158) afirma:

> Da mesma forma que não se pode entender plenamente a ação humana sem se levar em consideração suas raízes biológicas evolutivas e, ao mesmo tempo, entender como ela é interpretada no processo de construção de significados pelos indivíduos envolvidos nela, não se pode entendê-la plenamente sem saber como e onde ela está situada.

Nessa fase a criança nem sempre consegue desprender-se do objeto. A necessidade da presença do objeto ou a incapacidade de sua mentalização leva a criança a não identificar os diferentes sentidos de uma mesma palavra, o que também pode ocorrer devido ao uso da palavra em um contexto diferente daquele no qual ela estava acostumada a usar. A partir daí, observa-se constantemente uma dualidade presente na mente da criança, ou seja, em determinadas situações consegue uma operacionalização apenas com símbolos ou representações simbólicas e em outras circunstâncias tem a necessidade da presença do objeto ao qual ela está se referindo. Sobre isso Pierce (1980, p. 56) afirma que... “uma determinada concepção difere de outra na medida em que passa a modificar diferentemente nossa conduta prática”. A presença ou a ausência de um objeto leva a mente a formular hipóteses verdadeiras ou não, estabelecendo-se conflitos entre o pensamento interior e o que se apresenta para a mente (presentidade). Este conflito caminha para uma acomodação da mente à medida em que se busca entendê-lo, assimilá-lo ou rejeitá-lo dentro de um determinado contexto. Sobre esse processo de evolução da mente e a busca de significados culturalmente diferentes, Bruner, (2001, p.156) afirma:

> Essa perspectiva individualista da evolução cultural humana leva inevitavelmente à visão de que a ‘ extração de significado’ humana e sua negociação encontram-se no centro da mudança cultural. Como uma espécie, nos adaptamos ao nosso meio ambiente em termos do que as coisas, os atos, os acontecimentos, os sinais consideramos que signifiquem. Os significados influenciam nossas percepções e processos de pensamento de uma forma não encontrada em nenhum lugar no reino animal.

Toda especulação, conjecturação, argumentação que fazemos na resolução de um problema são argumentos semânticos advindos de nossas primeiras sensações e impressões práticas. Porém, nesse estágio, a criança apresenta mecanismos bem diferenciados dos da fase anterior, onde a criança apenas dava significação única à palavra, atrelando-a um objeto único, agora ela é capaz de relacionar palavras com figuras ou objetos diferentes.

> A representação cognitiva, que neste nível, é constituída pelo ‘pré-conceito’ caracterizada por uma busca de equilíbrio entre a primeira forma de pensamento conceptual à assimilação e à acomodação e favorecida, por outro lado, pelo apoio dos significantes coletivos que são os signos verbais, a representação cognitiva nascente deveria poder transformar de saída os esquemas da inteligência sensório-motora em conceitos gerais e suas coordenações em raciocínios operatórios. (PIAGET, 1975, p.357)

Assim, a superação da primeira fase proporciona à criança a abertura de novas possibilidades, a passagem da primeira fase, centrada nela mesma, para a segunda fase que permite um olhar diferente sobre o mundo. D'Amore, (1997,p.63) afirma:

> La maduración del individuo abre el camino a posibilidades cognitivas nuevas, por tanto al aprendizaje: pero esto estimula y hace posible una evolución en la misma maduración y, a continuación, a un doble y complicado proceso.

Na matemática, a segundidade, isto é, a fase das diferentes interpretações, dos conflitos, da ambigüidade é observada quando a criança questiona o uso de símbolos convencionados para representar situações problemas, nos quais ela não consegue muitas vezes estabelecer as relações envolvidas em tais convenções simbólicas, perdendo-se aí o sentido de utilização de tais símbolos. O educando deve ser incentivado a criar suas estratégias de resolução de problemas, nesse momento a intervenção do professor é indispensável na condução do processo de construção de significados, cabendo a ele conduzir o processo de tal forma que a criança consiga relacionar as atividades propostas e com elas possa construir significados, favorecendo a aprendizagem e o desenvolvimento mental. O professor não deve dar respostas, mas sim possibilitar discussões que levem a criança a construir seu processo de resolução. De acordo com D'Amore (1997, p.173) durante a atividade de resolução de problemas pode-se observar alguns requisitos importantes que facilitarão tal atividade ao aluno.

> Formulación (no necesariamente explícita) que lleva, de forma natural, a plantearse, más que a responder, preguntas Contexto: 'todo lo que en el texto se expresa de forma explícita o implícita, con el fin de encuadrar el problema, y que proporciona las distintas informaciones necesarias para resolverlo'; por tanto: datos pero también preguntas (inventadas, culturales,...) que el contexto trae in mente".
>
> " Soluciones: una, varias, incluso ninguna; este último punto es importante: mostrar que no hay solución; es una solución; aquí se pasa de la búsqueda de soluciones a la presentación de la o de las soluciones".
>
> " Métodos de resolución, que sean lo más amplios y diferenciados posible.

Existem alguns fatores que podem influenciar ou dificultar a resolução de problemas. A deficiência lógico-matemática, que a criança apresenta nesse estágio, a descontextualização do conteúdo trabalhado, incompreensão da linguagem do professor ou falta de interação podem ser causadores dessas possíveis dificuldades. Por exemplo, quando o professor apresenta o seguinte problema: “Em uma caixa de refrigerantes existem doze latas. Quantas latas há em cinco caixas”? Se o aluno ainda não domina a multiplicação como uma soma de parcelas iguais, perguntará se a conta é de somar ou multiplicar. Tal indagação deixa claro que essa criança ainda não se desprendeu definitivamente do objeto material, ou seja, não superou a primeira fase, apresentando a necessidade de visualização ou manipulação de tais quantidades. Essa fase, portanto, desempenha papel importante no desenvolvimento do pensamento da criança até que ela consiga atingir a formação de conceitos. De acordo com Piaget (1978, p.XVI)

> As atividades de representação (o jogo, o desenho e sobretudo a linguagem) têm três conseqüências essenciais para o desenvolvimento mental: início da socialização da ação; interiorização da palavra, isto é, aparição do pensamento propriamente dito, que já tem como suporte a linguagem interior e um sistema de signos; e, sobretudo, interiorização da ação como tal, que passa do plano perceptivo e motor para se reconstituir no plano das imagens e das experiências mentais. Os primeiros esquemas verbais constituem uma continuação dos esquemas sensório motores, transpostos para um plano superior implicando portanto uma modificação qualitativa na estrutura.

O domínio da linguagem específica da matemática proporciona à criança a utilização de uma linguagem com signos-símbolo que ainda não lhe eram de domínio. Não se pode negar ao aluno o acesso a tal linguagem formal, no entanto, deve sempre estar conectada a situações do cotidiano. Essa concepção de valorização cultural do aluno é importante na construção de significados e representações construídas individual ou coletivamente de geração em geração. A valorização do contexto do aluno e sua inserção no mundo por meio dos conhecimentos formais elaborados historicamente e socializados, principalmente, por intermédio da escola bem como suas relações com o mundo em que vive.

Para a matemática a superação da primeira fase representa ter acesso a uma nova forma de representar:

> A transição das operações concretas para as formais assinala uma mudança fundamental na atitude da criança em relação à solução de problemas. As operações concretas lidam diretamente com objetos, mas as operações formais ampliam os sistemas concretos para incluir idéias de combinação e possibilidades, em virtude de a criança ter tomado consciência da interdependência de variáveis tais como peso, velocidade e tempo, as quais eram previamente consideradas de forma isolada. A criança tendo formado estruturas concretas distintas, separadas e individualizadas, co-

> meça, uma vez percebida a sua interdependência, a uni-las de várias maneiras, e é a estrutura integrada do pensamento formal que o torna incomparável (TURNER, 1976, pág.32)

Com isso a introdução dos símbolos matemáticos, nesta fase, torna-se muito importante para mostrar à criança que existem diferentes linguagens de se representar uma mesma situação-problema, proporcionando o estabelecimento de relações entre a língua materna e as representações matemáticas, levando a criança à possibilidade de escolha entre uma linguagem e outra. Esse processo de construção de significados e diferentes formas de representações simbólicas podem se tornar facilitadores do processo de formação de conceitos. Vygotsky (1989, pág. 102) afirma que :

> Cada assunto tratado na escola tem a sua própria relação específica com o curso do desenvolvimento da criança, relação essa que varia à medida que a criança vai de um estágio para outro. Isso leva-nos diretamente a reexaminar o problema da disciplina formal, isto é, a importância da cada assunto em particular do ponto de vista do desenvolvimento mental global.

Como exemplo podemos citar a introdução da álgebra no contexto da matemática que marca o início da introdução da linguagem formal da matemática no currículo escolar fazendo com que a criança passe a representar situações problemas por meio de símbolos, proporcionando assim o seu acesso a uma nova linguagem, a linguagem da matemática algébrica. No entanto, não podemos esquecer que a linguagem algébrica constitui-se de uma linguagem também arbitrária que depende da interação e criação de significados para o seu uso. Bruner (1997, p.66)

> o significado *simbólico* depende então de alguma forma crítica, da capacidade humana de interiorizar tal linguagem e utilizar seu *sistema* de sinais com um interpretante nesse momento relacionando em que uma parte representa outra.

Uma das formas de criar significados para a linguagem algébrica é criar situações na própria sala de aula na qual pode-se utilizá-la como alternativa a convenção de símbolos para a representação e posterior solução de diferentes problemas. Exemplo: uma das curiosidades dos alunos é saber a idade do professor e, geralmente, as crianças perguntam para o professor qual a sua idade. Esse é um dos momentos no qual o professor pode aproveitar e transformá-lo em um problema para que seja resolvido em sala de aula, enunciado-o da seguinte forma: a minha idade é correspondente a um número que, se somarmos a ele oito anos, obteremos quarenta e três. Quantos anos eu tenho? Entre as possíveis formas de resolução do problema, provavelmente, eles resolverão sem a utilização de letras. Após discutir a resolução apresentada pelos alunos, o professor pode aproveitar o momento e resolver formalmente, utilizando-se de uma equação algébrica, com símbolos matemáticos convencionados juntamente com os alunos. Pode-se sugerir que a idade será representada pela letra *i*, pela letra *x* ou qualquer outra representação convencionada e em seguida transcrevendo o problema algebricamente da seguinte forma: $i + 8 = 43$ ou $x + 8 = 43$. Nesse momento, o professor estará construindo um dos possíveis significados para o x, ou i. Esse universo de representações pode ser ampliado com inúmeras situações em sala de aula com preços de lanches, brinquedos, diferença entre as idades com seus colegas e outras inúmeras situações. Mesmo realizando essas atividades com as crianças, desde cedo, ainda não se pode garantir que elas dominem completamente todas as operações, ter esse entendimento de acordo com Vygotsky (1989, p.102) significa modificar

> a visão tradicional, segundo a qual, no momento que a criança assimila o significado de uma palavra, ou domina uma operação tal como a adição ou a linguagem escrita, seus processos de desenvolvimento estão basicamente completos. Na verdade naquele momento apenas começaram. A maior conseqüência de se analisar o processo educacional desta maneira, é mostrar que, por exemplo, o domínio inicial das quatro operações aritméticas fornece a base para o desenvolvimento subseqüente de vários processos internos altamente complexos no pensamento das crianças.

Porém, se esta mesma equação $x + 8 = 43$, representada, algebricamente, aparecer sem nenhuma ligação com fatos práticos da vida da criança, ela deixará de ter um significado para apenas representar relações entre sinais, uma vez que para se construir uma linguagem a criança precisa fazer uso dela no seu cotidiano. A construção de significados em interfaces com escola e cultura tomam agora novos rumos e desafios. Para (Piaget, 1976, p. 156)

> Por mais diverso que sejam os fins perseguidos pela ação e pelo pensamento (modificar os objetos inanimados, os vivos e a si próprio, ou simplesmente compreendê-los, o sujeito procura evitar a incoerência e tende pois, sempre na direção de certas formas de equilíbrio, mas sem jamais atingi-las, senão às vezes a título de etapas

> provisórias: mesmo no que concerne às estruturas lógico-matemáticas cujo fechamento assegura a estabilidade local, este acabamento se abre, constantemente, sobre novos problemas devido às operações virtuais que ele torna possível construir sobre os procedentes. A ciência mais elaborada permanece, assim, num vir-a- ser contínuo e, em todos os domínios, o desequilíbrio desempenha papel funcional de primeira importância enquanto necessita-se de reequilibrações.

No entanto, se o professor utilizar de diferentes representações para a resolução de problemas advindos do contexto da criança, então cria-se a possibilidade de elas estabelecerem possíveis relações com outros problemas que lhes forem apresentados, passando a utilizar, na maioria das vezes, tais representações sem nenhuma dificuldade. Precisa-se entender que a criança durante o seu desenvolvimento

> Parte , na verdade, de um estado puramente individual – o dos primeiros meses de existência, durante os quais nenhuma troca com outrem é possível- para chegar a uma socialização progressiva e que nunca termina, Ela não conhece, no ponto de partida, nem regras nem sinais e deve, através de uma adaptação, gradual, feita pela assimilação dos outros a si e da própria acomodação a outrem, conquistar essas duas propriedades essenciais da sociedade exterior: a compreensão mútua baseada na palavra, e a disciplina comum baseada nas normas de reciprocidade (PIAGET, 1998, p.178).

Por outro lado em relação à matemática, de acordo com Godino (1999, p. 67)

> Bien entendido que la actividad matemática no se limita a puros actos formales em el vacío, sino que como toda actividad intelectual es una actividad humana em un contexto cultural que se ve afectada por la interacción con otras personas, por la propia historia individual, por el hecho de producirse en un organismo vivo y que depende de gran variedad de variables: afectivas, lingüísticas y ambientales.

Torna-se necessário o acesso à matemática, por se tratar de uma ciência dedutiva, o conhecimento de uma linguagem simbólica convencional cujas regras sejam preferencialmente discutidas em sala de aula durante o processo ensino-aprendizagem, afim de torná-la devidamente significativa para a criança, utilizando-se de exemplos contextualizados. Caso contrário, se o professor , nessa fase utilize apenas a linguagem de a matemática formal, corre-se o risco da matemática, para esses educandos, tornar-se absolutamente vazia e sem sentido, porque opera apenas com relações entre sinais matemáticos e não com sinais das relações sociais, culturais da vida diária. O entendimento da matemática se dá por meio de conexões com a vida, segundo Smole (1996, p. 68), implica em:

> relacionar as idéias matemáticas à realidade de forma a deixar clara e explícita sua participação, presença e utilização nos vários campos da atuação humana, valorizando, assim, o uso social e cultural da matemática.

A intervenção do professor no sentido de tornar a matemática significativa durante o processo ensino e aprendizagem nessa fase é indispensável, pois a criança ainda não consegue fazer generalizações, uma vez que não atingiu a fase do pensamento formal. Os anos escolares são importantes para o aprendizado das operações, principalmente na fase dos sete aos doze anos. Assim o envolvimento do educando durante o processo de ensino aprendizagem concebe a matemática como integrante de sua vida.

> Um sujeito certamente nunca é perturbado pelo que ignora completamente, e jamais será a necessidade de uma compensação geral relativa à imensa esfera de materiais desconhecidas que nos irá impulsionar a empreender construções intelectuais. (PIAGET. 1976, p.155)

Essa necessidade descrita pretende levar a criança a buscar uma nova forma de observar o mundo e suas relações com ele. A busca pela superação da fase dos conflitos faz com que a criança consiga desligar-se definitivamente do objeto que está sendo analisado e extraia dele um signo correspondente para saber utilizá-lo em qualquer situação de sua vida. Essa necessidade de avançar para atingir a generalização passa por uma série de transformações dos esquemas mentais, dos processos de recriar, e representar porque necessitam da formação de novas estruturas mentais que estarão completamente prontas na terceiridade segundo Peirce, ou no estágio de desenvolvimento das operações formais, segundo Piaget.

No estágio referente à segundidade Peirciana ou operações concretas de Piaget, a criança encontra-se no momento de maior criatividade de sua vida, porque esse período apresenta

> progressos consideráveis no duplo sentido das coordenações internas do sujeito, logo, das futuras estruturas operatórias ou lógico-matemáticas, e coordenações externas entre objetos, logo, causalidade no sentido amplo com suas estruturações espaciais e cinemáticas. Em primeiro lugar, com efeito, o sujeito torna-se rapidamente capaz de inferências elementares, de classificações em configurações espaciais, de correspondências, etc. em segundo lugar, a partir do aparecimento precoce dos “por quê?” assiste-se a um início de explicações causais. Há pois um conjunto de novidades essenciais em relação ao período sensório-motor e não se poderiam tornar responsáveis Por elas apenas as transmissões verbais, porque os surdos-mudos, embora em retardo em relação aos normais à falta de incitações coletivas suficientes, delas não apresentam menos estruturações cognitivas análogas às dos normais: trata-se

> pois de uma função semiótica em geral, proveniente do progresso da imitação(conduta sensório-motora mais próxima da representação, mas em atos), e não à linguagem apenas se deve atribuir este giro fundamental na elaboração dos instrumentos de conhecimento. Em outro termos, a passagem das condutas sensório-motoras às ações conceptualizadas não se deve apenas à vida social, mas também ao progresso da inteligência pré-verbal em seu conjunto e à interiorização da imitação em representações. Sem esses fatores prévios em parte endógenos, nem a aquisição da linguagem nem as transmissões e interações sociais seriam possíveis, pois que constituem delas uma das condições necessárias (PIAGET, 1978, p.12-13)

O processo de ensino aprendizagem desenvolvido pela escola deve representar a mediação pela qual a criança avança em seu desenvolvimento intelectual, respeitando sempre seus níveis reais de desenvolvimento, servindo-lhe de impulso para atingir as funções superiores de terceiridade.

> Essa diferenciação entre um momento e outro do desenvolvimento só é possível porque as equilibrações sucessivas, que permitem a passagem de um estágio a outro e marcam a mobilidade das estruturas, são acompanhados de determinadas funções constantes, que garantem a continuidade entre um estágio e outro, Piaget designa essas funções (entre as quais incluem-se a compreensão e a explicação) pela expressão "invariantes", afirmando, contudo, que seu nível pode variar em função do grau de organização das estruturas. (PIAGET, 1978, p.XVI)

1.1.3 TERCEIRIDADE DE PEIRCE

Nesta fase do desenvolvimento do pensamento humano, o indivíduo é capaz de lidar apenas com símbolos vazios de conteúdos e todo o processo anterior até então serviu para preparar a mente para atingir este estágio. É a tomada de consciência em todos os seus atos, como ser pensante. Este estágio é alcançado, na maioria das vezes, no início e durante a adolescência, no qual de acordo com Piaget (1978, p.27)

> Com as estruturas operatórias "formais" que começam a se constituir por volta dos 11 a 12 anos, chegamos à terceira grande fase do processo que leva as operações a se libertarem da duração, isto é, do contexto psicológico das ações do sujeito com aquelas que comportam dimensões causais além de suas propriedades implicadoras ou lógicas, para atingir finalmente esse aspecto extemporâneo que é peculiar das ligações lógico-matemáticas depuradas.

Dá-se o início então, de uma nova fase no desenvolvimento e formação do conceito, a fase das abstrações, das generalizações, da Máxima Peirciana: a terceiridade:

> Terceiridade é para mim apenas um sinônimo de representação; prefiro-o porque suas sugestões são menos estreitas. Pode-se agora dizer que um princípio geral operatório no mundo real tem natureza da Representação e Símbolo porque o seu modus operandi é o mesmo pelo qual as palavras produzem efeitos físicos. Ninguém vai negar que as palavras façam isso.(....) Como símbolos, sua ação é meramente lógica. Não é sequer psicológica. Consiste num símbolo justificar outro símbolo (PEIRCE, 1980, pág. 31).

Quando for atingido o estágio de desenvolvimento no qual os jovens são capazes de operar apenas com símbolos dentro de uma estruturação lógico-formal, ou seja, símbolo ligado a símbolo, sem a necessidade de lidar com objetos materiais, diz-se que a mente atingiu o mais alto grau de cientificidade, ou seja, o auge na formação do conceito.

> É este poder de formar operações sobre operações que permite ao conhecimento ultrapassar o real e que lhe abre a via indefinida dos possíveis por meio da combinatória, libertando-se então das elaborações por aproximações às quais permanecem submetidas às operações concretas (PIAGET, 1978, p.27).

Para a matemática, esse estágio representa a estruturação lógico-algébrica das operações formais, em que as operações acontecem entre si, símbolo conectado a símbolo, porém não se pode negar que este estágio de desenvolvimento é igualmente atingido a partir do anterior.

> Com efeito, a primeira característica das operações formais é a de poder cair sobre hipóteses e não mais apenas sobre os objetos: é esta novidade fundamental da qual todos os estudiosos do assunto notaram o aparecimento perto dos 11 anos. Ela porém implica uma segunda, não menos essencial: como as hipóteses não são objetos, são proposições, e seu conteúdo consiste em operações intraproposicionais de classes, relações, etc., do que se poderia oferecer a verificação direta;, o mesmo se pode dizer das conseqüências tiradas delas pela via inferencial; por outro lado, a operação dedutiva que leva das hipóteses às suas conclusões não efetuadas sobre operações. (PIAGET, 1978, p. 27)

No entanto, não se pode desprezar a importância da primeiridade e da segundidade na construção do significado, para se chegar à terceiridade, ou seja, à formação do conceito.

> Se esse primeiro degrau é pois o das operações aplicadas ao objeto e garante entre outras coisas a indução das leis físicas elementares, o segundo degrau será o da própria explicação causal, isto é, das operações atribuídas aos objetos. Neste sentido observa-se que no presente nível o mesmo progresso maciço no domínio da causalidade que no das operações lógico-matemáticas. Ao papel geral do possível neste último terreno corresponde no plano físico o do virtual, permitindo compreender que as forças continuam a intervir num estado imóvel, ou que em um sistema de diversas forças cada uma conserva sua ação, ao mesmo tempo a compondo com as demais, a esses conceitos que ultrapassam as fronteiras do observável se liga até a noção de

> transmissões puramente ‘internas’ sem deslocamento molar dos intermediários (PIAGET, 1978, p.29)

Se o educador conhecer e respeitar esses estágios de desenvolvimento, participar da superação de cada um estará também integrado na construção da trajetória da vida do educando, proporcionando o desenvolvimento da matemática interligada com a vida e com relações que ajudam a formar um ser humano realmente semiótico. Ser humano esse capaz de fazer as mais diferentes leituras do mundo em que vive, de analisá-lo sob os mais diferentes aspectos integrados em sua cultura, bem como fazer inferências sobre ele e chegar às suas próprias conclusões. A rede de significados compartilhados culturalmente proporcionam ao ser humano o desenvolvimento da espécie nos mais diferentes aspectos. Porém Bruner (1997, p.22) afirma que:

> nós fomos lentos em captar plenamente o que o surgimento da cultura significou para a adaptação e para o funcionamento humanos. Ela não deveu apenas o maior tamanho e poder do cérebro humano, nem apenas à postura bípede, com a conseqüente liberação das mãos.estes foram meramente passos morfológicos da evolução que não teriam importância sem o surgimento concorrente de sistemas simbólicos compartilhados, de modos tradicionais de viver e trabalhar em conjunto, em suma da cultura humana.

Charles Peirce em suas conclusões sobre essa categoria de pensamento afirma:

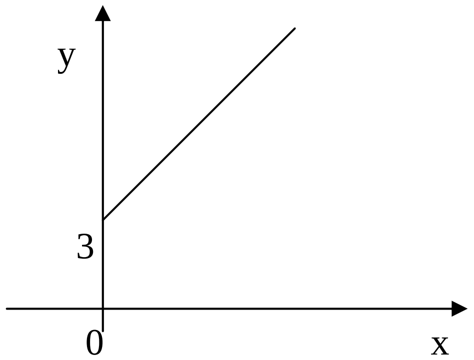
> Objeta-se que não pode existir consciência imediata da generalidade, garanto que sim. Que não se pode ter experiência imediata da generalidade, também garanto. A generalidade, a Terceiridade, brotam em nós dos juízos perceptivos, e todo raciocínio em cada um de seus degraus, na medida em que depende de raciocínio necessário, isto é, matemático, gira em torno da percepção de generalidade e continuidade (PEIRCE, 1980, p.42)

Durante o processo de desenvolvimento do ser humano objetiva-se a formação de um cidadão consciente, livre, autônomo que vê o mundo de forma semiotizada, entrelaçada por relações. Assim, não se pode dispensar as impressões do mundo (primeiridade) e sim construir significações, (segundidade), para podermos finalmente generalizá-las (terceiridade). Segundo Turner (1976, p.32):

> A criança está agora apta a distinguir e ordenar as combinações possíveis de unidades de dados, pelo que, se tiver quatro variáveis, poderá gerar as dezesseis combinações possíveis. A pessoa formalmente operacional também pode considerar possíveis mundos tanto quanto o mundo real diante dela, e, por conseguinte, pensar hipoteticamente.
>
> Com o surgimento do pensamento formal, está completo o longo processo de desenvolvimento cognitivo, mas não devemos supor que todos os adultos chegam ao pensamento formal ou que a totalidade do pensamento de um adulto é sempre formal.

A pluralidade dos diferentes sistemas de representações presentes no cotidiano dos educandos ou inseridos no contexto do processo ensino-aprendizagem são atividades que favorecem o seu desenvolvimento cognitivo, possibilitando a formação de conceitos e, conseqüentemente, a generalização. Duval (1993) observa que o desenvolvimento das representações mentais dependem da interiorização das representações semióticas, uma vez que estas operam algumas funções cognitivas essenciais como por exemplo o tratamento lógico-matemático, lingüístico, científico, filosófico e outros. Na matemática pode-se, por exemplo, apresentar problemas e propor sua representação em diferentes sistemas simbólicos.

Como exemplo pode-se citar um problema matemático relacionado com o estudo das funções, enunciado na linguagem natural da seguinte forma: O preço de uma corrida de táxi é composto de duas partes: uma parte fixa correspondente à bandeirada no valor de R$ 3,00 e uma parte que varia de acordo com o número de quilômetros rodados que corresponde a R$ 0,60. Esse mesmo problema pode ser apresentado na linguagem algébrica formal da seguinte forma: $y = 0{,}60\,x + 3$, em que x convencionalmente, corresponde ao número de quilômetros rodados, e y, ao preço pago, em reais, pela corrida em função do número de quilômetros rodados. Poder-se-ia ainda apresentá-lo apenas utilizando a linguagem gráfica, utilizando o plano cartesiano, em que o eixo vertical y representa o preço pago pela corrida de acordo com o número de quilômetros rodados e o eixo horizontal x representa o número de quilômetros rodados, ficando assim representado:



Finalmente também pode apresentar-se em forma de uma tabela de dados, conforme segue:

X (km rodados)	Y (preço pago)
0	3
1	3,6
2	4,2
3	4,8
4	5,4

Promover a formação de um cidadão consciente, capaz de compreender a pluralidade dos sistemas de representação é um dos objetivos da matemática, segundo D'Ambrósio (1998, p.25) que afirma:

> a responsabilidade dos educadores de matemática com relação ao futuro é central e precisamos entender nosso papel nessa rede complexa de responsabilidades divididas. Assim é como vemos a estrutura certa para discutir um sistema para propor uma matemática mais salutar e progressista nas escolas.

Propor atividades que envolvem os diferentes registros de representação semiótica e suas possíveis conversões de um mesmo problema tornou-se importante durante o processo de ensino-aprendizagem da matemática possibilitando ao aluno a construção de relações entre esses sistemas e conseqüentemente construir seus significados. Esse processo de conversão de um sistema para outro possibilita ao educando criar adoção de diferentes estratégias na resolução e representação de problemas.

> Tornar-se consciente de uma operação mental significa transferi-la do plano da ação para o plano da linguagem, isto é, recriá-la na imaginação de modo que possa ser expressa em palavras. Essa transformação não é nem rápida nem suave. A lei afirma que o domínio de uma operação no plano superior do pensamento verbal apresenta as mesmas dificuldades que o domínio anterior dessa operação no plano da ação (VYGOTSKy, 1993,p.76)

Sobre o processo de formação do conceito, nos estágios de desenvolvimento, Piaget (1978, p.30) afirma que:

> o dúplice movimento de interiorização e de exteriorização que começa desde o nascimento vem garantir este acordo paradoxal de um pensamento que se liberta enfim da ação material e de um universo que engloba esta última mas a ultrapassa de todas as partes. Não há dúvida de que a ciência nos colocou há muito diante dessas convergências surpreendentes entre a dedução da matemática e a experiência, mas é impressionante constatar que em níveis bem inferiores do das técnicas formalizantes e experimentais uma inteligência ainda muito qualitativa e mal aberta ao cálculo chegue a correspondências análogas entre essas tentativas de abstração e seus esforço de observação embora pouco metódicos. É sobretudo instrutivo constatar que esse acordo é fruto de longas séries correlativas de construções novas e não predeterminadas, partindo de um estado de confusão indiferenciada de onde aos poucos se destacam as operações do sujeito e a causalidade do objeto.

É papel da escola ser coadjuvante no processo de desenvolvimento do aluno, inserindo-o nos diferentes sistemas de representação por meio dos quais ele seja capaz de realizar as conversões necessárias desses sistemas de representação de acordo com suas necessidades. Preparar o aluno para fazer diferentes leituras do mundo é libertá-lo do viver apenas atrelado ao contexto em que vive. Bruner (2001, p.16), afirma:

> A evolução da mente do hominídeo está ligada ao desenvolvimento de uma forma de vida onde a "realidade" é representada por um simbolismo compartilhado por membros de uma comunidade cultural na qual uma forma técnico-social de vida é organizada e interpretada em termos desse simbolismo. Este modo simbólico não é apenas compartilhado por uma comunidade, mas conservada, elaborado e transmitido a gerações sucessivas que, devido a esta transmissão, continuam a manter a identidade da cultura e o modo de vida.

Atingir o terceiro estágio de desenvolvimento, ou seja, o estágio do pensamento formal, significa estar preparado para interpretar e estabelecer relações entre as diferentes representações semióticas, fazer inferências, levantar hipóteses, tirar conclusões, criar novas situações a partir das existentes, resolver problemas propostos utilizando seus conhecimentos. Dentro das diferentes teorias da cognição pode-se considerar que o fenômeno da aprendizagem se dá principalmente pela maturação como característica individual, pela interação entre indivíduos e que a necessidade dessa interação faz com que a criança compreenda as diferenças no mundo em que vive, bem como procure desvendar e entender o seu contexto.

> De um modo geral, toda evolução biológica e com ela a das funções cognitivas, que delas procede, de início dominada pelas permanentes necessidades de um equilíbrio entre o organismo e o meio exterior (ou entre o sujeito e os objetos), caracteriza-se

> por uma crescente autonomia, logo por uma equilibração cada vez mais interiorizada e, a esse respeito, a substituição dos processos exógenos por mecanismos endógenos (PIAGET, 1976, p.175)

CAPÍTULO SEGUNDO

ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

Neste capítulo tratar-se-á dos resultados obtidos no desenvolvimento das atividades aplicadas em sala de aula durante o ano letivo de 2002 com um grupo de 34 alunos da primeira série A do colégio Dehon Tubarão – SC.

Para a aplicação das atividades houve primeiramente a consulta e pedido de autorização para a direção do Colégio Dehon para a realização da pesquisa com os alunos. Após autorização pela direção, em sala de aula, foi conversado com os alunos sobre a possibilidade da realização das atividades com eles. Após a explicação dos objetivos e da intenção da pesquisa, eles concordaram em serem os sujeitos desta pesquisa.

As atividades desenvolvidas em sala de aula num total de treze atividades distribuídas em seis blocos, estão relacionadas com as possíveis relações existentes entre os estágios de desenvolvimento e as representações semióticas no contexto do processo de ensino aprendizagem da disciplina matemática. Os dados aqui apresentados foram coletados pelo pesquisador a partir da aplicação das atividades em diferentes momentos em sala de aula.

O objeto matemático utilizado para análise está relacionado com o estudo das funções, aplicações e suas possíveis representações. Essa escolha se justifica uma vez que pertence ao currículo da primeira série do ensino médio do estabelecimento de ensino pesquisado.

Para a realização das atividades durante o ano letivo de 2002, buscou-se adequá-las nos diferentes momentos em sala de aula por meio da contextualização dos conteúdos a partir da problematização, buscando a significação e, a partir desta, a possibilidade das diferentes representações, ou seja, as diferentes formas de acesso ao estudo dos objetos das funções por meio das representações semióticas. Para isso, procurou-se construir juntamente com os alunos durante o processo de ensino aprendizagem na disciplina de matemática o conceito dos diferentes tipos de funções a partir de situações envolvendo seu contexto, a formalização da matemática e a capacidade dos alunos em realizar as possíveis conversões de um sistema de representação para outro.

Passa-se agora para a apresentação e análise dos dados coletados durante o ano letivo de 2002.

BLOCO 1

O bloco 1 é composto pela atividade 1 que foi aplicada aos alunos em 02/05/02 com os seguintes objetivos: a) observar a forma de escrita dos problemas na língua natural, observando os critérios: clareza de expressão e identificação das variáveis; b) identificar a forma de representação mais fácil no ponto de vista dos alunos.

Durante as aulas de introdução ao estudo das funções, houve discussão com os alunos sobre as diferentes formas de representação de problemas matemáticos envolvendo o estudo das funções. Após discussão com os alunos sobre as representações semióticas no contexto das funções, foi proposta a realização dessa atividade. Essa atividade justifica-se dentro desta pesquisa, pois, aborda num primeiro momento a forma de expressão de um problema matemático no contexto do estudo das funções, pelos alunos da primeira série do ensino médio, bem como outra forma de representação considerada por eles como a mais fácil.

A atividade 1 (anexo 02, p. 93) foi apresentada aos alunos da seguinte forma: *Redija um problema que envolva o conteúdo de relação ou função e represente o problema que você escreveu num outro sistema de representação estudado e que você considera o mais fácil*.

Os resultados obtidos na aplicação dessa atividade estão representados em tabelas conforme os critérios: clareza de expressão, identificação das variáveis, representação considerada mais fácil no ponto de vista dos alunos.

Quanto ao critério clareza de expressão será adotado pelo pesquisador a pontuação de 0 até 100 pontos, sendo que as respostas que obtiverem até 70 pontos serão consideradas suficientes e abaixo de 70 pontos insuficientes. Dos 33 alunos que responderam essa atividade o resultados foi o seguinte:

CRITÉRIO	Número de alunos			
Clareza de Expressão	Suficiente	%	Insuficiente	%
	25	75,76	8	24,24

Com relação ao critério clareza de expressão, pode-se observar em percentual de 75,76% de alunos que formularam o problema numa linguagem clara, tornando possível o seu entendimento. Foram formulados problemas relacionados com os mais diferentes assuntos inclusive, muitos deles ainda não haviam aparecido nos exemplos em sala de aula , observando assim a relação e transferência do conhecimento de sala de aula para o cotidiano. Dentre os assuntos que os alunos formularam aparecem os problemas: consumo de combustível de um carro por quilômetro rodado, valor gasto no abastecimento de um carro em função do preço do litro do combustível, preço da cópia de xerox e valor gasto, preço de diferentes mercadorias no comércio, comida em quilo, vazamento de água de uma torneira por minuto, aluguel de um carro, valor do pedágio, crescimento de dívidas, multa pelo atraso de entrega do livro na biblioteca. Pode-se observar assim uma diversidade de situações que os alunos conseguiram relacionar com o estudo de sala de aula. Durante a realização dessa atividade observa-se a necessidade que o aluno apresenta em relacionar o seu contexto com a matemática buscando a significação. Como exemplos dessas situações apresentadas pelos alunos pode-se citar os problemas por eles redigidos quando solicitados a responderem a atividade 1. exemplo 1 “Numa fábrica de brinquedos o preço do boneco do Homem Aranha é 15 reais.Qual é a relação que existe entre o número de brinquedos comprados e o dinheiro gasto; represente o número de brinquedos por x e o valor gasto por y”. Exemplo 2: Márcia foi abastecer seu carro num posto e constatou que cada litro de gasolina custa R$ 1,84. Se convencionarmos por x o número de litros e por y o valor gasto para abastecer o carro. Pergunta-se: como podemos representar algebricamente o valor gasto em relação ao número de litros abastecidos”. Exemplo 3: Se eu for em uma locadora de vídeo e alugar fitas, sendo que cada fita custa 3 reais a diária. Se considerarmos x o número de fitas e y o valor gasto. Quanto y irei gastarem x fitas?” Exemplo 4: “Em um supermercado o preço do leite é de R$ 1,40. Qual a relação que existe entre o número de litros de leite consumido e o dinheiro gasto, sendo que x corresponde o número de litros de leite e y o dinheiro gasto”.

Sobre a importância dessa relação Piaget (1975, p.308) afirma:

> O processo fundamental que assinala, realmente, a passagem do equilíbrio sensório-motor para o equilíbrio representativo, consiste em que, no primeiro plano, a assimilação e a acomodação são sempre atuais, ao passo que , no segundo, assimilações e acomodações anteriores interferem com as presentes. O esquema sensório- motor já é, sem dúvida, ação do passado, à medida pela qual, digamos, esta é uma recordação evocativa, em oposição a um hábito. O próprio da representação, pelo contrário, é que as acomodações anteriores se conservam no presente a título de "significantes", e as assimilações anteriores, a título de significações, assim é que a imagem mental, prolongamento das acomodações anteriores, intervém na atividade tanto lúdica quanto conceptual á título de simbolizantes, ao passo que, graças a ela, e, naturalmente aos signos verbais e coletivos que ela duplica no pensamento individual, os dados atuais podem ser assimilados dos objetos não percebidos e simplesmente evocados, isto é, podem ser dados revestidos de significações fornecidas pelas assimilações anteriores.

No entanto, mesmo partindo da realidade dos alunos, observa-se que na realização dessa atividade 24,24% dos alunos, em relação ao critério clareza de expressão, ainda não conseguiram expressar claramente suas idéias tornando o problema por eles redigido sem o seu entendimento. Pode-se exemplificar esta situação conforme escrito pelos alunos. Estes problemas foram considerados insuficientes pelo pesquisador em relação ao critério estabelecido. Exemplo 1: "uma locadora de fitas de vídeo aluga fitas do seguinte modo: lançamento: R$ 3,00, fitas comuns: R$ 2,00. Qual a relação entre o número de fitas (x) e o valor gasto (y), como podemos representar graficamente essa relação". Essa atividade foi considerada pelo pesquisador como insuficiente quanto ao critério clareza de expressão porque o aluno não identificou se a relação trata do preço da fita de lançamento ou com o preço da fita comum e em seguida representa algebricamente apenas o preço da fita de lançamento, desconsiderando o valor da fita comum. Exemplo 2: Em um posto de gasolina, o preço da gasolina é R$ 1,74, em relação a esse dado, diga qual a relação que existe entre o preço da gasolina e o tanto de litros consumidos. Sabemos que vamos representar o tanto de litros consumidos por x e o valor gasto por y. Este problema foi considerado insuficiente porque pergunta qual a relação entre o preço e o tanto consumido e identifica como variáveis o consumo em litros e o valor gasto. Exemplo 3: "Considerando $y = f(x)$ e $f(x) = 2x + 3$, determine o valor de x quando f(x) é 0, 1, 2, 3". Já o problema acima não faz identificação das variáveis, nem especifica o que está representando. Exemplo 4: "Supondo que a mãe teve dois filhos, minha avó teve quatro filhos, minha bisavó teve oito filhos. Quantos filhos teve minha tataravó? Observa-se que neste problema não são identificadas variáveis, também não informa se mantém a mesma regularidade quanto ao número de filhos.

Ao analisar as respostas dos alunos durante a realização da atividade 1, observa-se que se trata de uma turma com características diferenciadas, com alunos com facilidade de escrita, interpretação e cálculo e outros com dificuldades em relação a estes aspectos. As dificuldades na escrita podem estar relacionadas com a não compreensão do conteúdo relacionado com o estudo das funções, representado aqui pela dificuldade na formulação de problemas na linguagem natural, pela não relação entre a matemática e o seu contexto, ou por não ter atingido o estágio de desenvolvimento mental exigido pela atividade proposta, de maneira que sua carência de representação não permita a realização de tal atividade. Essas dificuldades são discutidas por Piaget (1976, p.43)

> os motores essenciais do desenvolvimento cognitivo, sendo os equilíbrios externos (dificuldades de aplicações e de atribuições das operações aos objetos) e internos (dificuldades de composição), do mesmo modo que as reequilibrações que estes desequilíbrios acarretam, a equilibração é cedo ou tarde necessariamente majorante e constitui um processo de ultrapassagem tanto quanto de estabilização, reunindo de maneira indissociável as construções e as compensações no interior dos ciclos funcionais.

Durante a realização da atividade 1, mesmo após o professor combinar que deveriam escrever conforme eles haviam entendido, constantemente pediam para o professor ler o problema formulado por eles. O professor leu em voz baixa, mas não emitiu opinião sobre o problema formulado, solicitando que eles fizessem conforme haviam compreendido, sem a preocupação de estarem sendo avaliados, uma vez que o interesse do professor naquele momento, era analisar a compreensão deles na realização da atividade de maneira autônoma.

Analisa-se ainda essa atividade em relação ao objetivo de identificar e representar as variáveis envolvidas nos problemas propostos por eles. Quanto a esse item a ser analisado foi estabelecido pelo pesquisador como critério a pontuação de zero até cem, sendo considerado suficiente para o aluno que obteve acima de 70 pontos e insuficiente, abaixo de 70 pontos.

O resultado desse critério, representação das variáveis sob o ponto de vista dos alunos, apresenta-se na tabela abaixo proporcionando ao leitor uma melhor visualização dos resultados.

CRITÉRIO	Número de alunos			
Representação das variáveis	Suficiente	%	Insuficiente	%
	24	72,73	9	27,27

Com relação aos resultados obteve-se, em percentual, que 72,73 % das respostas dos alunos foram considerados suficientes e 27,27% foram considerados insuficientes. Pode citar alguns exemplos dados pelos alunos em relação a esse critério e que foram considerados insuficientes pelo pesquisador. Exemplo 1: “Supondo que a mãe teve dois filhos, minha avó teve quatro filhos, minha bisavó teve oito filhos. Quantos filhos teve minha tataravó?” em seguida o aluno apenas escreveu a fórmula $y = 2^{x-1}$ Pode-se observar claramente que este não conseguiu identificar as variáveis envolvidas no problema. Por outro lado, o aluno que não redigiu corretamente o problema do exemplo do consumo de gasolina considerado insuficiente dentro do critério estabelecido pelo pesquisador nesta atividade, identificou corretamente as variáveis envolvidas, conforme segue o exemplo 2: “Em um posto de gasolina, o preço da gasolina é R$ 1,74; em relação a esse dado, diga qual a relação que existe entre o preço da gasolina e o tanto de litros consumidos. Sabemos que vamos representar o tanto de litros consumidos por x e o valor gasto por y”. Exemplo 3: O preço da gasolina é 1,84 por litro e 0,5 centavos de gorjeta. Sendo que x será o preço da gasolina e y a quantidade de litros. Quanto irei pagar por 5 litros”. O mesmo aluno apresenta a solução do problema da seguinte forma:

0 litro = 1,84 x 0 + 0,5 = R$ 0,50

1 litro = 1,84 x 1 + 0,5 = R$ 1,89

2 litros = 1,84 x 2 + 0,5 = R$ 3,73

3 litros = 1,84 x 3 + 0,5 = R$ 5,57

4 litros = 1,84 x 4 + 0,5 = R$ 7,41

5 litros = 1,84 x 5 + 0,5 = 9,29

O aluno que citou o exemplo acima além de não identificar as variáveis também apresentou seus cálculos de maneira incorreta, somando R$ 0,50 como R$ 0,05. Outro problema considerado insuficiente quanto ao critério representação das variáveis foi o seguinte “ Em um restaurante o preço de uma pizza custa R$ 20,00, mas também é cobrado um valor extra do show que acontece todo dia o valor é de 3,00 reais nesse mesmo local. Qual a relação que existe entre uma pizza consumida e o valor do show com o dinheiro gasto pela pessoa, sabendo que x representa o gasto que a pessoa teve e y o valor pago”.

Estabelecendo uma relação entre ao objetivo anterior e o atual, conclui-se que os alunos que não formularam de maneira clara o seu problema também não conseguiram identificar suas variáveis. Tais dificuldades podem estar relacionadas com o não entendimento da atividade e do assunto abordado, bem como a não assimilação dos procedimentos necessários que devem ser adotados para resolução de problemas dessa natureza. Embora durante todo o desenvolvimento das aulas os procedimentos metodológicos adotados pelo professor partissem de situações ligadas ao contexto dos mesmos para a posterior representação. A incompreensão, nessa atividade manifesta-se em perguntas dos alunos como: como vou representar? Como fazer professora? O que devo fazer primeiro? Durante a realização dessa atividade alguns perguntavam para o professor se estavam certos, o professor solicitou que respondessem da forma que entenderam, os alunos também questionaram se poderiam mesmo representar da forma que escolheram. Alguns queriam que o professor escolhesse a letra para ele representar, outros consultavam o colega para que escolhessem o símbolo para eles e também qual a escolha feita por eles.

> O caráter abstrato dos estudos matemáticos surpreende o principiante nos primeiros contatos com o mundo das idéias e representações, desprovidos das particularidades das coisas materiais. Apesar de a matemática ser utilizada e estar presente na vida diária, exceto para quem já compartilha deste saber, as idéias e os procedimentos matemáticos parecem muito diferentes dos utilizados na experiência prática ou na vida diária (BICUDO,1999, p.162).

Na atividade 1 observa-se que a maioria conseguiu identificar as variáveis nos problemas redigidos por eles. O critério de escolha da variável ficou livre e cada um poderia decidir qual símbolo utilizar para representar as variáveis. Também durante a realização dessa atividade observam-se as primeiras conversões realizadas pelos alunos da linguagem natural para a linguagem algébrica ou formal da matemática, representação de variáveis por letras.

Em relação ao critério representar no sistema considerado o mais fácil, na ótica dos alunos, o resultado está explícito na tabela a seguir.

CRITÉRIO	Número de alunos
Sistema de representação considerado mais fácil	
Representação algébrica	24
Representação por diagramas	5
Tabela	5
Gráfico	4
Desenho	1
Não representou	5

Observa-se que o sistema de representação considerado pelos 33 alunos pesquisados como o mais fácil foi o sistema algébrico com 72,72 % de preferência, enquanto que 15,15% preferiram a representação por diagramas e tabela, a representação gráfica 12,12 % dos alunos, por desenho 3,03 % dos alunos e 15% não conseguiram representar em nenhum sistema de representação. Durante a realização dessa atividade houve alunos que representaram em mais de um sistema de representação obtendo-se assim o número de respostas superior ao número de alunos que responderam esta atividade. Para justificar tais respostas o professor questionou os alunos sobre o porquê escolheu representar em mais de um sistema. Os alunos responderam “todos são fáceis”, ficando difícil a escolha de apenas um. Em seguida questionam novamente o professor “mas está errado professora representar em mais de um que eu considero fácil?” A resposta do professor foi que não, pois se ele considerava todos fáceis poderia representar todos.

Nessa atividade, ficou explícito a interferência do professor na construção dos significados pelo aluno. Em sala de aula, ao abordar o tema funções e suas diferentes formas de representações, inicialmente o professor promove discussões e contextualização do assunto a ser abordado, nesse caso, o estudo de grandezas e o tratamento matemático que se pode dar a essas grandezas. Após formulação de diferentes problemas e identificação das variáveis envolvidas, o professor, utilizando-se do método indutivo, em sala de aula, primeiramente realizava a representação algébrica para posterior conversão em outros sistemas de representação. Também nessa atividade a maioria dos alunos, após escrever o problema e identificar as variáveis, utilizou o sistema algébrico para representar o problema proposto por eles com muita facilidade. Observou-se também que a maioria dos alunos realizou a conversão de um sistema para outro, inclusive alguns alunos que não conseguiram expressar-se corretamente na linguagem natural conseguiram representar o seu problema de maneira clara num outro sistema de representação. Pode-se explicitar essa situação utilizando-se dos seguintes exemplos: exemplo 1: “Em um posto de gasolina, o preço da gasolina é R$ 1,74, em relação a esse dado, diga qual a relação que existe entre o preço da gasolina e o tanto de litros consumidos. Sabemos que vamos representar o tanto de litros consumidos por x e o valor gasto por y”. exemplo 2: Dado A = {0,1,2,3} e B = { 1,2,3,4,5} encontramos R = { (x+y) e AXB/ y = x +1} e represente o conjunto domínio e imagem da relação. Exemplo 3: Em um restaurante o peso da comida é R$ 0,50. Se x corresponde o total gasto e y o valor por peso. Represente essa relação. $x \rightarrow y = 6{,}00x$”.Observa-se nos problemas citados certa confusão dos alunos em relação ao conceito de variáveis, além de anunciar uma situação e representar outra diferente.

Entre os alunos que tiveram dificuldade na realização dessa atividade estão os que não conseguiram resolver o item anterior, relacionado com a formulação do problema para posterior representação. Tais dificuldades podem estar relacionadas à maturação do indivíduo que, de acordo com Peirce, só é capaz de generalizar, estabelecer relações, abstrair, lidar apenas com símbolos quando encontra-se na terceiridade. Sabe-se também que alguns indivíduos não conseguem atingir tal estágio de desenvolvimento, apresentando dificuldades na realização de atividades, principalmente relacionados com a matemática, que exigem tal requisito.

> O saber matemático compreende o domínio do sistema de representação e também das regras que regem ações abstratas. A leitura (compreensão) de escritas matemáticas requer o conhecimento do sistema de notação. Sem este conhecimento, torna-se difícil ligar as expressões simbólicas com seus significados. tais características exigem do ensino medidas específicas para que as informações veiculadas nas aulas se transformem em conhecimento (BICUDO,1999, p.163)

Após a realização dessa atividade pelos alunos, que levaram em torno de trinta minutos para responder e entregar ao professor, foi realizado um momento de discussão em sala de aula com a finalidade de observar como os alunos avaliaram a atividade quanto ao grau de dificuldade e entendimento dela. Os alunos consideraram relativamente fácil, mesmo sem saber se a resposta dada por eles seria considerada suficiente ou não pelo professor. Tornou-se necessário e importante esse momento, porque os alunos estavam curiosos para saber se as respostas estavam ou não corretas, pois sabiam que tal atividade seria posteriormente analisada pelo professor em sua pesquisa. Observa-se que a maioria apresentou uma solução para a atividade com exceção de um aluno que não respondeu o sistema de representação considerado o mais fácil, assim os objetivos propostos para essa atividade foram atingidos.

BLOCO 2

As atividades 2, 3 e 4 (anexo 2, p.94) é chamada aqui de bloco 2 porque foram aplicadas no dia 14/05/02 em uma aula. O objetivo da aplicação desse bloco de atividade relaciona-se com a observação do processo de conversão dos sistemas de representação realizado pelos alunos. Nestas atividades foram envolvidos os seguintes sistemas de representação: linguagem natural, representação algébrica, por tabela e gráfica, bem como a conversão de um sistema para outro.

Atividade 2

A atividade 2 (anexo 2, p.94) tinha como objetivo identificar a realização da conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica. Para isso utilizou-se do seguinte problema: O salário mensal de um vendedor é composto por duas partes. Uma que é fixa no valor de R$ 300,00, mais uma que varia e corresponde à comissão no valor de R$ 2,00 por unidade vendida. Como podemos representar algebricamente o salário do funcionário em função do número de unidades vendidas?

Responderam essa atividade 32 alunos, cujas respostas estão dispostas na tabela abaixo relacionando alunos que realizaram corretamente a conversão e alunos que não realizaram a conversão. Nessa atividade o professor também deixou livre a escolha da representação da variável pelo aluno.

CRITÉRIO		Número de alunos
Realizaram a conversão	Y = 300 + 2 x	29
	S = 300 + 2 z	1
Não realizaram a conversão corretamente		2

Observa-se que a maioria dos alunos conseguiu realizar o processo de conversão da linguagem natural para a linguagem algébrica correspondente a 93,75 % dos alunos. Observa-se também nas respostas dos alunos a utilização de letras diferentes para representar o número de unidades vendidas e o salário recebido, demonstrando o entendimento dos alunos em relação a arbitrariedade utilizada na representação algébrica das variáveis de um problema. Porém, a maioria utilizou o x e o y da matemática formal. A importância da linguagem formal da matemática também foi um ponto de discussão entre professor e aluno, durante as aulas, referindo-se à matemática, enquanto ciência, que utiliza-se de uma linguagem universal. A importância dessa interação é indispensável ao desenvolvimento cognitivo do aluno, e conseqüentemente favorecendo a construção de seus significados.

> O desenvolvimento cognitivo, segundo Piaget, não é resultado nem do amadurecimento do organismo nem da influência do meio, isoladamente, e sim da interação dos dois. A própria palavra ‘interação’ chama atenção para o fato de o organismo ter uma relação ativa com o meio. As suas ações ou, melhor dito, as adaptações de suas ações aos objetos no meio, são o que se entende por cognição, a qual é, portanto, um processo dinâmico de interação (TURNER,1976,p..20).

Observa-se também que alguns alunos não conseguiram realizar a conversão da língua natural para a representação algébrica, correspondente a um percentual de 6,25 %. Estes alunos quando abordados pelo professor sobre o por que haviam representado por exemplo y = x + 2 um aluno respondeu “ porque a unidade vai depender do quanto vende”, demonstrando sua incompreensão em relação ao problema abordado, relacionado com o estudo das funções.

Observa-se que os alunos adotam estratégias diferenciadas de resolução, caracterizando assim a diversidade de resolução de um mesmo problema. Pode-se citar algumas destas estratégias, conforme segue: exemplo 1:

“quantidade de peças (x) ------------------------valor recebido (y)

0...................................300 + 2 . 0 = 300

1....................................300 + 2 . 1 = 302

2.....................................300 + 2 . 2 = 304

3.....................................300 + 2 . 3 = 306”

x...................................y = 300 + 2.x”

exemplo 2: “ y = salário total

x = unidades y = 300 + 2.x”

Observa-se que na tabela acima construída pelo aluno, não há a identificação das variáveis.

Atividade 3

Ao analisar a atividade de número 3 (anexo 2, p.94) que se apresenta relacionada com a atividade 2 e tem como objetivo verificar a conversão da linguagem natural e da linguagem algébrica na representação por tabela relacionando o salário recebido em função do número e unidades vendidas. Esta atividade foi apresentada aos alunos na seqüência da atividade 2 da seguinte forma: Com base no problema anterior construa uma tabela que relacione o valor de unidades vendidas e o valor do salário recebido no final do mês pelo empregado

Entre as respostas dos alunos consideradas insuficientes podemos citar: exemplo 1:

x	y
10	3020
20	6040
30	9060

Interessante observar que este aluno representou algebricamente como y = 300 + 2x.

Exemplo 2:

2	300 + 2 . 2 + R$ 304,00
4	300 + 4 . 2 = R$ 308
6	300 + 6 . 200 = R$ 312,00

O resultado final obtido durante o desenvolvimento dessa atividade está representado na tabela abaixo, sendo considerados apenas os critérios, representou de forma correta ou não representou de forma correta os dados em tabela. Dos 32 alunos que responderam a essa atividade o resultado foi o seguinte:

CRITÉRIO	Número de alunos
Representação correta	25
Representação incorreta	7

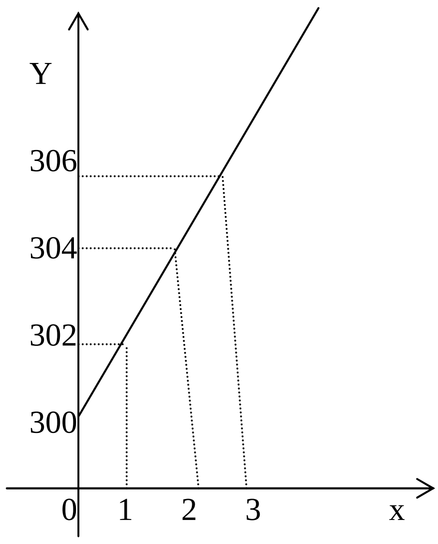
Observa-se de acordo com os resultados obtidos, que a maioria dos alunos realizou a atividade de conversão correta, mas com maior dificuldade que a atividade 2. Dos trinta e dois alunos que responderam a atividade, 21,88 % não conseguiram realizar a conversão da linguagem algébrica para a tabela, relacionando salário e unidades vendidas e 78,12 % realizaram corretamente a conversão. O tratamento matemático de um problema sobre diferentes registros de representações apresenta obstáculo para alguns alunos, pois estes ainda não manifestam características de reversibilidade exigida no desenvolvimento dessa atividade. Característica essa presente em adolescentes que se encontram no terceiro estágio de desenvolvimento. A passagem do segundo para o terceiro estágio de desenvolvimento referente ao pensamento formal assinala na criança, agora adolescente, a capacidade de lidar com diferentes possibilidades de registros. Porém, de acordo com Turner (1976, p.33) “com o surgimento do pensamento formal, está completo o longo processo de desenvolvimento cognitivo, mas não devemos supor que todos os adultos chegam ao pensamento formal ou que a totalidade do pensamento de um adulto é sempre formal”.

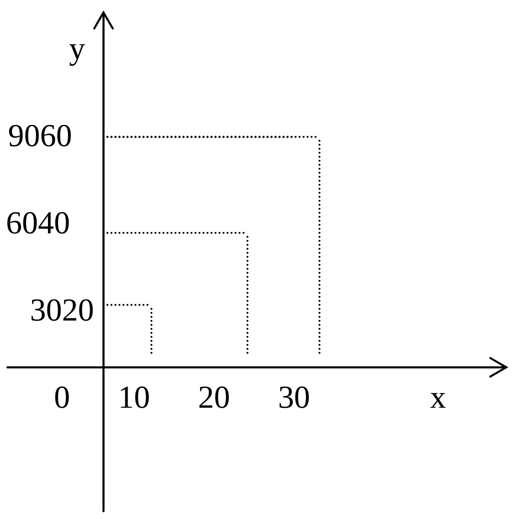
Assim, teoricamente, o adolescente está apto para lidar com possibilidades, combinações, abstrações, com diversos tipos de variáveis, mas nem todos atingem tal estágio de abstração requerido numa atividade que envolve conversão de sistema de representação. A carência conceptual observada pode manifestar-se em diferentes formas na sala de aula, como nesse caso especificamente, com a conversão incorreta da linguagem algébrica para a tabela.

Atividade 4

Na seqüência de atividade que compõe o bloco 2, a atividade de número 4 (anexo 2, p.94) tinha como objetivo verificar como os alunos representam graficamente uma função a partir da construção da tabela de dados. A atividade 4 foi apresentada aos alunos com o seguinte enunciado: “ Mostre graficamente (plano cartesiano) o salário do empregado em função do número de unidades vendidas”. Algumas respostas apresentadas pelos alunos e consideradas incorretas pelo pesquisador foram relacionadas com a representação da variável ‘número de unidades’ como variável contínua, outros desconsideraram a parte fixa ao construírem o gráfico. Alguns exemplos das representações dos alunos foram:

Exemplo 1





Os exemplos acima realizados pelos alunos encontram-se no anexo 3, (p.99) exemplo1, juntamente com outros exemplos das respostas dadas pelos alunos na realização da atividade 4.

Percebe-se também que o acerto da atividade 4 dependeu diretamente do acerto da atividades 2 e 3. Os resultados obtidos, quanto ao critério, representação gráfica, com a aplicação da atividade 4 podem ser melhor visualizados na tabela abaixo:

CRITÉRIO	Número de alunos
Representaram corretamente no gráfico	23
Não representaram corretamente no gráfico	9

Comparando-se as atividade de número três com a atividade de número 4 observa-se que os alunos que representaram incorretamente a atividade 2 e principalmente a atividade 3 também representaram incorretamente a atividade 4. Dos 32 alunos que responderam essa atividade 71,88 % representaram corretamente e 28,12 % representaram incorretamente. Entre os alunos que representaram corretamente observa-se também algumas representações com número de unidades maiores, utilizando uma escala diferente da utilizada comumente em sala de aula, como pode-se observar no anexo 3, exemplo 4.

A maior dificuldade encontrada na realização dessa atividade está relacionada com a diferenciação das variáveis contínuas e variáveis discretas, discutidas em sala de aula como aquela que pode ligar os pontos na representação em um gráfico e quando não pode ligar os pontos representados. As variáveis contínuas são possíveis na reta dos números reais. Neste caso, o maior índice de erro não foi da conversão da tabela para o gráfico, mas sim o traçar a reta ligando os pontos, tratando o número de unidades como variável contínua. Ao entregarem as atividades para o professor, os alunos foram questionados sobre o por quê ligaram os pontos na reta. As respostas foram “ nem pensei professora”, “porque muda o número de unidade mudam os valores”, “porque não pensei antes”.Observa-se nas respostas dadas pelos alunos que a questão relacionada com a continuidade ou não das variáveis não estava presente no momento da construção do gráfico.

Outro problema encontrado na realização da atividade 4 pelos alunos foi em relação ao início do gráfico a partir da origem, desconsiderando assim a parte fixa do salário que, neste caso, representa a quantidade recebida independentemente da venda ou não de unidades. Estes alunos que tiveram entendimento quando questionados pelo professor sobre quanto o vendedor recebe quando não vende nada a resposta foi “ nada, porque quando não vende nada não recebe nada”. Ainda para esse mesmo aluno o professor continua perguntando “e a parte fixa de trezentos reais”, o mesmo aluno responde “ se ele não vende nada recebe trezentos reais”. Outro aluno que também iniciou o gráfico a partir da origem quando questionado pelo professor quanto receberia se não vendesse nada ele respondeu “não ganha nada, porque o salário é fixo”, mostrando assim a não diferenciação na parte fixa do salário e a parte que sofre variação.

Na atividade 4, alguns erros cometidos pelos alunos está relacionado com a atividade 3, outros desconsideraram a parte fixa do salário e iniciaram a representação gráfica a partir da origem. No entanto, todos observaram a não existência do número de unidades negativas, nenhum dos participantes, por exemplo, representou a variável independente (número negativo de unidades). Nessas atividades que foram realizadas no mesmo dia houve conclusões de alguns alunos como “ é tudo a mesma coisa, né professora, só muda como a gente escreve”. Nesse momento observa-se que o aluno conseguiu abstrair o significado que um mesmo objeto matemático, no caso das funções, pode ser representado em diferentes sistemas de representação. Outros comentários “isso aí é muito fácil”, “ah! Eu não achei assim fácil”. Percebem-se assim as diferentes opiniões em relação ao tema discutido em sala de aula, relacionado com a matemática, bem como diferenças individuais em cada momento da aprendizagem:

> A compreensão dos saberes matemáticos expostos em aula e escritos, até mesmo em livro didático baseia-se em raciocínios cuja realização requer instrumentos cognitivos refinados. Entretanto a disponibilidades destes instrumentos é vista como condição para o estudo. Quem não dispuser de capacidade de abstração suficiente, para acompanhar as informações apresentadas pelo professor para fazer os exercícios, não consegue aprender (BICUDO, 1999, p.163).

BLOCO 3

Este bloco de atividades composto pelas atividade 5,6 e 7 (anexo 2, p.95) foi aplicado em dois de julho de dois mil e dois, cujos objetivos estão atrelados à verificação do processo de conversão realizado pelos alunos em sala de aula a partir de um problema proposto pela professora na forma de uma seqüência de quadrados. Cada atividade apresenta-se descrita a seguir.

Atividade 5 (anexo 2, p.95)

Essa atividade apresenta uma seqüência de quadrados de diferentes tamanhos com o seguinte enunciado: Observe a seqüência de quadrados, a área (y) desses quadrados é função do lado (x) desses mesmos quadrados. Sabe-se que a área do quadrado é função do lado. Represente algebricamente a área do quadrado como função do lado. O objetivo dessa atividade é verificar se os alunos realizam a conversão da linguagem de desenho ou figura para a linguagem algébrica. Esta atividade foi realizada por 34 alunos, cujas respostas estão representadas na tabela a seguir.

CRITÉRIO	Número de alunos
Realizaram corretamente a atividade	31
Não realizaram corretamente a atividade	2
Não responderam	1

A realização dessa atividade pelos alunos foi considerada muito simples. Analisando a resposta dos alunos que erraram a atividade 5, constata-se que o erro está relacionado com a não representação correta das variáveis uma vez que estas já estavam definidas pelo professor. Também utilizando-se a representação em percentual para os que não acertaram corresponde a 5,88 % e 2,94 % para os que não responderam. Tal erro pode ser observado nos exemplos 5 do anexo 3.

Com 91,18 % de acertos verifica-se que a maioria dos alunos compreenderam e realizaram a conversão solicitada na atividade 5, conforme anexo 3, exemplo 6.

Outro ponto importante a ser considerado, no bloco 3, é que o aluno que não respondeu a atividade 5 acertou a atividade 7, conforme anexo 3, exemplo 7.

Atividade 6 (anexo 2, p. 95)

A atividade 6 está incluída no bloco 3 proposta com o objetivo de observar a conversão da representação algébrica em tabela, relacionando a área em função do lado do quadrado enunciada da seguinte forma: Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona a área em função da medida dos lados. Foram 34 alunos que responderam a atividade 6, cuja avaliação das respostas pode ser melhor visualizada na tabela abaixo.

CRITÉRIO	Número de alunos
Realizaram corretamente a atividade	30
Não realizaram corretamente a atividade	4

Como a realização dessa atividade dependia diretamente da atividade 5, observa-se que o erro na atividade 5 implicou o erro da atividade 6, assim os alunos que não conseguiram realizar corretamente a atividade 5 também não conseguiram realizar a atividade 6, conforme anexo 3, exemplo 8. Percebe-se entre os alunos que erraram essa atividade a não diferenciação entre uma atividade e outra, bem como suas possíveis ligações, uma vez que estes poderiam ter construído a tabela a partir do enunciado da atividade 5, sem a utilização da expressão algébrica.

Este não entendimento e diferenciação geralmente são mais freqüentemente encontrados em alunos com idade inferior aos aqui pesquisados. O próprio Piaget afirma que nem todo indivíduo consegue atingir o terceiro estágio de desenvolvimento, o de pensamento formal, estágio este em que o indivíduo torna-se capaz de lidar apenas com símbolos e estabelecer relações entre um sistema de representação e outro.

> E a razão disso é que novamente desde o contacto com os problemas de fato, o pensamento formal parte de hipóteses, isto é, do possível, em vez de limitar-se a uma estruturação direta dos dados percebidos. Portanto o característico da lógica das proposições, não é apesar das aparências e da opinião corrente ser uma lógica verbal: é, antes de tudo, uma lógica de todas as combinações possíveis do pensamento, tanto no caso que tais combinações aparecem com problemas experimentais, quanto no caso que aparecem diante de problemas puramente verbais. Sem dúvida tais combinações se superpõe graças às hipóteses, `a simples leitura dos dados e supõe também o apoio verbal interior; mas não é esse apoio que constitui o motor efetivo das lógicas das proposições. Esse motor é o poder de combinar, graças ao qual ela insere o real no conjunto das hipótese possíveis, compatíveis com os dados. (PIAGET, 1976, p.190).

Teoricamente sim, os alunos que se encontram no estágio de pensamento formal deveriam estar aptos a lidar com diferentes formas de representação, mas como diariamente trabalha-se com alunos reais, advindos de diferentes contextos, constantemente percebe-se que entre as diferenças individuais observadas estão as relacionadas com a maturação.

> Para entender o que se passa na cabeça de um aluno em relação a uma disciplina, o professor precisa observar como ele interage com o objeto de estudo em oportunidades de manifestação de suas idéias e opiniões. A conduta dos estudantes na escola reveste-se de muitos aspectos, os aspectos cognitivos não são os únicos em jogo, os aspectos afetivos interferem neste processo. (BICUDO, 1999, p.164)

Atividade 7 (anexo 2, p.95)

Para finalizar o bloco de atividades propostas aos alunos, a atividade 7 foi apresentada com o seguinte enunciado: represente graficamente a área em função dos lados conforme tabela do problema anterior. O objetivo dessa atividade era observar a conversão realizada pelos alunos da tabela para a representação gráfica. A atividade 7 foi considerada pelos alunos a mais complexa do bloco. Observou-se que eles apresentaram maior dificuldade na realização dessa atividade, isto também se manifesta nos resultados obtidos conforme especificado na tabela abaixo.

CRITÉRIO	Número de alunos
Realizaram corretamente a atividade	24
Não realizaram corretamente a atividade	10

A maior incidência de erro foi em relação à representação correta dos pontos no plano cartesiano: traçando o gráfico como uma reta ou outras curvas não relacionadas ao problema que deveria ser uma semi-parábola.

Observa-se que 29,41 % dos alunos não conseguiram realizar a atividade corretamente, não conseguiram realizar a conversão da tabela para a representação gráfica, conforme anexo 3 exemplo 9. Outros 70,59 % realizaram corretamente a tarefa construindo o gráfico como uma variável contínua, e respeitando o domínio da função em questão como sendo os números reais não nulos, conforme anexo 3, exemplo 10. Nesta seqüência de atividades (5,6,7) realizadas em sala de aula, observou-se que a conversão da tabela para a representação gráfica representa o maior obstáculo para os alunos. Estes apresentam dificuldades em lidar com diferentes variáveis, no contexto da representação de gráficos e tabelas. Após a realização da atividade e entregue ao professor, este fez alguns questionamentos para a turma: Qual a atividade considerada mais difícil? A maioria respondeu que foi a terceira (atividade 7). Aparece a seguinte observação de um aluno “mais difícil, não professora, mais trabalhosa, pois eram todas iguais” “isso é muito fácil, nem precisa pensar muito, professora”. Nessa observação percebe-se que o aluno generalizou o problema apresentado e que apenas estava representado em diferentes sistemas de representação, exigindo do aluno o estabelecimento de relações abstratas.

> Neste caso em vez de o raciocínio se voltar para os dados inteiramente formulados, o sujeito é levado a propor seus problemas e a criar seus métodos pessoais. Percebemos , portanto, que o papel do pensamento formal não se reduz, de forma alguma, a traduzir em palavras ou em proposições o que poderia ter sido executado concretamente sem o seu recurso; ao contrário, é durante as manipulações experimentais que se afirma, no início do nível do pensamento formal, uma série de possibilidades operatórias novas, formadas por disjunções, implicações, e exclusões, etc., que intervém desde a organização da experiência e desde a leitura dos dados de fato, e se superpõe, neste terreno até o simples agrupamento de classes e de relações. (PIAGET, 1976, p.190).

No aspecto geral da seqüência de atividades 5, 6 e 7 que tinham como objetivos observar a conversão realizada pelos alunos após transcorrer um determinado tempo (cerca de dois meses) de ter desenvolvido o tema funções, representações e suas conversões. Considera-se que a maioria dos alunos construiu seus significados e que conseguiu lidar com possibilidades de representações de um mesmo objeto matemático estudado em sala de aula.

> Atividades que propiciem sua manifestação sobre os dados disponíveis e possíveis soluções para os problemas que desencadeiem suas atividades intelectuais. Nas situações voltadas para a construção do saber matemático, o aluno é solicitado a pensar-fazer inferências sobre o que observa, a formular hipóteses- não necessariamente a encontrar uma resposta correta. A efetiva participação dos alunos neste processo depende dos significados das situações propostas, dos vínculos entre elas e os conceitos que já dominam (BICUDO, 1999, p.165).

BLOCO 4

A seqüência de atividade 8, 9, 10 (anexo 2, p.96) que compõe o bloco 4 foi aplicada em dez de setembro de dois mil e dois, com os seguintes objetivos: verificar a conversão realizada pelos alunos envolvendo o estudo das funções exponenciais conforme especificação de cada atividade.

Atividade 8 (anexo 2, p.96)

A atividade 8 foi aplicada com o objetivo de verificar a conversão da linguagem natural e de desenho para representação algébrica, com o seguinte enunciado: O desenho abaixo representa a seqüência do processo de reprodução assexuada por cissiparidade ou bipartição de uma bactéria durante os primeiros minutos. O número de bactérias (representado por y) depende do tempo (representado por x), em minutos, de observação desse processo reprodutivo. Represente algebricamente esse processo.

Esta atividade foi respondida por 34 alunos cujo resultado das respostas obtidas aparecem na tabela a seguir.

CRITÉRIO	Número de alunos
Realizaram corretamente a atividade	32
Não realizaram corretamente a atividade	2

Este problema aborda o objeto funções, agora relacionando a matemática com outro campo de conhecimento, a biologia, mostrando também a utilização da matemática como ferramenta para facilitar o estudo em outras áreas do conhecimento.

Durante a realização dessa atividade alguns alunos fizeram os seguintes comentários “ neste ano a gente estuda tudo misturado professora, biologia, química, física e matemática”.

> Compreendendo que a matemática revela certos aspectos do mundo e que existem outras áreas de conhecimento que revelam outros aspectos, o professor de Matemática não pode olhá-la como isolada, como algo que existe por si, sem relação alguma com o homem, com o mundo humano e com aquilo que o homem conhece desse mundo. (BICUDO,1999, p.53)

Observou-se nessa atividade que os alunos mostraram-se mais seguros em relação à execução das atividades anteriores, conseguindo representar algebricamente o processo reprodutivo das bactérias, isto se revela no percentual de acerto dessa atividade correspondente a 94,12 % dos alunos. Algumas respostas dos alunos relacionadas a atividade 8 e avaliadas pelo pesquisador como corretas estão no anexo 3, exemplo 11.

Nesta atividade o professor deixou definido no problema a representação das variáveis. Como o professor orientou para que eles respondessem o que entenderam do problema sem a preocupação de nota, pois, não estariam colocando seus nomes, um aluno dirigiu-se ao professor falando “ professor eu não consigo representar, como fica?” O aluno foi orientado para deixar a atividade em branco, depois que os demais terminarem a atividade será resolvida coletivamente; agora é necessário que responda apenas o que realmente entendeu. Na realização da atividade 8 observou-se que apenas 5,88 % dos alunos não realizaram corretamente a atividade, as respostas estão no anexo 3, exemplo 12. O procedimento do professor de não auxiliar durante a realização das atividades justifica-se nesse momento para não interferir nas respostas dadas pelos alunos. Após a realização da atividade realizava-se o momento de discussão das atividade, inclusive discutindo os obstáculos apresentados na realização das atividades.

Atividade 9 (anexo 2, p.96)

A atividade 9 que compõe o quarto bloco de atividades realizadas em sala de aula e ligada diretamente à atividade 8 foi aplicada com o seguinte enunciado: Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona o número de bactérias em função do tempo em minutos de observação. Esta foi aplicada com o objetivo de verificar a conversão da representação algébrica para a tabela relacionando o tempo em minutos e identificado pelo professor com a letra x e o número de bactérias identificadas com a letra y.

Dos 34 alunos que responderam a atividade, o resultado foi obtido esta representado na tabela abaixo.

CRITÉRIO	Número de alunos	Em percentual
Realizaram corretamente a atividade	30	88,23
Não realizaram corretamente a atividade	4	11,77

Observou-se que os alunos que erraram atividade 8 também não conseguiram responder corretamente a atividade 9, mas além destes, mais dois alunos construíram a tabela incorretamente, um relacionando como o dobro e outro como o tempo ao quadrado, os demais erraram o cálculo da potência e não a função. Analisando os resultados em percentual observa-se que 88,23 % dos alunos completaram a atividade corretamente e 11,77 % erraram a atividade, alguns exemplos podem ser observados no anexo 3, exemplo 13.

Por meio de tal constatação conclui-se que a maioria dos alunos realizaram a conversão da representação algébrica para a tabela sem maiores dificuldades. No anexo 3, exemplo 14, encontram-se algumas respostas consideradas corretas pelo pesquisador.

Atividade 10 (Anexo 2, p.96)

A atividade 10 finaliza o bloco 4 de atividades, foi aplicada com o objetivo de observar a conversão da tabela para a representação gráfica, relacionando o número de bactérias em função do tempo, além disso também tem como objetivo observar a diferenciação realizada pelos alunos em relação a variáveis contínuas e variáveis discretas quanto à representação gráfica de uma função exponencial. A atividade 10 tem o seguinte enunciado: Represente graficamente (a tabela acima) que relaciona o número de bactérias em função do tempo.

Dos 34 alunos que realizaram essa atividade, o resultado apresenta-se na tabela abaixo facilitando sua visualização.

CRITÉRIO	Número de alunos	Em percentual
Realizaram corretamente a atividade	21	61,76
Não realizaram corretamente a atividade	13	38,24

Nesta atividade, devido ao envolvimento implícito da compreensão que envolve variáveis contínuas e variáveis discretas, observa-se um índice elevado de erros em relação as demais atividades realizadas, representado em percentuais equivale a 38,24 % dos alunos, destes 9 alunos erraram especificamente em traçar o gráfico, isto é, colocaram corretamente os pontos no gráfico e uniram estes pontos tratando o número de bactérias como variável contínua. Os demais alunos que erraram foram os mesmos que haviam errado a atividade número 9, pois a realização desta atividade dependia diretamente do acerto da atividade de número 9, conforme anexo 3, exemplo 15. Percebe-se assim a dificuldade do aluno em diferenciar os tipos de variáveis quanto à continuidade. Esta dificuldade esteve presente na realização da atividade manifestada no questionamento dos alunos como: “ pode traçar ou não, professora?” outros responderam imediatamente “não existe meia bactéria, assim não pode traçar”, “eu tracei, no exemplo, professora, matematicamente traça na prática ou não se traça?” O professor solicitou que eles respondessem as atividades de acordo com o entendimento de cada um. Ainda durante a realização dessa atividade, alguns alunos que freqüentam aulas extra-classe sobre o estudo das progressões geométrica e aritmética, estes relacionaram a reprodução das bactérias como sendo uma seqüência com as características de uma progressão geométrica. Esta atividade apresentou um índice de acertos correspondente ao percentual de 61,76 %, estes alunos realizaram corretamente toda a atividade, inclusive colocando os pontos no gráfico sem ligá-lo, mostrando a diferenciação entre variáveis contínuas e discretas, conforme anexo 3, exemplo 16.

Considera-se o aspecto geral da realização do conjunto de atividades que compõe o bloco 4 que trata da representação de um mesmo objeto matemático, relacionado ao estudo das funções, mais especificamente da função exponencial, em relação as diferentes representações utilizadas como: algébrica, por tabela, representação gráfica e na língua natural, no grupo de alunos pesquisados, observa-se que estes apresentaram maior dificuldade em relação a conversão da tabela para a representação gráfica. Finalizando a realização desse bloco de atividades, após o recolhimento das atividades pelo professor fez-se o momento de discussão das atividades aplicadas aos alunos. Observou-se assim que alguns alunos que ligaram os pontos ao representarem a função no gráfico, identificaram imediatamente o seu erro, mesmo sem o professor corrigir a atividade apenas com a discussão coletiva sobre os pontos que deveriam ser considerados durante a realização das atividades.

BLOCO 5

Esse bloco de atividades composto pelas atividades 11 e 12 (anexo 2,p.97) foi aplicado aos alunos em 14/11/02 após serem estudados os conteúdos relacionados com os diferentes funções, suas representações e respectivas conversões. Estas atividades têm como objetivo principal verificar a conversão realizada pelos alunos apenas em nível da matemática formal, pois eles já tiveram acesso às diferentes possibilidades de representação a partir dos diferentes problemas propostos no contexto de sala de aula durante o processo ensino-aprendizagem. Sabe-se, também, que, para realizar corretamente essa atividade, o aluno necessita dominar as representações das funções abstratamente, bem como diferenciar variáveis as variáveis envolvidas em cada caso. Neste exemplo, será utilizado o campo de definição, o conjunto dos números naturais, exigindo do aluno a diferenciação dos elementos pertencentes a esse conjunto.

Atividade 11 (anexo 2, p.97)

Essa atividade foi aplicada com o objetivo de verificar como o aluno realiza a conversão da representação algébrica para a representação gráfica dentro do conjunto dos números naturais. Esta foi apresentada aos alunos com o seguinte enunciado: Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$

Dos 33 alunos que realizaram a atividade 11, os resultados foram os seguintes:

CRITÉRIO	Número de alunos	Em percentual
Realizaram corretamente a atividade	29	87,88
Não realizaram corretamente a atividade	04	12,12

Observa-se que, dos quatro alunos que não representaram corretamente a função no gráfico, o erro está relacionado com a dificuldade na identificação das variáveis contínuas e discretas, pois, estes colocaram os dados corretamente na tabela, conforme anexo 3, exemplo 17. No exemplo citado, dois alunos traçaram o gráfico e dois alunos inverteram a posição das variáveis. Como, nessa atividade já estavam definidas pelo professor, as variáveis no plano cartesiano, o aluno não poderia realizar a troca. Assim, percebe-se que 87,88 % dos alunos representaram corretamente no gráfico esta atividade, demonstrando uma maior habilidade em lidar com a matemática formal, exemplos estão no anexo 3, exemplo 18.

Alguns comentários e questionamentos ouvidos durante a realização dessa atividade foram “ este não pode traçar”, “ só se fosse nos reais”. Percebe-se, assim, que a grande maioria já diferencia a continuidade relacionada aos conjuntos numéricos, conforme estabelecido no enunciado acima.

> A experiência autêntica e a construção dedutiva tornam-se, assim, simultaneamente distintas e correlativas, ao passo que no domínio social o ajustamento cada vez mais íntimo do pensamento do sujeito ao dos outros e a relacionação recíproca das perspectivas asseguram a possibilidade de uma cooperação que constitui, justamente, o meio propício a essa elaboração da razão (PIAGET,1975,p. 359).

Atividade 12 (anexo 2, p.97)

Essa atividade relaciona-se ao estudo específico da representação gráfica exponencial e foi aplicada com o objetivo de verificar como os alunos realizam a conversão da representação algébrica para a representação gráfica dentro do conjunto dos números naturais e também como eles diferenciam na representação algébrica variáveis contínuas e variáveis discretas. Essa atividade foi apresentada aos alunos com o seguinte enunciado: Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = 2^x$.

Os resultados obtidos com a aplicação dessa atividade aos 33 alunos, foram os seguintes:

CRITÉRIO	Número de alunos	Em percentual
Realizaram corretamente a atividade	29	87,88
Não realizaram corretamente a atividade	04	12,12

Como essa atividade foi realizada na mesma aula que a atividade 11, observa-se que ao comparar as respostas dadas pelos alunos dos quatro que erraram a atividade 11, três destes também erraram a atividade 12 e mantiveram o mesmo erro, fazendo a troca das variáveis na representação gráfica, conforme anexo 3, exemplo 19. O outro aluno que errou, considerou as variáveis como contínuas, desconsiderando o campo de definição da função estabelecido pelo professor, definido dentro do conjunto dos números naturais, o que impossibilitaria ao aluno que ligasse os pontos representados no gráfico, anexo 3, exemplo 20. Durante a realização dessa atividade alguns alunos comentaram " pensava que podia nos enganar, professora?" referindo ao campo de definição da função, " eu não vou ligar os pontos do gráfico". Analisando essa atividade, observa-se em percentual que 87,87 % dos alunos representaram corretamente a função no gráfico.

A atividade 11 e 12 partem da lei geral, da representação algébrica, sem referência nenhuma a situações ligadas ao contexto do aluno. A realização dessa atividade exige do aluno a capacidade de lidar apenas com símbolos abstratos ligados ao estudo da álgebra formal. Para isso o professor deve proporcionar o acesso ao aluno a diferentes atividades que possibilitem o desenvolvimento de tais habilidades durante o período escolar.

> Mas, quando se trata de ultrapassar a ação para obter uma representação desinteressada da realidade, isto é, uma imagem comunicável e destinada a alcançar mais a verdade do que a simples utilidade, a acomodação às coisas tem de enfrentar novas dificuldades. Já não se trata de agir, apenas, mas de descrever, não de prever, mas de explicar e, embora os esquemas sensório-motores, já estejam adaptados à sua própria função, que é a de garantir o equilíbrio entre a atividade individual e o meio perce-

> bido, o pensamento é obrigado, porém, a construir uma nova representação das coisas para satisfazer a consciência comum e as exigências de uma concepção global. É nesse sentido que o primeiro contato com pensamento do propriamente dito com o universo material constitui o que se pode chamar a ‘experiência imediata’, em contraste com a experiência científica ou corrigida pela assimilação das coisas à razão. (PIAGET, 1975, p.355).

A atividade representativa manifestada pelo aluno apresenta-se construída durante toda a sua existência desde o período sensório-motor até a manifestação do pensamento formal. Sabe-se também que o pensamento humano nunca é formal em sua totalidade.

> A constituição do universo, que parecia concluída com a inteligência sensório-motora, prossegue ao longo de todo o desenvolvimento do pensamento, o que certamente é natural, mas prossegue parecendo que se repete, em primeiro lugar, para só depois progredir, realmente, até englobar os dados da ação num sistema de representação de conjunto. (PIAGET,1975, p.354).

Peirce define a atividade representativa manifesta no aluno:

> Percebemos o terceiro elemento do fenômeno como inteligível, isto é, sujeito a lei, ou capaz de ser representado por um signo ou símbolo. Mas afirmo que o mesmo elemento está em todos os signos. O essencial é que é capaz de ser representado. Aquilo que é capaz de ser representado é também de natureza representativa. A idéia de representação envolve infinidade, uma vez que aquilo que realmente faz a representação é ela ser interpretada em outras representações. Mas a infinidade é apenas uma torcidela especial dada `a generalidade. Aquilo que é verdadeiramente geral representa em si ocorrências (existences) irracionais. (PEIRCE, 1980,p.106)

BLOCO 6

A atividade 13 que compõe o bloco 6 (anexo2, p.98), corresponde ao fechamento da seqüência de atividades aplicadas durante o ano de 2002 ao grupo de alunos da primeira série sujeitos desta pesquisa. Esta atividade foi aplicada com o objetivo de verificar qual a clareza de expressão dos alunos ao final do estudo do objeto matemático relacionado com o estudo das funções e suas representações, bem como a identificação das variáveis e o sistema de representação considerado o mais fácil na ótica deles. Nessa atividade o aluno ficou livre para decidir sobre o assunto, representação de variáveis e tipo de função.

Para facilitar a análise dos problemas formulados pelos alunos, serão adotados alguns critérios pelo pesquisador com o objetivo de facilitar a interpretação das respostas dadas por eles.

Os problemas serão analisados nos aspectos relacionados com clareza de expressão, identificação das variáveis e do sistema de representação considerado o mais fácil na ótica dos alunos.

Esta atividade foi apresentada aos alunos com o seguinte enunciado:durante o ano de 2002 você estudou sobre todas as funções e suas diferentes formas de representar como gráfico, tabela, diagramas, representação algébrica, língua natural bem como suas conversões de uma representação para outra.

A proposta é: "Redija um problema que envolva o conteúdo de relação ou função estudado durante o ano. Represente o problema que você escreveu num outro sistema de representação estudado e que você considera o mais fácil".

Observando o critério clareza de expressão, cuja análise do pesquisador baseia-se na adoção de pontuação de 0 a 100, servindo de base para classificar as respostas das atividades em suficiente para os que obtiverem acima de 70 pontos, sendo possível identificar os objetivos do problema, as variáveis e a representação considerada a mais fácil na ótica dos alunos. Serão consideradas insuficiente as respostas que obtiveram abaixo de 70 pontos. Dos 32 alunos que realizaram essa atividade, o resultado apresenta-se na tabela abaixo.

CRITÉRIO	Número de alunos		%
Clareza de Expressão	Suficiente	28	87,50 %
	Insuficiente	4	12,50 %

Na realização dessa atividade, os alunos estabeleceram relação com os mais diferentes assuntos relacionados com o contexto deles como: prestação fixa a juros, compra de diferentes mercadorias, custo de produção, preço de ingressos de acordo com a idade, crescimento populacional, salário, aluguel de automóvel, velocidade, lucro representado como venda menos custo, consumo de água, preço de costura, mensalidade de academia, conforme anexo 3, exemplo 21.

Ao analisar essa atividade, pode-se observar que os alunos apresentam facilidade na escrita de problemas que envolvem o estudo das funções relacionando corretamente as variáveis dependentes e independentes, em percentual nessa atividade corresponde a 87,5% que responderam suficientemente. Observa-se a realização de poucas perguntas pelos alunos, e os que fizeram estão relacionadas não com dúvidas do conteúdo, mas com os procedimentos como “ é para inventar professora “posso representar da maneira que eu escolher?”. A resposta do professor foi que a escolha é livre e que eles poderiam escrever o problema relacionado ao assunto da preferência deles.

Ao analisar a redação dos problemas considerados insuficientes, observa-se que os alunos têm a idéia da relação entre variáveis, porém alguns apresentam dificuldade em escrevê-la como uma função, e representam na maioria dos casos como uma equação, como exemplo de escrita considerado pelo pesquisador como insuficiente “ João foi a padaria e viu que o preço do pão era de R$ 0,8 centavos, e sua mãe tinha lhe dado R$2,00 para comprar pão para a família. Quantos pães João poderia comprar?”. Observa-se na escrita desse aluno que ele apresenta a idéia de relação entre as variáveis envolvidas num problema relacionado com a compra de mercadoria, mas confunde representação de função com representação de equação, além de não representar em outro sistema. O exemplo citado além de outros exemplos da realização da atividade 13, considerados insuficientes pelo pesquisador estão no anexo 3, exemplo 22.

> Em termos mais simples, isso significa que a criança não consegue de imediato refletir, em palavras e em noções, as operações que já executa em atos; e, se não pode refleti-las, é porque está obrigado, para adaptar-se ao plano coletivo e conceptual em que doravante o seu pensamento se move, a refazer o trabalho de coordenação entre assimilação e a acomodação já efetuado na sua anterior adaptação sensório-motora ao universo físico e prático. (PIAGET, 1975, p.336).

Quanto ao critério identificação das variáveis, todos os alunos que obtiveram o conceito ‘suficiente’ quanto à clareza de expressão, também foram considerados suficientes em relação a identificação das variáveis, além destes, dois alunos que não conseguiram formular claramente o problema, identificaram corretamente as variáveis envolvidas e outro formulou o problema corretamente mas não fez a identificação das variáveis, algumas atividades dos alunos estão no anexo3, exemplo 23 . O resultado quanto ao critério identificação das variáveis está representado na tabela abaixo.

CRITÉRIO	Número de alunos		%
Representação das variáveis	Suficiente	29	90,62 %
	Insuficiente	3	9,38 %

Observa-se assim que a maioria dos alunos da turma, em percentual correspondente a 90,62 %, conseguiu identificar as variáveis envolvidas.

Nesta mesma atividade, também foi solicitado ao aluno que ele representasse o problema por ele formulado em um outro sistema de representação considerado por ele o mais fácil. Algumas respostas dos alunos estão no anexo 3 exemplo 24. Os dados gerais da atividade 13 em relação ao critério, sistema de representação considerado o mais fácil, apresentam-se dispostas na tabela abaixo.

CRITÉRIO	Número de alunos	
Sistema de representação considerado mais fácil		
Representação algébrica	20	62,5 %
Tabela	13	40,62 %
Gráfico	8	25 %
Representou incorretamente	3	9,36 %
Não representou	4	12,5 %

Observa-se na realização dessa tarefa que os alunos identificaram mais de um sistema de representação como o mais fácil. O sistema algébrico foi considerado pelos alunos como o mais fácil. Nesta atividade, quatro alunos não identificaram um sistema como o mais fácil e três alunos não conseguiram representar. Todos os alunos que não conseguiram identificar um sistema considerado o ‘mais fácil’ também não conseguiram escrever o problema com clareza. Nota-se novamente a interferência do professor na forma de representação apresentada pelos alunos, bem como os diferentes problemas relacionados com o contexto que vivem, identificados na natureza dos assuntos sobre os quais escreveram.

> O conteúdo a ser ensinado, chamado pelo entendimento do significado do corpo de conhecimentos com o qual o professor trabalha, da lógica subjacente ao mesmo, da linguagem para expressar o que revela sobre o mundo, da forma pela qual esse conhecimento se origina no pensamento humano. A compreensão desses aspectos permite ao professor auxiliar a aprendizagem do aluno, pois, estando claro para si o campo do corpo de conhecimentos com o qual trabalha, a lógica a ele pertinente, o seu núcleo básico de significado, poderá ajudar o outro (o aluno) a trilhar caminhos que também o levem a compreender aquele significado. Poderá, ainda, vir a perceber outros caminhos que talvez sejam esboçados no próprio pensar do aluno, tornando possível o fluir do que aí está gerado, o que, por sua vez, deve ser analisado à luz do significado do corpo de conhecimentos em questão. (BICUDO, 1999, p.52)

CONCLUSÕES PARCIAIS

Com a finalização da aplicação dos 6 blocos de atividades que compõem a coleta de dados aplicadas ao grupo de alunos da primeira série pode-se estabelecer algumas relações importantes entre esse blocos.

Ao retornar os resultados obtidos em todas as atividades realizadas durante o ano de 2002, analisando-as enquanto conjunto, pode-se retirar algumas conclusões em relação ao grupo de alunos estudados. Do bloco 1 conclui-se que os alunos apresentaram maior dificuldade na identificação das variáveis comparando-se com a atividade 13 realizada no final do ano. Essa comparação é possível porque essas atividades apresentam os mesmos objetivos. Observa-se que o índice de erro diminuiu consideravelmente de 9 alunos na atividade 1 para 3 alunos na atividade 13, mostrando assim a construção do significado de variáveis envolvendo o estudo das funções. Também ainda em relação a atividade 1 e a atividade 13 pode-se constatar que a representação algébrica é a preferida pelos alunos, quanto ao critério representação mais fácil, no entanto o número de alunos que tiveram a preferência por essa representação na atividade 1 foi de 24 e na atividade 13 foi de 20 alunos. Por outro lado, observa-se um aumento considerável em relação à preferência pela representação na tabela pulando de 5 alunos na atividade 1 para 13 alunos na atividade 13. Também em relação à representação gráfica o número de alunos aumentou de 4 para 8 alunos. Não representaram na atividade 1, 5 alunos e 4 alunos na atividade 13. Outra observação importante que pode ser considerada é o aumento no número de alunos que preferiram a representação gráfica, pois esta representação apresentou o maior índice de dificuldade entre as conversões discutidas nos blocos 2, 3 e 4 (anexo 2, p.89-90-91).

Analisados entre si os blocos 2, 3 e 4 pelas semelhanças que apresentam entre si quanto às características de suas atividades observa-se que os alunos apresentam as mesmas dificuldades identificadas nas atividades em relação à representação gráfica, então pode-se afirmar que para esse grupo de alunos a representação gráfica significou o maior obstáculo em termos de conversão de um sistema para outro, mesmo que tal dificuldade não se manifestasse no momento de sua realização em sala de aula. Talvez tal dificuldade, representada no índice de erros dos alunos, tenha ocorrido porque a representação gráfica exige do aluno o domínio de diferentes significados implícitos no processo que interferem em tal conversão, como variáveis contínuas e discretas, localização correta do ponto no plano cartesiano a partir da identificação das variáveis dependentes e independentes, identificação de escalas, etc.

Também em relação ao bloco de atividades 2, 3 e 4 pode-se concluir que os alunos apresentam facilidades de conversão da linguagem natural para a representação algébrica, sendo que a maioria identificou corretamente as variáveis. A conversão da representação algébrica para a representação em tabela também não representou obstáculo significativo para ao alunos. O obstáculo apresentado pelos alunos nos blocos 2, 3 e 4 praticamente desapareceram na realização das atividades do bloco 5 (página 97), cujos objetivos relacionavam-se à representação gráfica, inclusive o “erro” cometidos pelos alunos nas atividades anteriores passam a não ocorrer mais na execução desta atividade, porém o “erro” relacionado com a questão de variáveis discretas e contínuas ainda continua, embora tivesse diminuído consideravelmente. Pode-se concluir, em relação a esse grupo de alunos que o mesmo construiu alguns significados importantes em relação ao estudo das funções durante o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Com relação ao bloco 5, percebe-se na maioria dos alunos a manifestação inerente ao pensamento formal, representados na capacidade que estes apresentaram em lidar apenas com os sinais algébricos da matemática formal.

> o pensamento formal é, na realidade, essencialmente hipotético-dedutivo: a dedução não mais se refere diretamente a realidades percebidas, mas a enunciados hipotéticos, isto é, a proposições que se referem a hipóteses ou apresentam dados apenas como simples dados, independentemente do seu caráter real: a dedução consiste, então, em ligar entre essas suposições, e delas deduzir suas conseqüências necessárias, mesmo quando sua verdade experimental não ultrapassa o possível" (ILNHELDER,1976 p.189).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O tema central dessa pesquisa foi o de verificar as possíveis relações entre os estágios de desenvolvimento e as representações semióticas no contexto do processo de ensino-aprendizagem da matemática em alunos adolescentes.

Para entender-se o processo de construção do conhecimento pelo aluno deve-se considerar fatores importantes que influenciam tal processo. Dentre esse fatores pode-se citar a maturação do sistema nervoso aqui dividido em estágios adotando-se a nomenclatura peirceana e estabelecendo relação entre esta teoria e a teoria piagetiana que considera a maturação do sistema nervoso na adolescência como um dos fatores importantes no processo de ensino-aprendizagem.

> Esta construção depende de três fatores principais que são: a maturação do sistema nervoso, a experiência adquirida em função do meio físico, e a ação do meio social. No entanto esses fatores só atuam, respectiva e concorrentemente, ao se submeterem precisamente às leis de equilíbrio que determinem as melhores formas de adaptação compatíveis com o conjunto das condições em jogo. (PIAGET, 1970, p.183-184).

Esta pesquisa utilizou-se de sujeitos que se encontram na adolescência, e que teoricamente deveriam estar aptos para construírem conhecimentos relacionados com a matemática formal. Mas, ao desenvolver o trabalho de professor de matemática observou-se que nem todos os alunos conseguem lidar com objetos de seu conhecimento que envolvam tal pensamento e neste caso o estudo das funções.

> O ser-professor traz, portanto, em seu bojo, tanto a preocupação para com o modo de ser e de conhecer do aluno como para com o ser e do conhecer do corpo de conhecimentos humano, objeto de ensino. É preciso, assim, que o professor tenha claro para si o que essa área diz do mundo, o que revela sobre ele, como explicita o que revela, como são gerados os seus conhecimentos, como os mesmos são perpetuados na tradição cultural da humanidade e são transmitidos em uma cadeia sem fim de contatos humanos na qual sempre existem centelha de pensamento criativo e de abertura para o original.(BICUDO, 1999,p.52)

Para melhor entender essas dificuldades manifestadas como obstáculos no processo de ensino-aprendizagem, procurou-se discutir os estágios de desenvolvimento como um dos pontos importantes e que devem ser considerados pelo professor durante o processo ensino-aprendizagem. Após estudo desses estágios à luz, principalmente, das teorias piagetianas e peirceanas e a aplicação da seqüência de atividades relacionadas ao estudo do conteúdo das funções, envolvendo algumas representações semióticas e suas possíveis conversões em sala de aula, pode-se estabelecer algumas considerações importantes conforme segue.

Em relação ao grupo de alunos estudados pode-se relacionar algumas conclusões como: nem todos os alunos conseguem realizar a conversão de um sistema de representação para outro. Esta impossibilidade provavelmente pode estar relacionada à ausência do pensamento formal, manifestada num primeiro momento na não clareza de expressão na elaboração do problema proposta pelo professor e em seguida na não representação na linguagem algébrica. Observa-se ainda que alguns alunos não realizam com discernimento as diferenças pertinentes aos diversos sistemas de representação estudadas. A carência do pensamento formal manifesta-se em dúvidas relacionadas com a representação de variáveis e com a relação que estas apresentam entre si e com o problema apresentado.

> O domínio do possível, atingido pelo pensamento formal, na realidade não é de forma alguma o do arbitrário, ou da imaginação livre de qualquer regra e toda objetividade. Ao contrário o advento do possível deve ser considerado sob a dupla perspectiva física e lógica com a condição indispensável para a obtenção de uma forma geral de equilíbrio e como a condição não menos indispensável para a constituição de conexões necessárias, utilizadas pelo pensamento.(PIAGET, 1976,p.192).

Piaget (1976, p.192) considera o possível como a “noção das ações ou das transformações mentais virtuais”.

Esta característica do pensamento formal pode ser observado quando os alunos estabelecem diferentes relações entre o estudado e o seu contexto, também em ações expressas por eles quando percebem que as representações semióticas utilizadas para o estudo das funções tratam apenas de maneiras diferentes de representar um mesmo objeto matemático, e que este pode ser representado em diferentes sistemas de representação.

Para a realização da conversão entre representações semióticas faz-se necessário o estabelecimento de alguns pré-requisitos considerados importantes durante o processo de ensino-aprendizagem que envolvam esse tipo de representação, bem como suas conversões. Dos pré-requisitos que devem ser considerados, alguns fizeram parte desta pesquisa e foram analisados durante a realização das atividades pelos alunos. Esses pré-requisitos incluem, por exemplo, na representação gráfica, a identificação das variáveis envolvidas. Quanto à realização desse critério, observa-se que a maioria dos alunos pesquisados se preocuparam com essa identificação. Entre os diferentes problemas apresentados por eles na atividade 1 (página 93), quanto ao requisito identificação das variáveis contínuas e discretas indispensáveis para a representação gráfica, observa-se que os alunos apresentaram maior dificuldade. A característica de continuidades é identificada pelo adolescente quando este dispõe de estruturas em seu pensamento referente ao estágio do pensamento formal piagetiano ou terceiridade peirceana. "A continuidade representa a terceiridade na perfeição"... "algumas idéias de grande importância para a filosofia onde a terceiridade predomina são generalidade, infinidade, continuidade, difusão, crescimento e inteligência", segundo (Peirce,1980,p.93).

Observou-se também nos exemplos citados pelos alunos, em sala de aula, a caracterização de alguns fatores importantes que influenciam no desenvolvimento do infanto-juvenil objetivando a construção dos conceitos. Entre esses fatores cita-se, a maturação do sistema nervoso que manifesta-se, em sala de aula, na capacidade de formular diversos problemas e representá-los em diferentes sistemas semióticos. A influência do convívio social, representado nos diferentes assuntos envolvidos nos problemas propostos pelos alunos e a intervenção do professor representado nas preferências pelos sistemas semióticos.

> Mas, se a ação intervém assim na estruturação das operações lógicas, é claro que se necessita reservar uma parte para o fator social, na constituição destas estruturas, pois o indivíduo nunca age só, mas é socializado em graus diversos. É claro, por exemplo, que a necessidade inerente ao princípio de contradição apresenta todos os caracteres, além daqueles da coordenação das ações, de uma verdadeira obrigação coletiva, pois é sobretudo frente aos outros que somos obrigados a não nos contradizemos (PIAGET, 1994, p.109, 110)

O professor deve conceber o conhecimento do aluno como uma construção individual a partir de diferentes significados, analisando os conceitos prévios que estes apresentam em relação aos conteúdos, identificando o nível de desenvolvimento mental, sua capacidade de operar com os símbolos vazios de significados e adotando estratégias de ensino que proporcionem ao adolescente o 'salto qualitativo' em direção ao alcance da terceiridade peirceana ou do pensamento formal piagetiano.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BARROS, Aidil & Neide Lehfehd. **Fundamentos de Metodologia científica**. São Paulo: Makron Books, 2000.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas.** São Paulo: Unesp, 1999.

_______. Educação Matemática. São Paulo: Moraes.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.

BRUNER, Jerome. **A cultura da educação**. Porto Alegre: Artes médicas, 2001.

________. **Atos de significação.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

________. **Uma nova teoria de aprendizagem**.Rio de Janeiro: Bloch, 1976.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez, 1994.

CERQUETTI-ABERKANE, Françoise, BERDONNEAU, Catherine**. O ensino da matemática na educação infantil**. Porto alegre: Artes médicas, 1997.

D’AMBRÓSIO,Ubiratan. **Etnomatemática**.São Paulo: Ática, 1998.

D’AMORE, Bruno. **Problemas. Pedagogia y Psicologia de la Matemática em la actividad de resolución de problemas.** Madrid: Editorial síntesis, 1997.

DEEHI, John. **Semiótica básica**. São Paulo: Ática, 1990

DUVAL, Raymond. **Registres de représentation sémiotique et functionnement cognitive de la pensée.** Annales de didactique et Sciences cognitives, vol.5.IREM-ULP, Strasbourg, 1993, p.p.37-65.

FIORENTINI, Dario & Maria ângela Miorin (Organizadores) . **Por trás da porta, que matemática acontece?.** Campinas, Unicamp. Cenpem.Graf, 2001.

GARDNER, Howard. **Estrutura da mente: a teoria das inteligências múltiplas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

______. **A criança pré-escolar:** como pensa e como a escola pode ensiná-la. Porto Alegre: Artes médicas, 1994.

______. **Inteligências múltiplas:** a teoria na prática. Porto alegre: Artes Médicas,2000.

GÓDINO, Juan Díaz e outros. **Didática de la matemática**. Madrid: Editorial síntesis, 1999.

HOLTON, Gerald. **A Imaginação científica**. Rio de Janeiro: Zahar, 1979.

INHELDER, Barbel & PIAGET, Jean. **Da lógica da criança à lógica do adolescente:** ensaio sobre a construção das estruturas operatórias formais. São Paulo: Pioneira, 1976.

KAMII,Constance. **A criança e o número**.Campinas: Papirus,1995.

MACHADO, Nilson José. **Epistemologia e didática as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente**. São Paulo: Cortez,1995.

_________. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1993.

PEIRCE, Charles Sanders. **Os pensadores**. São Paulo: Abril Cultural, 1980.

_______. **Semiótica.** São Paulo: Perspectiva, 1977.

PERRENOUD, Fhilippe. **Pedagogia diferenciada**. Porto alegre: Artes médicas, 2000.

PIAGET, Jean. **A construção do real na criança**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

_______. **A Formação do símbolo na criança**: imitação, jogo e sonho, imagem e representação. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

_______. **A Equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

_______. **Psicologia e Pedagogia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1998.

_______. **Seis estudos de psicologia**. 20ª ed. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1994.

_______. **Os pensadores**. São Paulo: Abril Cultural, 1978.

Philip J. Davis & Reuben Hersh. **A experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.

POINCARÉ, Henri. **A ciência e a hipótese**. Brasília: Universidade de Brasília, 1985.

RAUEN,Fábio José. **Elementos de iniciação à pesquisa:**inclui orientações para e referenciação de documentos eletrônicos. Rio do Sul: Nova Era, 1999.

RABUSKE, Renato Antônio. **Inteligência Artificial**. Florianópolis: Editora da UFSC, 1995.

Rauen, Fábio José. **Roteiros de investigação científica**. Tubarão: Unisul, 2002.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **A Matemática na educação infantil:** a teoria das inteligências múltiplas na prática escolar. Porto alegre: Artes Médicas, 1996.

VYGOTSKY, L. S. e LURIA, A. R., **Estudos sobre a história do comportamento: o macaco, o homem e a criança**. Porto Alegre: Artes Médicas,1996.

______. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1993.

______. **Formação social da mente**.São Paulo: Martins Fontes, 1989.

TURNER, Johanna. **Desenvolvimento Cognitivo**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976.

ANEXOS

ANEXO 1

O Colégio Dehon teve o início de suas atividades com a idéia de fundação do Ginásio Sagrado Coração de Jesus, teve sua origem em 1944, em decorrência de encontro mantido entre o Sr. Luiz Francalacci, Gerente do Banco Inco e o Padre José Poggel, Superior Provincial da Congregação dos Padres do Sagrado Coração de Jesus.

No dia 24 de junho de 1944, foi iniciada a organização da sociedade, com a elaboração e publicação do prospecto de sua organização e estatutos.

Seguindo os trâmites legais, realizou-se Assembléia Geral de Constituição da Sociedade Ginásio Sagrado Coração de Jesus S/A em 20/11/1944.

A fundação de um Ginásio de orientação católica para rapazes foi motivada pela instalação da Companhia Siderúrgica Nacional, em Capivari, que trouxe para região um grande número de engenheiros e técnicos que exigiam para os seus filhos homens, um bom nível de ensino.

A Diretoria do Ginásio Sagrado Coração de Jesus muito se empenhou para atender aos anseios do povo adquirindo um terreno para iniciar a construção do prédio.

A planta do Ginásio foi idealizada pelo Padre Otto Amann, obedecendo determinadas exigências, tais como: ala reservada para residência dos padres, capela para as celebrações com a participação dos alunos e comunidade local (hoje Salão Nobre); ala reservada para os dormitórios dos alunos, (regime de internato para os alunos que não moravam na cidade); áreas reservadas para cozinha, refeitório, biblioteca, laboratórios de física, química, matemática, ciências; museu; salas de aula; sala de jogos, praça de esportes e educação física, campo de futebol (esporte preferido pelos estudantes na época).

Em maio de 1945, foi lançada a pedra fundamental.

Em 1º de março de 1947, tiveram início as primeiras aulas no Ginásio Sagrado Coração de Jesus, sendo os primeiros professores Pe. Otto Amam, Pe. João Welter Junior, Pe. José Schmidt e o Pe. Honorato Piazzera.

O 1º Diretor foi o Padre Dionísio da Cunha Laudt; Secretário o Padre Érico J. Ahler. A Srta. Rosa Janeiro Fortes foi nomeada Inspetora Federal junto ao Ginásio.

A mudança do nome de Ginásio Sagrado Coração de Jesus para Colégio Dehon foi uma homenagem ao fundador da Congregação dos Padres Sagrado Coração de Jesus, Pe. Leão João Dehon, que se deu por ocasião da aprovação do 2º ciclo, em 12 de dezembro de 1957, que corresponde ao Ensino Médio hoje, atendendo a uma nova necessidade: preparar o estudante para ingressar na Universidade, através dos exames vestibulares.

No final da década de 60, o Colégio Dehon enfrentou sérios problemas em função das dificuldades econômicas do povo que, por essa razão, matriculava os filhos em Colégio Público (Gallotti, que iniciou o Ensino Médio em1969).

Em 1971, a FESSC (Fundação Educacional do Sul de Santa Catarina), que já funcionava em algumas salas do Colégio, adquiriu o patrimônio do Colégio Dehon.

Até 1974, o Colégio Dehon oferecia estudos aos alunos de 5ª a 8ª série e 2º grau. Por ocasião da enchente foi cedido espaço físico do Colégio Dehon à Escola Walt Disney (do Pré-escolar à 4ª série) que teve seu prédio destruído.

Em 1976, a FESSC expandiu as atividades do Colégio Dehon, incorporando a Escola Walt Disney, sendo iniciado o processo para autorização de funcionamento do Pré-Escolar do Colégio Dehon.

Atualmente, o Colégio Dehon mantém a educação infantil, ensino fundamental e médio. No ano de 2002 freqüentaram o colégio1005 alunos, assim distribuídos:262 de ensino fundamental primeira à quarta série 358 de ensino fundamental quinta a oitava série e 385 de ensino médio. O corpo técnico-pedagógico administrativo consta de um diretor, um secretário, uma orientadora educacional, uma coordenadora pedagógica e professores. A unidade pesquisada mantém a Associação de Pais e Professores (APAF) como colaboradora em suas diversas atividades desenvolvidas. O Colégio Dehon é um órgão da Universidade do Sul de

Santa Catarina-UNISUL. Como tal, está situado em ambiente Universitário, dispondo de toda a infra-estrutura da UNISUL: Biblioteca, Laboratórios, Livraria, área de Esportes, Centro Cultural, Sala de Recursos Pedagógicos e um quadro de professores especializados, muitos deles atuando também no ensino de 3º Grau e Pós-Graduação. (Histórico cedido pelo Colégio Dehon).

ANEXO 2

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA – UNISUL
COLÉGIO DEHON - TUBARÃO.........../............./...........
PROFESSORA: Marleide Coan Cardoso

SEQÜÊNCIA DE ATIVIDADES PROPOSTAS PARA TRABALHAR AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS COM ALUNOS DA PRIMEIRA SÉRIE A DO COLÉGIO DEHON

ATIVIDADE 1

Durante o ano de 2002 você estudou sobre todas as funções e suas diferentes formas de representar como gráfico, tabela, diagramas, representação algébrica, língua natural bem como suas conversões de uma representação para outra.
A proposta é :
Redija um problema que envolva o conteúdo de relação ou função estudado durante o ano. Represente o problema que você escreveu num outro sistema de representação estudado e que você considera o mais fácil.

ATIVIDADE 2

Observe a situação problema abaixo:

O salário mensal de um vendedor é composto por duas partes. Uma que é fixa no valor de R$ 300,00, mais uma que varia correspondente a comissão no valor de R$ 2,00 por unidade vendida. Como podemos representar algebricamente o salário do funcionário em função do número de unidades vendidas?

ATIVIDADE 3

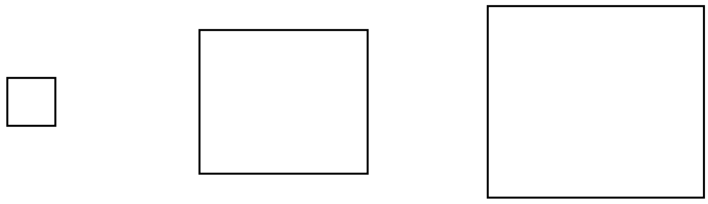
Com base no problema anterior construa uma tabela que relacione o valor de unidades vendidas e o valor do salário recebido no final do mês pelo empregado

ATIVIDADE 4

Mostre graficamente (plano cartesiano) o salário do empregado em função do número de unidades vendidas.

ATIVIDADE 5

Observe a seqüência de quadrados, a área (y) desses quadrados é função do lado (x) desses mesmos quadrados. Sabemos que a área do quadrado é função do lado. Represente algebricamente a área do quadrado como função do lado.



ATIVIDADE 6

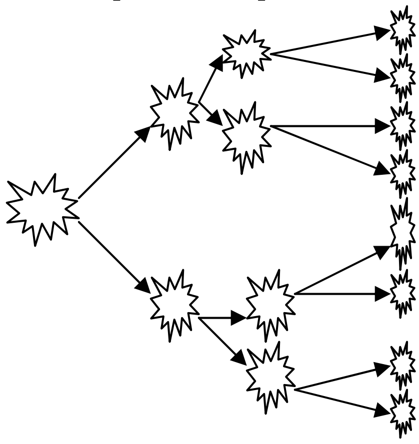
Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona a área em função da medida dos lados.

ATIVIDADE 7

Represente graficamente a área em função dos lados conforme tabela do problema anterior.

ATIVIDADE 8

O desenho abaixo representa a seqüência do processo de reprodução assexuada por cissiparidade ou bipartição de uma bactéria durante os primeiros minutos. O número de bactérias (representado por y) depende do tempo (representado por x), em minutos, de observação desse processo reprodutivo. Represente algebricamente esse processo.



ATIVIDADE 9

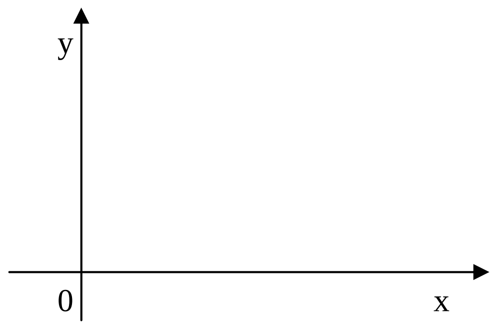
Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona o número de bactérias em função do tempo em minutos de observação.

ATIVIDADE 10

Represente graficamente (a tabela acima) que relaciona o número de bactérias em função do tempo.

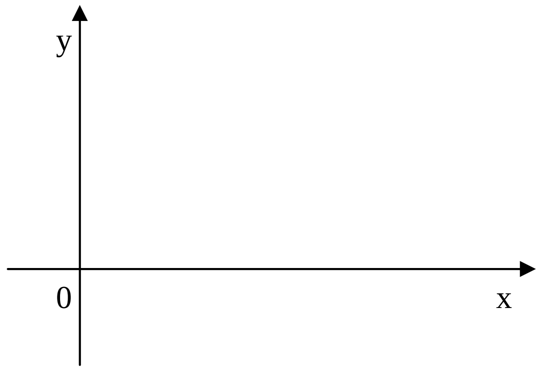
ATIVIDADE 11

Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$



ATIVIDADE 12

Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = 2^x$.



Atividade 13

Durante o ano de 2002 você estudou sobre todas as funções e suas diferentes formas de representar como gráfico, tabela, diagramas, representação algébrica, língua natural bem como suas conversões de uma representação para outra.

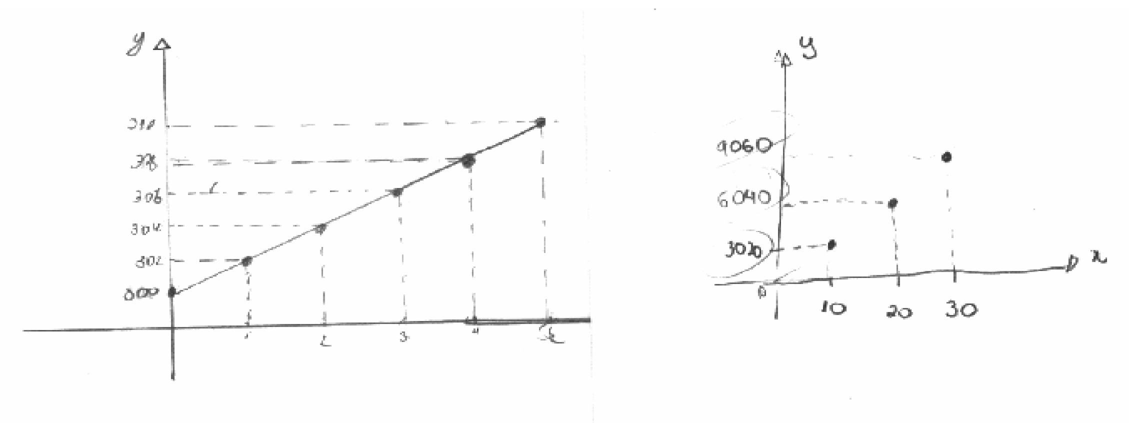
A proposta é:

Redija um problema que envolva o conteúdo de relação ou função estudado durante o ano. Represente o problema que você escreveu num outro sistema de representação estudado e que você considera o mais fácil.

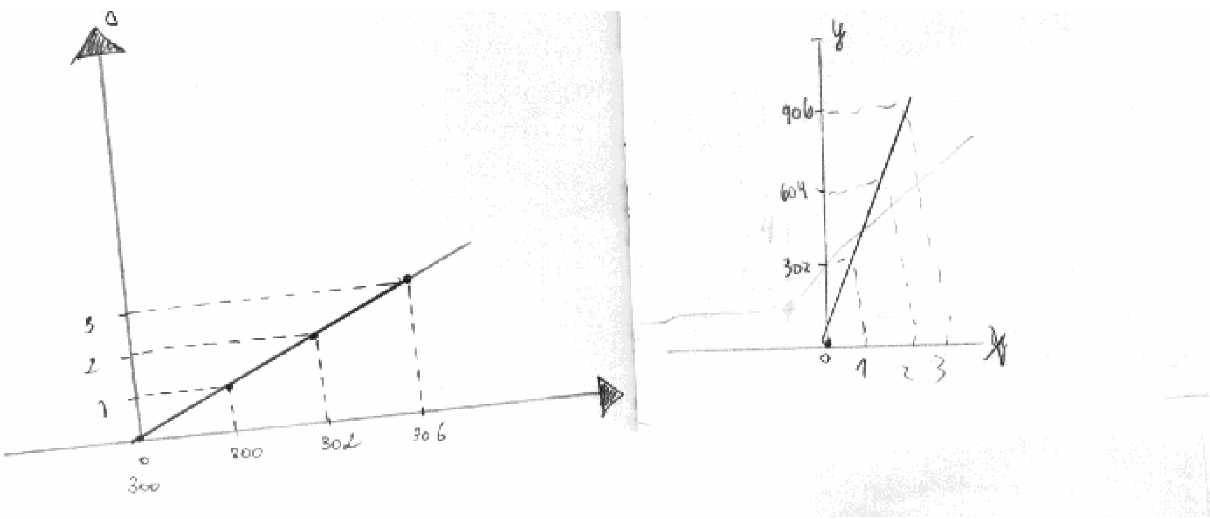
ANEXO 3

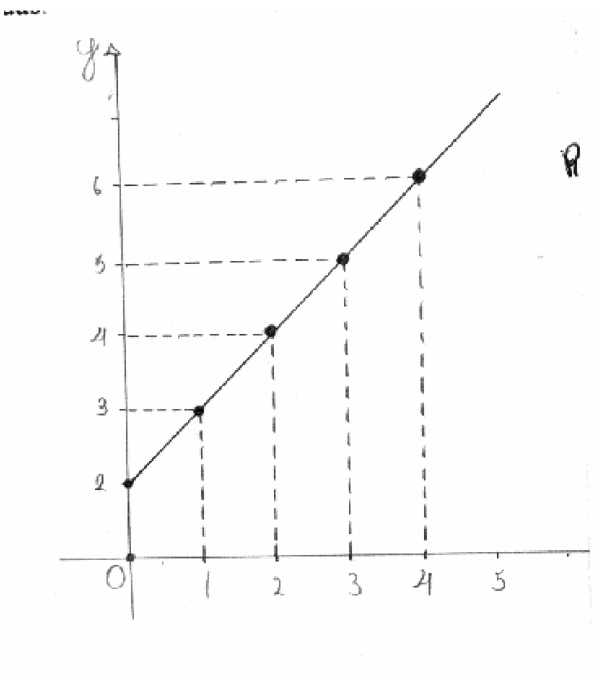
Exemplos de respostas dadas pelos alunos na atividade 4 consideradas incorretas pelo pesquisador.

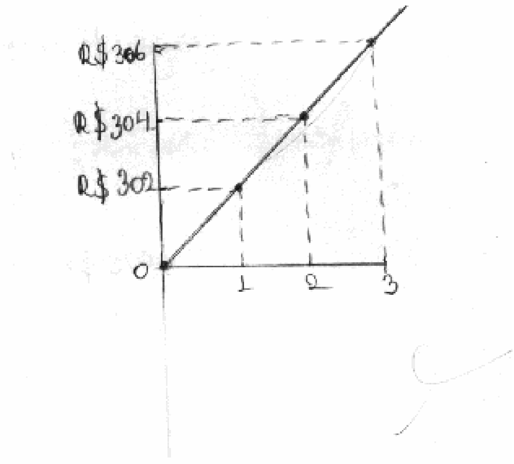
Exemplo 1



Exemplo 2

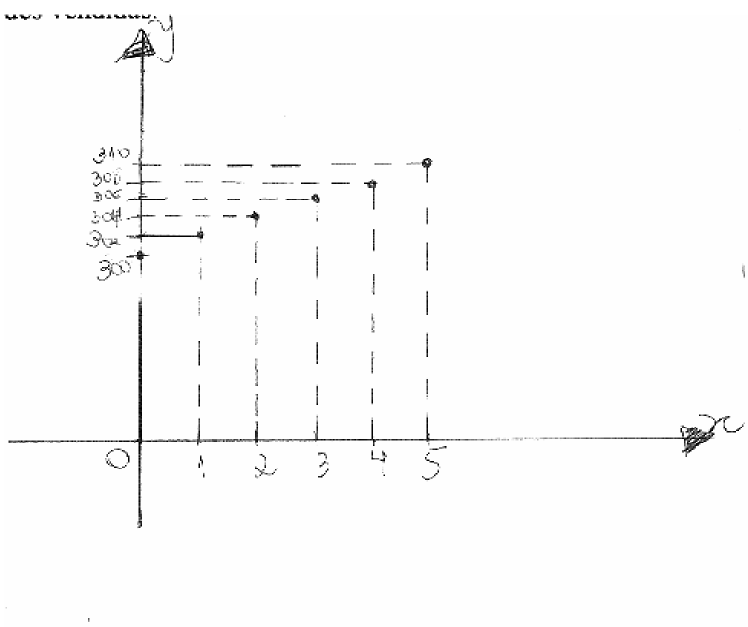


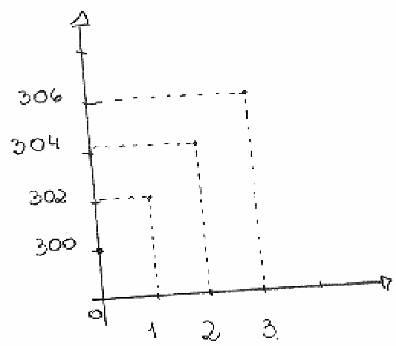


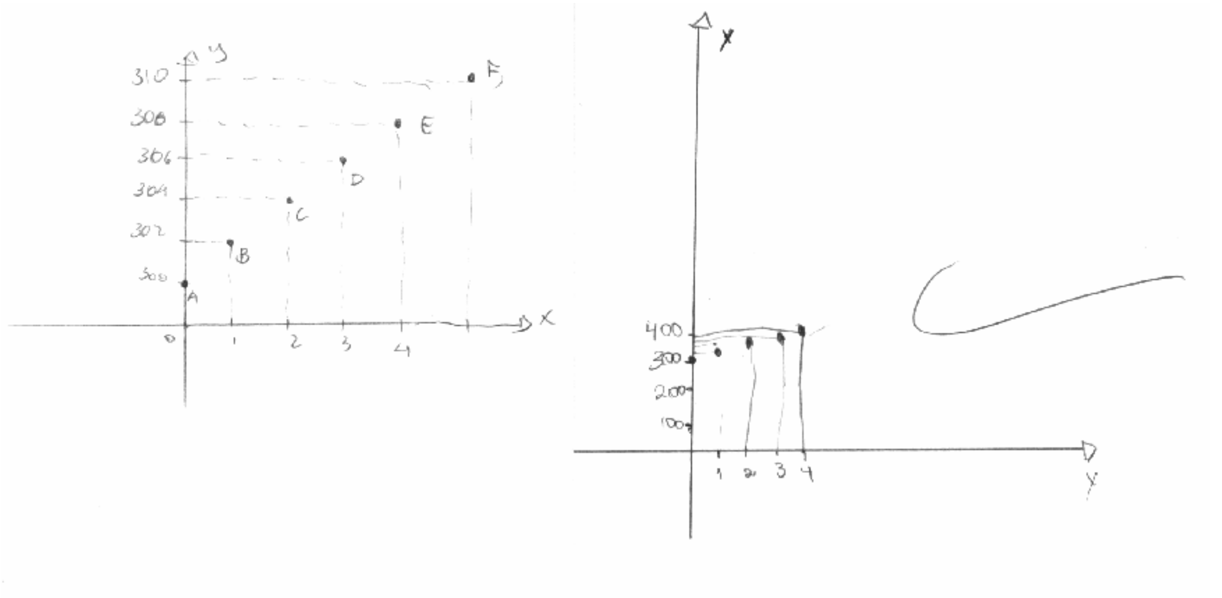


Exemplos de respostas dadas pelos alunos na atividade 4 consideradas corretas pelo pesquisador

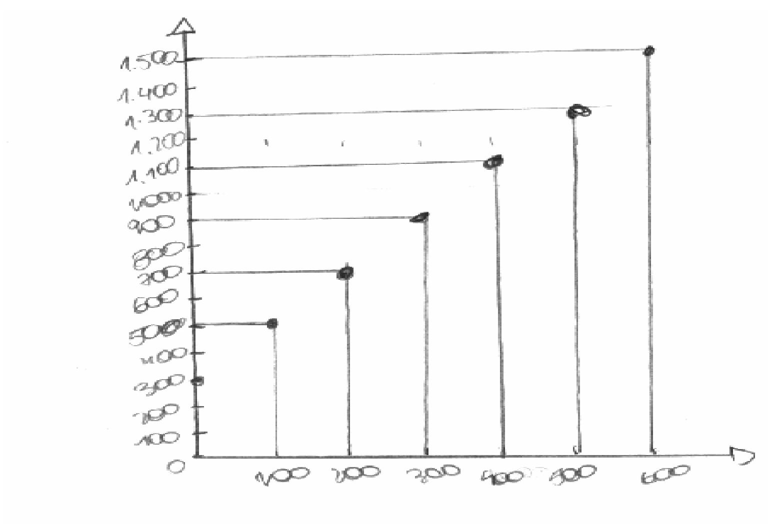
Exemplo 3



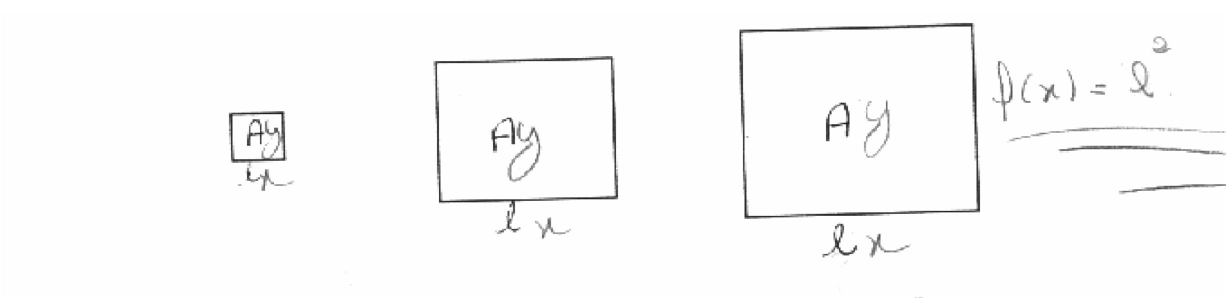


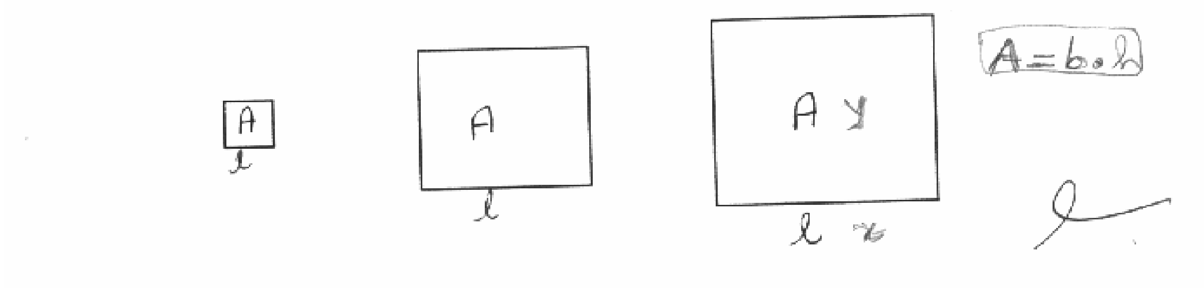


Exemplo 4

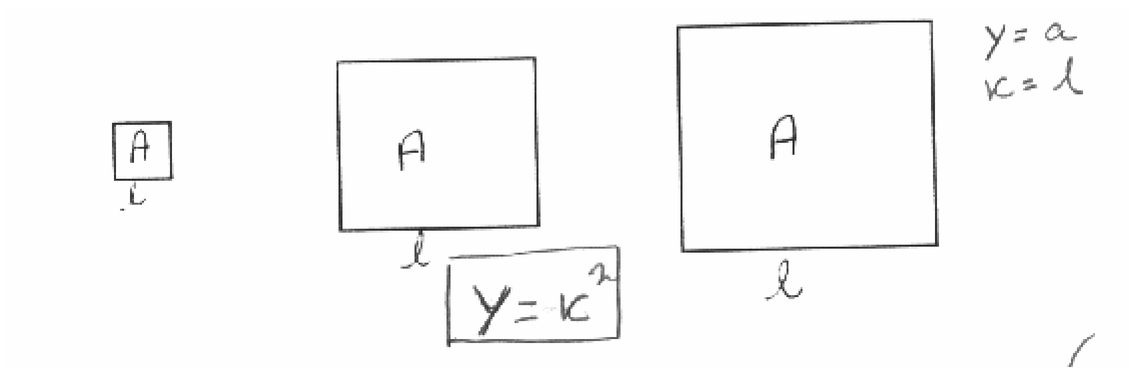


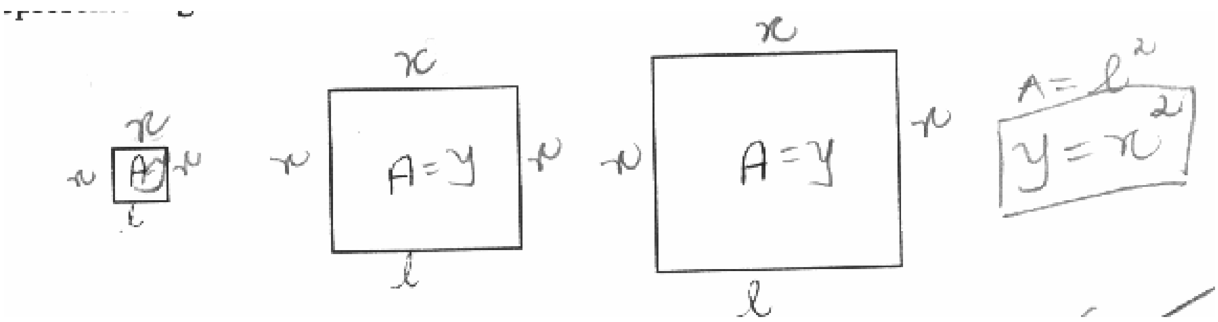
Exemplo 5





Exemplo 6

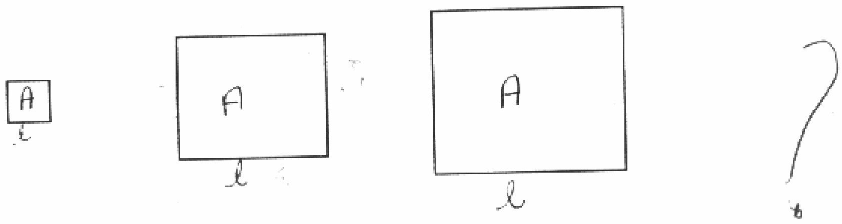




Exemplo7

ATIVIDADE 5

Observe a seqüência de quadrados, a área (y) desses quadrados é função do lado (x) desses mesmos quadrados. Sabemos que a área do quadrado é função do lado. Represente algebricamente a área do quadrado como função do lado.



ATIVIDADE 6

Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona a área em função da medida dos lados.

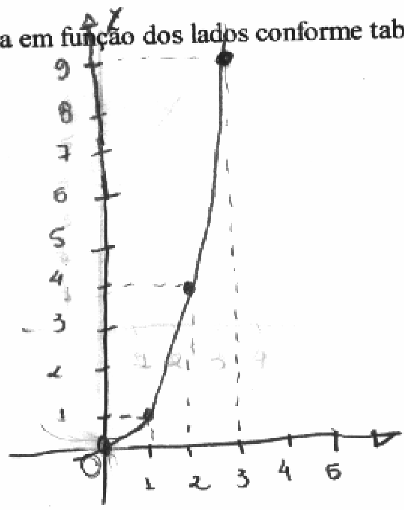
$x^2 = y$

x	y
1	1
2	
3	

ATIVIDADE 7

Represente graficamente a área em função dos lados conforme tabela do problema anterior.

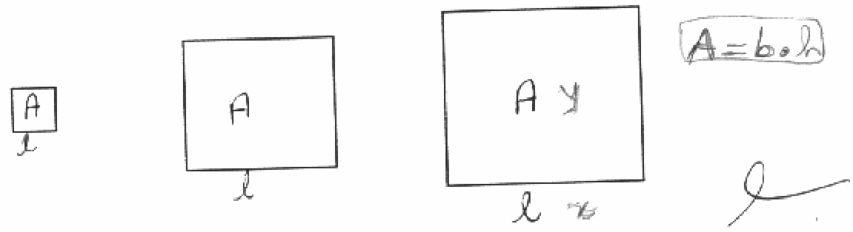
0	0
1	1
2	4
3	9



Exemplo 8

ATIVIDADE 5

Observe a seqüência de quadrados, a área (y) desses quadrados é função do lado (x) desses mesmos quadrados. Sabemos que a área do quadrado é função do lado. Represente algebricamente a área do quadrado como função do lado.



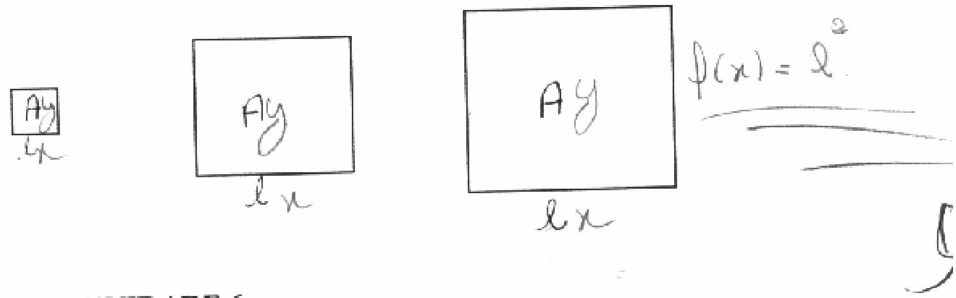
ATIVIDADE 6

Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona a área em função da medida dos lados.

x	y
1/4	-2
1/2	-1
1	0
2	1
4	2

ATIVIDADE 5

Observe a seqüência de quadrados, a área (y) desses quadrados é função do lado (x) desses mesmos quadrados. Sabemos que a área do quadrado é função do lado. Represente algebricamente a área do quadrado como função do lado.



ATIVIDADE 6

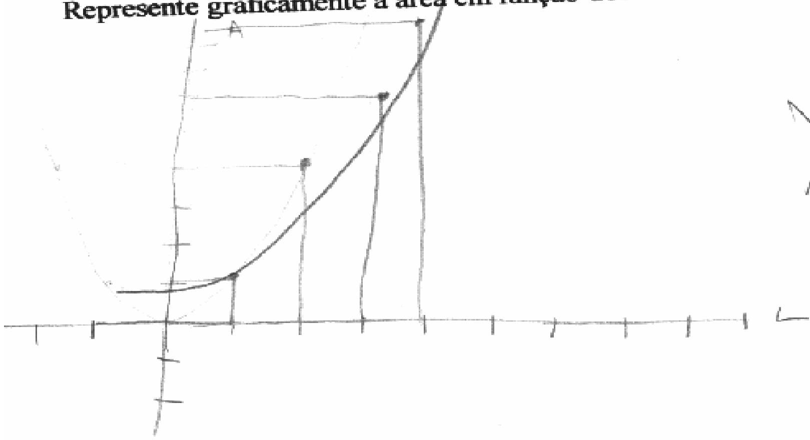
Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona a área em função da medida dos lados.

L	A
-1	1
-2	4
3	9
4	16
5	25

Exemplo 9

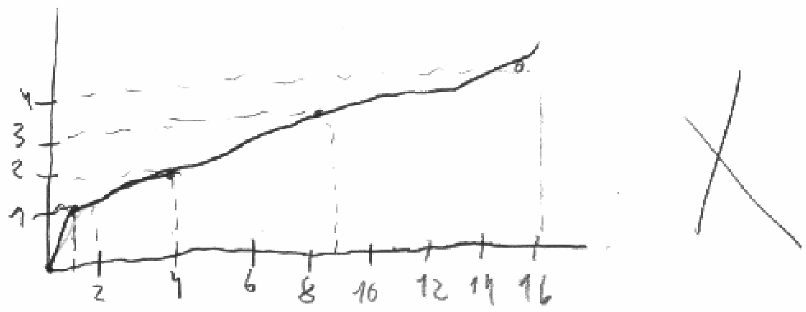
ATIVIDADE 7

Represente graficamente a área em função dos lados conforme tabela do problema anterior.

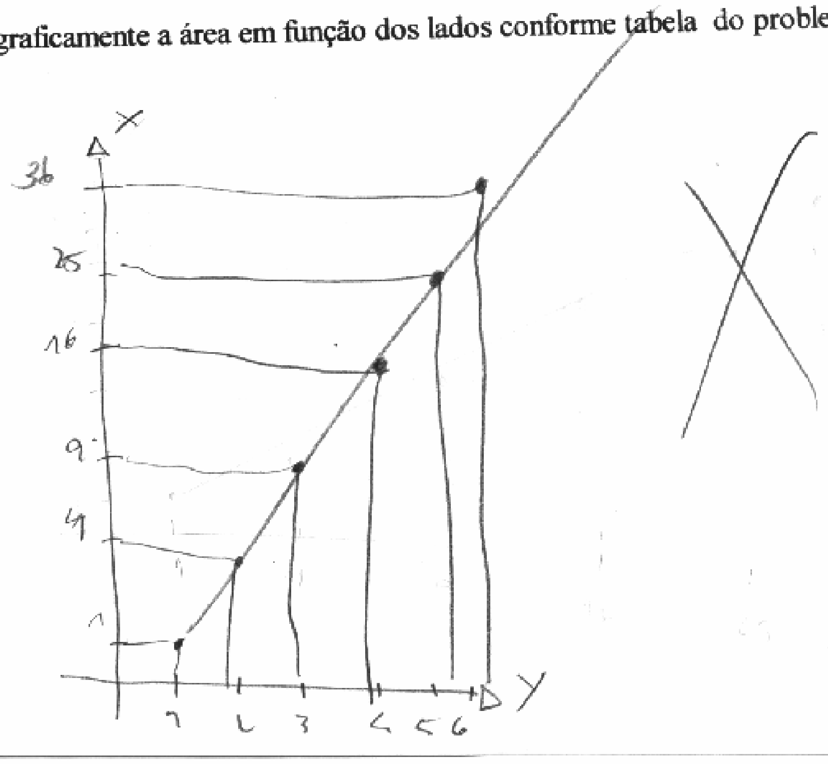


ATIVIDADE 7

Represente graficamente a área em função dos lados conforme tabela do problema anterior.



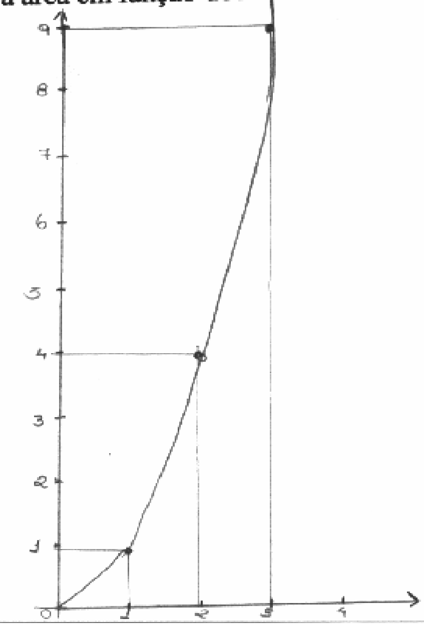
Represente graficamente a área em função dos lados conforme tabela do problema anterior.



Exemplo 10

ATIVIDADE 7

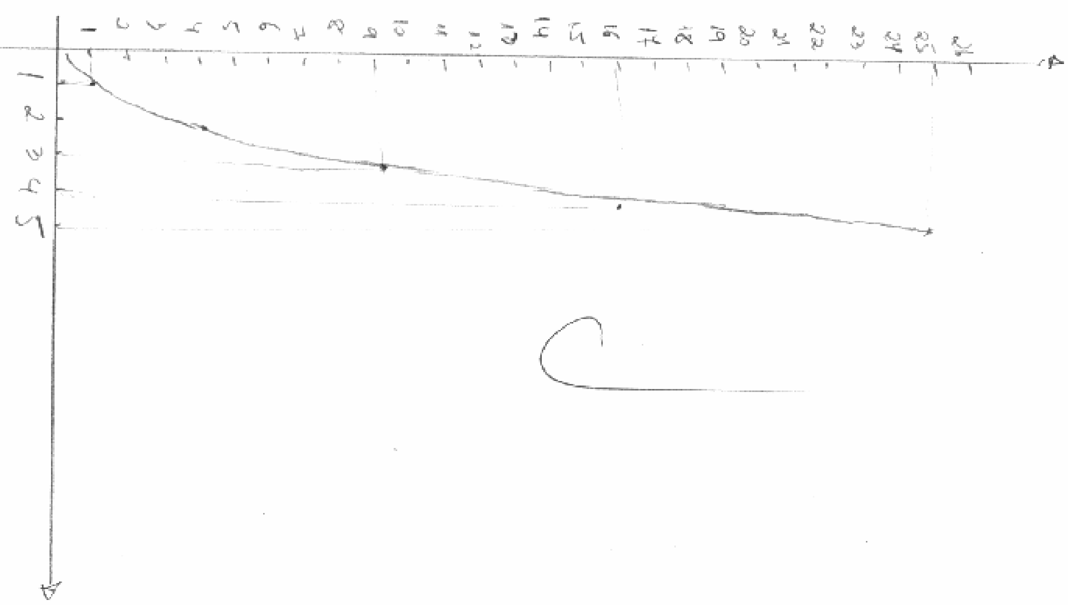
Represente graficamente a área em função dos lados conforme tabela do problema anterior.



6 | 36

ATIVIDADE 7

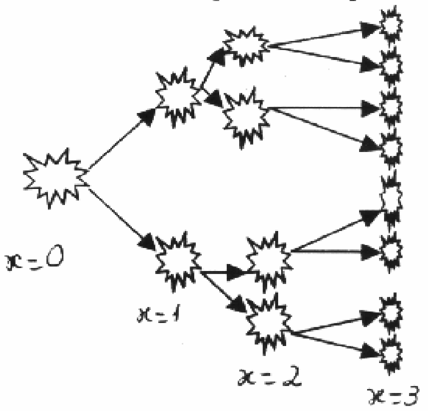
Represente graficamente a área em função dos lados conforme tabela do problema anterior.



Exemplo 11

ATIVIDADE 8

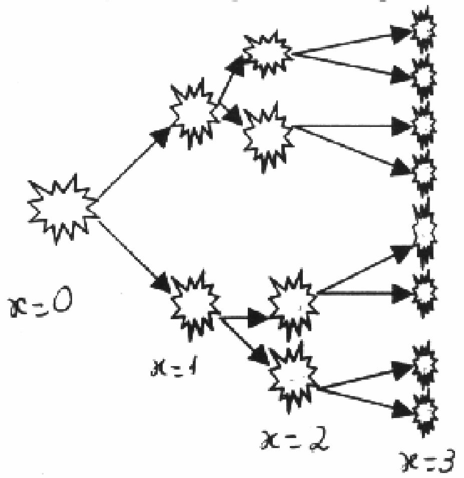
O desenho abaixo representa a seqüência do processo de reprodução assexuada por cissiparidade ou bipartição de uma bactéria durante os primeiros minutos. O número de bactérias (representado por y) depende do tempo (representado por x), em minutos, de observação desse processo reprodutivo. Represente algebricamente esse processo.



$\boxed{y = 2^x}$

ATIVIDADE 8

O desenho abaixo representa a seqüência do processo de reprodução assexuada por cissiparidade ou bipartição de uma bactéria durante os primeiros minutos. O número de bactérias (representado por y) depende do tempo (representado por x), em minutos, de observação desse processo reprodutivo. Represente algebricamente esse processo.



$f(x) =$

$f(1) = 1$

$f(2) = 2$

$f(3) = 4$

$PG = (1, 2, 4, 8, \dots)$

$q = \frac{4}{2} = 2$

$a_n = 1 \cdot 2^{n-1}$

$f(x) = 2^{x-1}$

a

n form

man

$f(0) = 1$

$f(1) = 2$

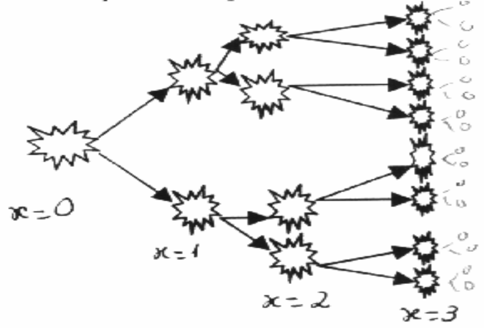
$f(2) = 4$

logo $f(x) = 2^x$

ATIVIDADE 9

ATIVIDADE 8

O desenho abaixo representa a seqüência do processo de reprodução assexuada por cissiparidade ou bipartição de uma bactéria durante os primeiros minutos. O número de bactérias (representado por y) depende do tempo (representado por x), em minutos, de observação desse processo reprodutivo. Represente algebricamente esse processo.

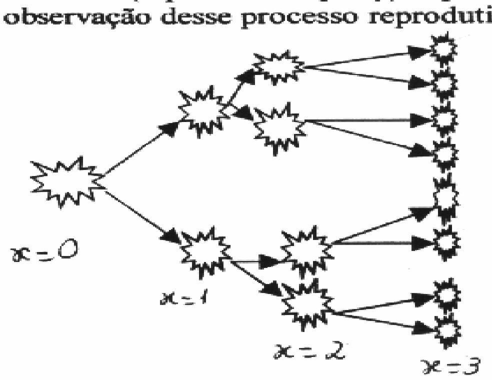


$y = 2^x$

Exemplo12

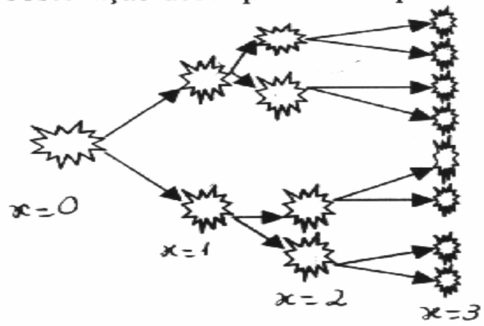
ATIVIDADE 8

O desenho abaixo representa a seqüência do processo de reprodução assexuada por cissiparidade ou bipartição de uma bactéria durante os primeiros minutos. O número de bactérias (representado por y) depende do tempo (representado por x), em minutos, de observação desse processo reprodutivo. Represente algebricamente esse processo.



$y = x^2$

O desenho abaixo representa a seqüência do processo de reprodução assexuada por cissiparidade ou bipartição de uma bactéria durante os primeiros minutos. O número de bactérias (representado por y) depende do tempo (representado por x), em minutos, de observação desse processo reprodutivo. Represente algebricamente esse processo.



$y = 2x$

Exemplo 13

ATIVIDADE 9

Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona o número de bactérias em função do tempo em minutos de observação.

y	X
0	0
1	2
2	4
3	6

ATIVIDADE 9

Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona o número de bactérias em função do tempo em minutos de observação.

x	y
1	1
2	4
3	9

exemplo 14

ATIVIDADE 9

Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona o número de bactérias em função do tempo em minutos de observação.

x	y
0	1
1	2
2	4
3	8

$y = 2^x$

ATIVIDADE 9

Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona o número de bactérias em função do tempo em minutos de observação.

X	Y
0	1
1	2
2	4
3	8

Exemplo 15

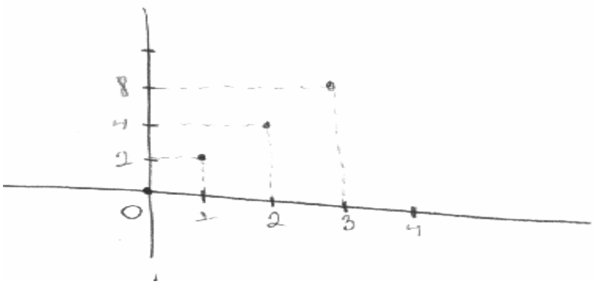
ATIVIDADE 9

Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona o número de bactérias em função do tempo em minutos de observação.

x	y
0	0
1	2
2	4
3	8

ATIVIDADE 10

Represente graficamente (a tabela acima) que relaciona o número de bactérias em função do tempo.



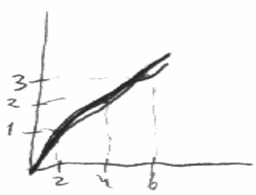
ATIVIDADE 9

Com base no problema anterior construa uma tabela que relaciona o número de bactérias em função do tempo em minutos de observação.

y	x
0	0
1	2
2	4
3	6

ATIVIDADE 10

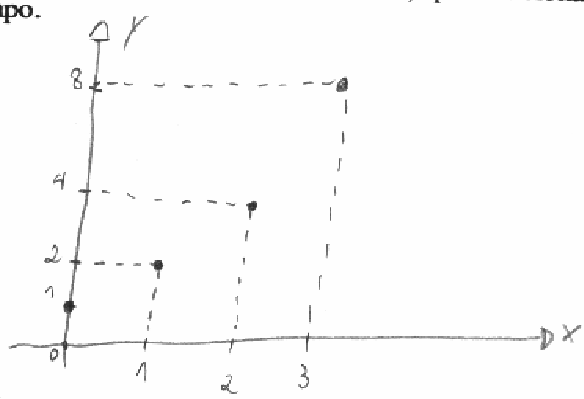
Represente graficamente (a tabela acima) que relaciona o número de bactérias em função do tempo.



Exemplo16

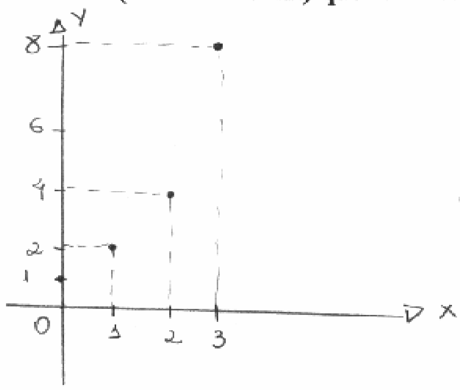
ATIVIDADE 10

Represente graficamente (a tabela acima) que relaciona o número de bactérias em função do tempo.



ATIVIDADE 10

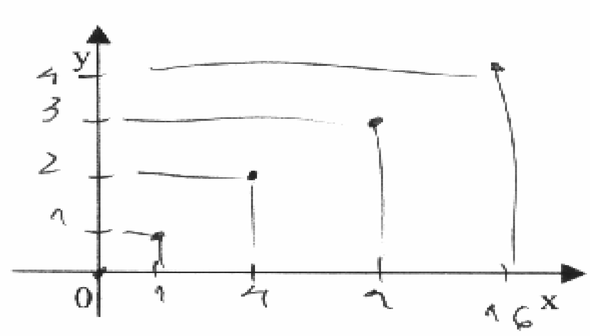
Represente graficamente (a tabela acima) que relaciona o número de bactérias em função do tempo.



Exemplo 17

ATIVIDADE 11

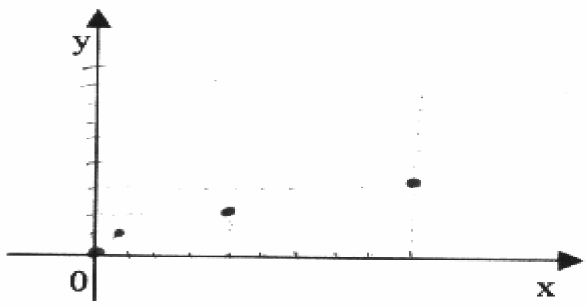
Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$



x	y
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4

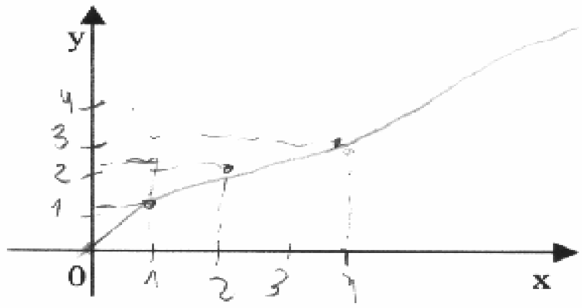
ATIVIDADE 11

Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$



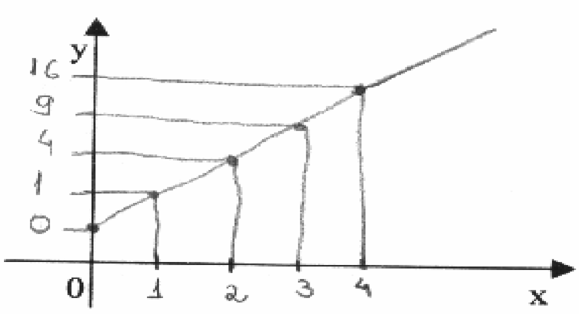
ATIVIDADE 11

Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$



ATIVIDADE 11

Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$

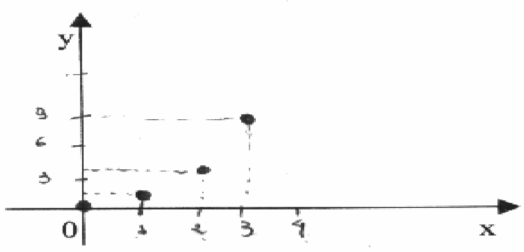


x	y
0	0
1	1
2	4
3	9
4	16

Exemplo 18

ATIVIDADE 11

Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$

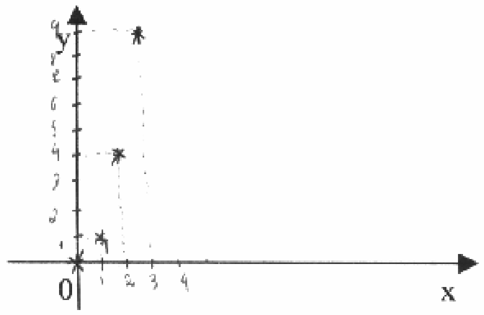


x	y
0	0
1	1
2	4
3	9

ATIVIDADE 11

[illegible] 1,2,3

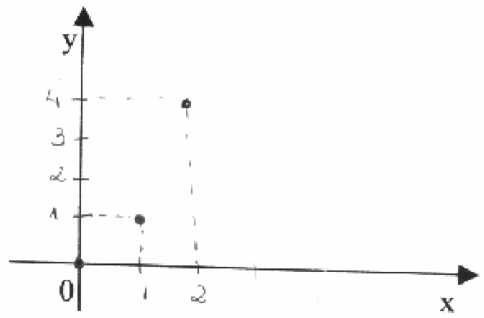
Representе graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$



X	Y
0	0
1	1
2	4
3	9

ATIVIDADE 11

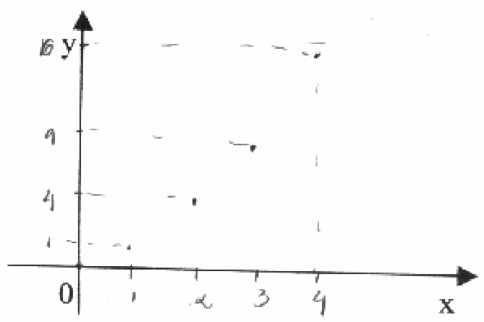
Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$



x	y
0	0
1	1
2	4

ATIVIDADE 11

Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$

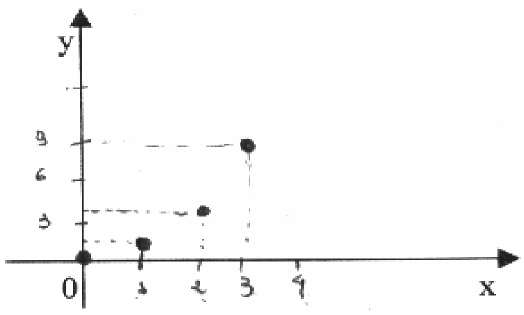


y	x
0	0
1	1
4	2
9	3
16	4

Exemplo 19

ATIVIDADE 11

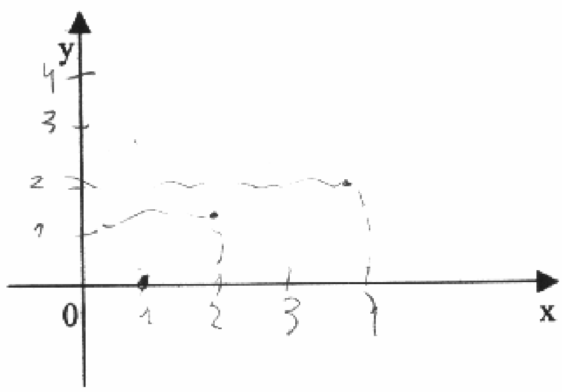
Representa graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = x^2$



x	y
0	0
1	1
2	4
3	9

ATIVIDADE 12

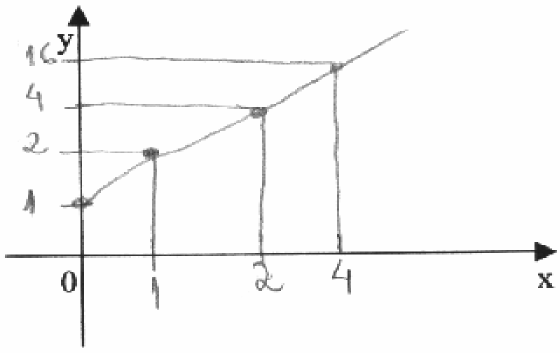
Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = 2^x$.



Exemplo 20

ATIVIDADE 12

Represente graficamente a função f: N em N definida por $f(x) = 2^x$.



x	y
0	1
1	2
2	4
4	16

Exemplo 21

ATIVIDADE 13

Durante o ano de 2002 você estudou sobre todas as funções e suas diferentes formas de representar como gráfico, tabela, diagramas, representação algébrica, língua natural bem como suas conversões de uma representação para outra.
A proposta é :
Redija um problema que envolva o conteúdo de relação ou função estudado durante o ano.
Represente o problema que você escreveu num outro sistema de representação estudado e que você considera o mais fácil.

Em uma empresa, o custo de uma peça é composta de duas partes. Uma é fixa e equivale a R$20,00. A outra é variável e vale R$ 5,00 por unidade. Escreva a lei que representa a situação citada acima.

$f(x) = 20 + 5x$

O processo de reprodução das amebas pode ser representado pelo esquema

Escreva a lei que representa o nº de amebas em cada estágio e represente graficamente.

y = nº amebas x = estágio

$y = 2^x$

que você considera o mais fácil.

Em uma empresa de turismo, o valor do aluguel de um ônibus dá-se por uma taxa fixa de 98,00 reais, mais 0,56 reais por quilômetro rodado na viagem. Determine:

A) A função algébrica do preço (y) em função dos quilômetros rodados (x).

B) Quanto eu gastaria com o aluguel de um ônibus em uma viagem de ida e volta de Laguna a Tubarão, sendo que a distância entre as cidades é aproximadamente 35Km.

A) $y = 98 + 0{,}56x$

B) $y = 98 + 0{,}56(2 \times 35)$

$y = 98 + 39{,}2$

$y = 137{,}2$ reais.

x	y
0	98
10	103,6
20	109,2
30	114,8
40	120,4
50	126

clareza 100
algébrico
tabela

João quer entrar em uma academia. Após pesquisar os preços das diversas academias de sua cidade, ele decidiu qual frequentaria. Agora João tem só uma dúvida, quantos reais ele irá pagar se frequentar a academia durante um ano e meio, pagando uma mensalidade de R$ 50,00 e a matrícula de R$ 25,00? E durante dois anos?

$y = 25 + 50x$

	x	y
(1 ano)	12 meses	25 + 50(12) = R$ 625,00
(1 ano e meio)	18 meses	25 + 50(18) = R$ 925,00
(2 anos)	24 meses	25 + 50(24) = R$ 1.225,00
(2 anos e meio)	30 meses	25+50(30) = R$ 1.525,00

Exemplo 22

é expreção que uma empresa utiliza para saber quanta ela
vasa vender para ter lucra é $y = 7x - 200$, sem x o numero
de péxas que ela tem que vender.

Uma bacteria se desenvolve a cada um minuto
em duas partes em cinco minutos ela se desenvolveu
em quantas partes ?

~~Se~~ João foi a padaria e viu que o preço do
pão era de 0,8 centavos, e sua mãe tinha
lhe dado 2 R\$ para comprar pão para
a família. Qtos pães João poderá comprar?

Exemplo 23

Numa cidade o cresimento populacional
é muito acelerado. é de 5% ao ano. sendo
a população inicial 10.000 pessoas. Qual será a
população após 8 anos.

$P = P_0 (1 + 0{,}05)^t$

$P = 10.000 (1{,}05)^t$

EM UMA LOJA, UM TÊNIS CUSTA R$ 92,00, QUAL A RELAÇÃO ENTRE O DINHEIRO GASTO COM O NÚMERO DE TÊNIS, SABENDO QUE CADA TÊNIS COMPRADO TEM 10% DE DESCONTO.

$\boxed{y = 92{,}00 - \frac{10}{100} \cdot x}$

NO GRÁFICO

Numa lanchonete o preço de uma coxinha é de R$ 0,50. Qual a relação que existe entre o Nº de coxinhos, representado por x e o dinheiro gasto, representado por y.

x = Nº de coxinhos

y = valor gasto

$0 \longrightarrow 0{,}50 \cdot 0 = 0$

$1 \longrightarrow 0{,}50 \cdot 1 = 0{,}50$

$2 \longrightarrow 0{,}50 \cdot 2 = 1{,}00$

Representação algébrica

$\boxed{y = 0{,}50 \cdot x}$

Exemplo 24

que você considera o mais fácil

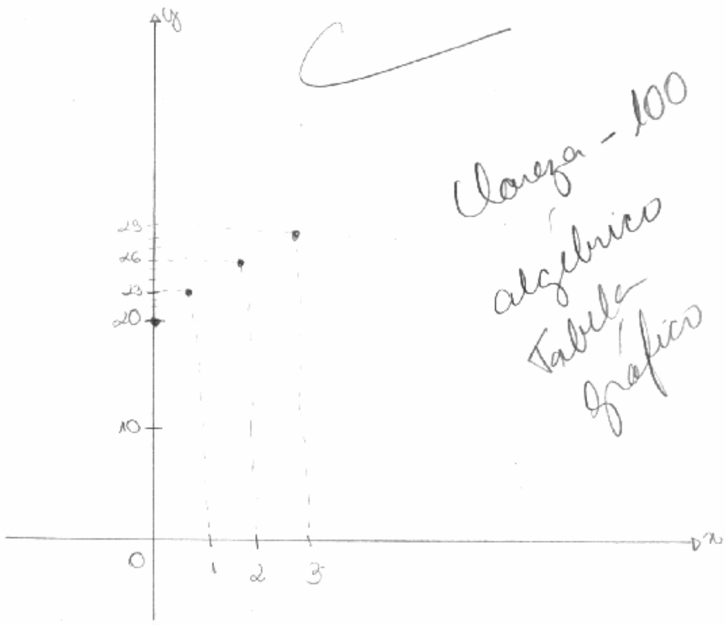
→ O preço de um picolé é de R$ 0,70. Se representarmos o número de picolés por x e o preço por y, qual a lei que representa essa função?

$$\underbrace{y}_{\text{preço}} = 0,70 \cdot \underbrace{x}_{\text{quantidade de picolés}}$$

Em uma indústria a fabricação de peças é feita por duas partes. Uma fixa de R$ 20,00 e outra variável de R$ 3,00 por cada peça feita. Quantos reais a indústria irá ganhar se produzir um estoque de 50 peças? E se não produzir nenhuma?

$y = 3x + 20$

x	y
0	20
1	23
2	26
3	29



Clareza - 100

algébrico

Tabela

gráfico

O preço de um picolé é R$ 0,70. Se representarmos o número de picolés por x e o preço por y, qual a lei que representa essa função?

$\boxed{y = 0{,}70 \cdot x}$

→ Gumercindo ganha um salário fixo. Ele tem carteira assinada. Pra cada cento a mais de salgadinhos que ele vende, o patrão dá um aumento simbólico de R$ 2,00. Sendo o salário fixo de R$ 180,00, a função seria $f(x) = 2x + 180$.

x	y
0	180
1	182
2	184
3	186
4	188
5	190
6	192

algébrico

Tabela