UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

WANDERSON DEMARTINI

AS FUNÇÕES EM DIFERENTES CONTEXTOS: UMA INVESTIGAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Palhoça

2017

WANDERSON DEMARTINI

AS FUNÇÕES EM DIFERENTES CONTEXTOS: UMA INVESTIGAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof(a). MsC. Rosana Camilo da Rosa.

Palhoça

2017

WANDERSON DEMARTINI

AS FUNÇÕES EM DIFERENTES CONTEXTOS: UMA INVESTIGAÇÃO NOS LIVROS DIDÁTICOS DO ENSINO MÉDIO

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado à obtenção do título de Licenciado em Matemática e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina.

Palhoça, 12 de dezembro de 2017.

____

Professora e orientadora Rosana Camilo da Rosa , MsC.
Universidade do Sul de Santa Catarina

____

Prof. Dalmo Gomes de Carvalho, MsC.
Universidade do Sul de Santa Catarina

____

Prof. Mário Selhorst, MsC.
Universidade do Sul de Santa Catarina

Dedico à Professora Orientadora Rosana Camilo da Rosa. Apesar de não conhecê-la pessoalmente, o respeito está expresso em suas entrelinhas.

AGRADECIMENTOS

A toda a minha família.

“E é porque amo as pessoas e amo o mundo, que eu brigo para que a justiça social se implante antes da **caridade**." (**Paulo Freire**)**.**

RESUMO

O presente estudo teve como objetivo conhecer os diferentes contextos em que os autores de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio abordam as Funções Elementares. Tece importantes considerações sobre a história das Funções e destaca alguns matemáticos que deixaram suas contribuições para o desenvolvimento deste tema. Descreve as Funções Elementares enfatizando suas propriedades e características. Apresenta uma sucinta abordagem das Funções nos Parâmetros Curriculares Nacionais que evidência que a contextualização é fundamental na apropriação do conhecimento matemático, pois possibilita ao aluno criar conexões com inúmeras situações cotidianas. Os resultados deste estudo foram obtidos a partir da investigação em dois livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, que buscou conhecer os diferentes contextos e áreas de conhecimento que os autores envolvem as Funções Elementares. Constatou-se que nas obras analisadas há sintonia com as determinações dos Parâmetros Curriculares Nacionais, nas orientações de abordagem no ensino das Funções Elementares, que enfatizam a importância da contextualização na aprendizagem deste tema.

Palavras-chave: Matemática. Funções. Contextualização.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

São muitos os desafios da escola no mundo contemporâneo e, nesse sentido, a educação manifesta a necessidade de romper com os modelos tradicionais de ensino.

O maior desafio das escolas e dos educadores está em proporcionar um espaço que priorize a ação nos alunos, mediados por profissionais que possuem um olhar voltado para as mudanças. É imprescindível que o professor compreenda como o aluno elabora e constrói o conhecimento, respeitando assim as diferenças e valorizando a cidadania.

Contextualizar fatos possibilita ao aluno a percepção de como utilizar os conteúdos trabalhados nas disciplinas, de forma prática e necessária, contribuindo para a elaboração de estruturas que permitirão uma aprendizagem significativa. Nesse sentido, tratar os conteúdos de ensino de forma contextualizada significa aproveitar ao máximo as relações existentes entre esses conteúdos e o contexto pessoal ou social do aluno.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio elegeram três grandes competências como metas a serem cumpridas na escolaridade básica da educação brasileira e uma delas é a contextualização das ciências no âmbito sócio-cultural, na forma de análise crítica das ideias e dos recursos da área e das questões do mundo que podem ser respondidas, ou transformadas, por meio do pensar e do conhecimento científico.

O estudo das Funções é um exemplo em que podemos usar a contextualização, pois permite ao aluno usar a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas variáveis e modelar conexões dentro e fora da Matemática. O ensino isolado deste tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. O conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar por meio da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento, como a Física, Geografia, Economia, Biologia, entre outras.

1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA

As funções em diferentes contextos: uma investigação nos livros didáticos do ensino médio.

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO

Em quais áreas do conhecimento os autores dos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio abordam as Funções Elementares?

Questões:

1) O que sabemos da história das funções? Seus primórdios remontam antes da era cristã?
2) Quais são os principais matemáticos considerados idealizadores no estudo das funções?
3) No dia a dia fazemos uso das funções elementares?
4) As diferentes representações de uma função favorecem a compreensão dos conceitos?

1.3 JUSTIFICATIVAS

A escolha do tema foi uma das sugestões da professora orientadora Rosana Camilo da Rosa. Na aceitação por esta sugestão não me permiti nenhuma imposição. Na verdade, neste momento não tinha muita recordação do assunto “Funções”. Creio que uma alusão, isto é, referência vaga, mas um pressentimento que se tratava de algo prazeroso, o que veio a se confirmar após as leituras realizadas sobre o tema escolhido.

Tendo em mente as aplicações das Funções, posso dissertar sobre a antes suposta motivação. Não tendo relido todo o conteúdo, creio que assim dissertando somente com a introdução do tema, em nível de ensino médio, pude relembrar da localização de um ponto, das representações de uma reta e uma parábola no plano cartesiano, sendo a reta e a parábola, as representações gráficas das funções polinomiais do 1° e 2° graus.

1.4 OBJETIVOS

Para a apresentação do estudo realizado, na sequência são elencados o objetivo geral e os específicos.

1.4.1 Objetivo Geral

Conhecer os diferentes contextos em que os autores de livros didáticos de Matemática do Ensino Médio abordam as Funções Elementares.

1.4.2 Objetivos Específicos

a) Resgatar a história das funções;
b) Destacar os principais matemáticos que contribuíram para o desenvolvimento das funções;
c) Conceituar as funções elementares (polinomiais do 1º e 2º graus, modular, exponencial, logarítmica e trigonométrica);
d) Apresentar as diferentes representações das funções elementares: natural, gráfica, tabelas e algébrica;
e) Analisar as propriedades e características das funções elementares;
f) Destacar algumas áreas do conhecimento em que as Funções Elementares são abordadas.

1.5 TIPO DA PESQUISA

Segundo Motta (2015), para a realização desta pesquisa foram considerados os seguintes aspectos:

a) Do ponto de vista da forma de abordagem do problema ela é do tipo “Pesquisa Qualitativa”, já que se consideram alguns dados descritivos que não podem ser traduzidos em gráficos ou números. Esta envolve a relação entre dados empíricos e os processos intelectuais de teorização.

b) Do ponto de vista de seus objetivos a pesquisa é do tipo “Pesquisa Exploratória”: visou proporcionar maior familiaridade com o problema, tentando torná-lo explícito e, assim, buscar o aprimoramento de ideias e a descoberta de soluções.

c) Do ponto de vista dos procedimentos técnicos esta pesquisa é do tipo “Pesquisa Bibliográfica”, pois o referencial teórico foi elaborado a partir de materiais científicos já publicados e informações confiáveis disponibilizadas em sites da internet.

A construção deste trabalho deu-se por meio das seguintes etapas:

I – Localização, seleção e transcrição das leituras referentes ao tema escolhido para a elaboração do projeto;

II – Elaboração da Fundamentação Teórica;

III – Seleção dos livros do ensino médio para a construção do capítulo 3 que trata da apresentação e discussão dos resultados;

V – Ordenação de ideias e elaboração da conclusão da pesquisa.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta monografia está dividida em quatro capítulos. O Capítulo I apresenta a introdução, destacando o tema e sua delimitação, a justificativa, a problemática, o objetivo geral e os específicos, o tipo da pesquisa e a estrutura do trabalho.

O Capítulo II destaca importantes considerações sobre a história das Funções e apresenta algumas definições das funções encontradas nos livros didáticos de matemática do ensino médio. Também traz uma abordagem das Funções Elementares enfatizando a construção dos gráficos e a análise das propriedades e características de cada função. O ensino das Funções nos Parâmetros Curriculares Nacionais também está inserido neste capítulo.

O Capítulo III mostra a análise e apresentação dos resultados obtidos a partir da investigação das Funções Elementares nos livros didáticos de Matemática do Ensino Médio, em diferentes situações, relacionando duas grandezas variáveis.

No Capítulo IV encontram-se as considerações finais, bem como algumas recomendações para trabalhos futuros.

Os estudos realizados buscaram descrever fenômenos físicos, químicos, biológicos, dentre outros, nos quais uma grandeza depende de outra, expressas em uma fórmula algébrica denominada função.

2 FUNÇÃO: UMA RELAÇÃO ENTRE GRANDEZAS VARIÁVEIS

O presente capítulo irá apresentar o estudo das funções elementares: funções do 1º e do 2º graus, modulares, exponenciais e logarítmicas. Das trigonométricas será realizada uma abordagem nas funções seno e cosseno. A pesquisa foi realizada em alguns livros de matemática do ensino médio e sites confiáveis referentes ao tema. Inicialmente apresenta-se um breve histórico das funções.

2.1 RESGATANDO A HISTÓRIA DAS FUNÇÕES

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática. Este conceito sofreu uma grande evolução ao longo dos séculos, sendo que a introdução do método analítico na definição de função, que ocorreu entre os séculos XVI e XVII, veio revolucionar a Matemática.

Segundo Eves (2004), de forma mais sistemática percebe-se a ideia de função entre os babilônios que construíram tabelas em argila associando para cada valor da primeira coluna, um número correspondente na segunda. São de fato, conhecidas tábuas de quadrados, de cubos e de raízes quadradas utilizadas por aquele povo na Antiguidade, nomeadamente, na Astronomia.

Os Pitagóricos estabeleceram relações entre grandezas físicas, como por exemplo, alturas dos sons e comprimentos das cordas vibrantes na descoberta de algumas leis da Acústica. Os astrônomos na época alexandrina construíram tabelas para os comprimentos de cordas de um círculo, conhecido o raio. O registo de algumas destas tabelas estão na obra “Almagesto” do matemático célebre – Ptolomeu, publicada entre os anos 125 e 150 d. C.. (A HISTÓRIA...)

Boyer (1994) afirma que é atribuída a Nicole d’Oresme a primeira representação gráfica de funções por meio do exemplo de um gráfico velocidade-tempo para um corpo que se move com aceleração constante. Propôs o uso de um gráfico para representar uma magnitude variável que dependesse da outra, antecipando a teoria das coordenadas de Descartes.

> A palavra função na sua forma latina equivalente parece ter sido introduzida por Leibniz em 1694, inicialmente para expressar qualquer quantidade associada a uma curva, como, por exemplo, as coordenadas de um ponto da curva, a inclinação de uma curva e o raio da curvatura de uma curva. (EVES 2004, p. 660)

De acordo com Sá (2017), a partir do século XVII começou a surgir às primeiras ideias sobre o conceito de **função**, com a necessidade de observação dos fenômenos e das leis que buscavam explicá-los. Galileu Galilei (1564-1642) e Isaac Newton (1642-1727), por exemplo, utilizaram em seus trabalhos algumas noções de lei e dependência, fortemente ligadas ao conceito de função.

Eves (2004) ainda menciona que por volta de 1718 Johann Bernoulli havia chegado a considerar uma função como uma expressão formada de uma variável e algumas constantes e Euler da mesma forma considerou uma função como uma fórmula qualquer envolvendo variáveis e constantes. Foi Euler quem criou a notação $f(x)$ para indicar a lei de uma função.

O autor acima citado ainda menciona que o conceito de Euler se manteve inalterado até que Joseph Fourier (1768-1830) foi levado a considerar as chamadas séries trigonométricas, uma forma de relação mais geral entre as variáveis que as séries já estudadas anteriormente.

Na tentativa de ampliar a definição de função, Lejeune Dirichlet (1805-1859) chegou a uma formulação que acentua a relação entre dois conjuntos de números e, tal definição, é muito próxima da que se usa nos dias atuais.

> O conceito de função é relativamente novo, visto que a maior parte do seu desenvolvimento ocorreu nos séculos XVIII e XIX, com contribuições de matemáticos como: Gottfried Wilheim Leibniz (1646-1716), Issac Newton (1642-1727), Leonhard Euler (1707-1783) e Joseph Fourier (1768-1830) (SOUZA, 2017, p. 48).

Iezzi et al (2010) ressaltam que com a criação da Teoria dos Conjuntos, no fim do século XIX, foi possível definir função como um conjunto de pares ordenados (x, y) em que x é elemento de um conjunto A, y é elemento de um conjunto B e, para todo $x \in A$, existe um único $y \in B$, tal que $(x, y) \in f$.

O item a seguir irá apresentar três definições apresentadas por autores de livros didáticos do ensino médio.

2.2 DEFINIÇÕES DE FUNÇÕES NOS LIVROS DIDÁTICOS

2.2.1 Definição 1

Segundo Giovanni, Bonjorno e Giovanni Jr (2002), a função pode ser definida com mais rigor utilizando a linguagem da teoria dos conjuntos, sendo definida como um tipo especial de relação.

Giovanni, Bonjorno e Giovanni Jr (2002, p. 84), apresentam a seguinte definição para função: “sejam A e B dois conjuntos não vazios e f uma relação de A em B. Essa relação f é uma função de A em B quando a cada elemento x do conjunto A está associado um e apenas um elemento y do conjunto B”.

2.2.2 Definição 2

Para Smole e Diniz (2010), função é um modo especial de relacionar grandezas e, nesse tipo de relação, duas grandezas x e y se relacionam de tal forma que x pode assumir qualquer valor em um conjunto A dado e, a cada valor de x, corresponde um único valor de y, em dado conjunto B.

2.2.3 Definição 3

Dante (2017, p. 42) menciona que o matemático alemão Lejeune Dirichlet escreveu uma primeira definição de função muito semelhante àquela que usamos atualmente: “Uma variável y se diz função de uma variável x se, para todo valor atribuído a x, corresponde, por alguma lei ou regra, um único valor de y. Nesse caso, x denomina-se variável **independente** e y, variável **dependente**”.

Afirma também que a definição de função por intermédio de conjuntos ocorreu no fim do século XIX e é enunciada da seguinte forma: “Dados os conjuntos X e Y, uma função $f: X \to Y$ (lê-se: uma função de X em Y) é uma regra que determina como associar a cada elemento $x \in X$ um único $y = f(x) \in Y$.”

Em seu livro, Luiz Roberto Dante define função da seguinte forma: “Dados dois conjuntos não vazios, A e B, uma função de A em B é uma regra que indica como associar cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$". (DANTE, 2017, p. 49)

2.3 AS FUNÇÕES ELEMENTARES

As funções elementares servem de modelo para a descrição de fenômenos naturais e sociais e apresentam comportamentos de crescimento ou decrescimento, oscilações, periodicidade, entre outros.

As funções elementares básicas são as funções constantes, funções polinomiais, função modular, funções exponencial e logarítmica e funções trigonométricas.

Uma função é denominada de elementar quando pode ser obtido pela combinação das quatro operações fundamentais: adição, subtração, multiplicação e divisão ou da composição das funções elementares básicas. As funções elementares são bastante estudadas e suas propriedades são muito conhecidas. Os tópicos que seguem apresentam as definições, representações gráficas e propriedades e características das funções elementares.

2.3.1 Função polinomial do 1° grau

As funções polinomiais do 1° grau ou funções afim correspondem a relações entre a variável dependente e a variável independente, expressas por polinômios do 1° grau.

De acordo com Smole e Diniz (2010, p. 94), “uma função f, de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, em que todo numero x associa o número $ax + b$, com a e b reais, $a \neq 0$, é denominada função afim ou função polinomial do 1º grau.”

Para Iezzi et al (2010), na função $f(x) = ax + b$ com $a \neq 0$, a é denominado coeficiente angular ou declividade, porque determina a inclinação da reta e b é denominado coeficiente linear do gráfico de $f(x)$.

Um caso particular da função afim é aquele em que $b = 0$. Nesse caso, temos a função afim f de $\mathbb{R}\, em\, \mathbb{R}$ dada pela lei $f(x) = ax$ com a real e $a \neq 0$, que recebe a denominação especial de função linear. O gráfico da função linear é uma reta oblíqua que passa pela origem do sistema cartesiano ortogonal.

Quando em uma função $f(x) = ax + b$ temos $a = 0$, essa lei não define uma função polinomial do 1° grau ou afim, mas sim outro tipo de função denominada função constante. Portanto toda função constante é definida de $\mathbb{R}\, em\, \mathbb{R}$ por $f(x) = 0x + b$, isto é, $f(x) = b$ para todo x. O gráfico de uma função constante é uma reta paralela ou coincidente com o eixo das abscissas.

O gráfico de uma função polinomial do 1º grau, dada por $f(x) = ax + b$ com $a \neq 0$ é uma reta não paralela aos eixos coordenados.

Uma das formas para construir o gráfico de uma função polinomial do 1º grau, é substituir valores do domínio à variável independente e calcular as respectivas imagens. No mínimo, escolhemos dois valores para x, pois dois pontos distintos determinam uma reta.

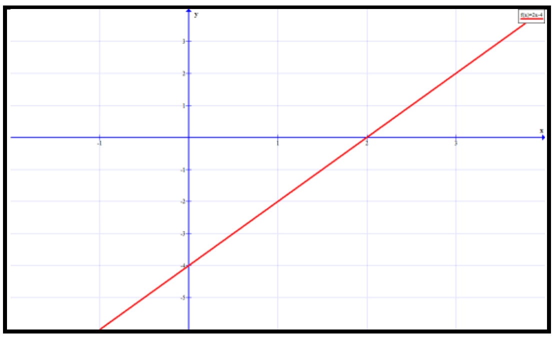
A seguir apresentamos dois exemplos de construção de gráficos das funções polinomiais do 1° grau de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$:

$a)\ y = 2x - 4$

x	$y = 2x - 4$
0	$y = 2.0 - 4 = -4$
1	$y = 2.1 - 4 = -2$

A figura 1 ilustra a representação gráfica da função $y = 2x - 4$.

Figura 1: gráfico de $y = 2x - 4$



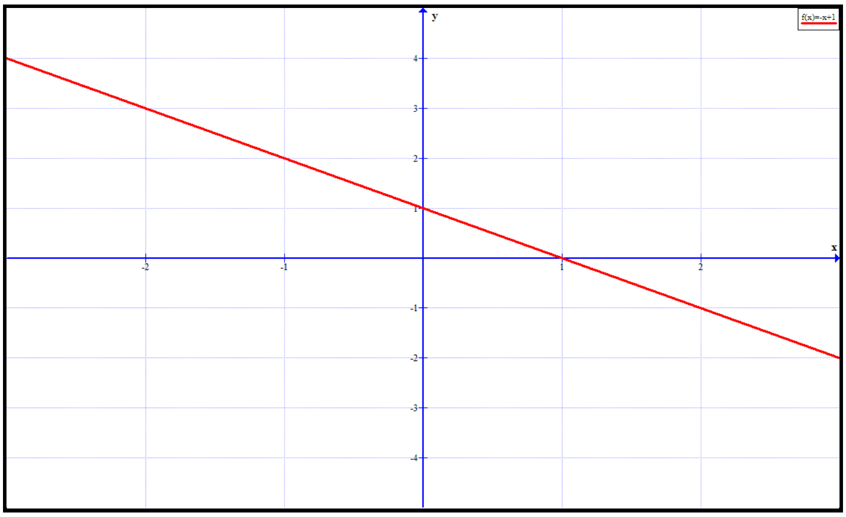
Fonte: Autor (2017)

$b) \; y = -x + 1$

x	$y = -x + 1$
0	$y = -0 + 1 = 1$
1	$y = -1 + 1 = 0$

A figura 2 ilustra a representação gráfica da função $y = -x + 1$.

Figura 2: gráfico de $y = -x + 1$



Fonte: Autor (2017)

Segundo Flemming (2008), a forma algébrica de uma função do 1° grau nos leva a uma série de conclusões sobre a função, mesmo sem termos a sua representação gráfica. A partir da representação algébrica podemos analisar algumas características e propriedades da função polinomial do 1° grau, tais como: domínio, imagem, zero ou raiz da função, crescimento e decrescimento e sinal da função.

O domínio e a imagem de uma função polinomial do 1° grau é o conjunto $D = \mathbb{R}$ e $Im = \mathbb{R}$, respectivamente. Giovanni, Bonjorno e Giovanni Jr (2002) ressaltam que quando a função está vinculada a uma situação real, é preciso verificar o que representa a variável independente para determinar o seu domínio.

Denomina-se zero ou raiz da função $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$, o valor de x que anula a função, isto é, torna $f(x) = 0$. Geometricamente, o zero da função polinomial do 1º grau é a abscissa do ponto em que a reta corta o eixo x.

Quanto ao crescimento e decrescimento, Smole e Diniz (2010) destacam que uma função polinomial do 1° grau é crescente quando aumentando o valor de x, o valor de y aumenta e, decrescente, quando aumentando o valor de x o valor de y diminui. De modo geral, para a função $f(x) = ax + b$, temos:

a) Se $a > 0$, a função é crescente;

b) Se $a < 0$, a função é decrescente.

Para Iezzi e outros (2010), estudar o sinal de uma função polinomial do 1° grau é determinar os valores de *x* para os quais *y* é positivo ou *y* é negativo.

Consideremos a função afim $y = ax + b$, com a raiz $x = -\frac{b}{a}$. Temos dois casos:

a) Se $a > 0$, a função é crescente:

$$y > 0 \to ax + b > 0 \to x > -\frac{b}{a}$$

$$y < 0 \to ax + b < 0 \to x < -\frac{b}{a}$$

b) Se $a < 0$, a função é decrescente:

$$y > 0 \to ax + b > 0 \to x < -\frac{b}{a}$$

$$y < 0 \to ax + b < 0 \to x > -\frac{b}{a}$$

Nas funções representadas nas figuras 1 e 2 o zero ou raiz correspondem respectivamente a $x = 2$ e $x = 1$. A função $y = 2x - 4$ é crescente e $y = -x + 1$ é decrescente e ambas possuem domínio e imagem representados pelo conjunto dos números reais. No estudo da variação do sinal, para $y = 2x - 4$, temos que $y < 0$ para $x < 2$ e $y > 0$ para $x > 2$. Já para $y = -x + 1$, temos que $y < 0$ para $x > 1$ e $y > 0$ para $x < 1$.

Vale ressaltar que todas as características acima citadas podem ser visualizadas diretamente com a análise gráfica.

2.3.2 Função polinomial do 2º grau ou quadrática

Algumas funções são muito utilizadas em Física, para descrever movimentos nos quais se relaciona a posição de um objeto em função do tempo. Uma dessas funções é a função quadrática.

Dante (2017, p. 102) define função polinomial do 2º grau ou função quadrática assim: “uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se quadrática quando existem números reais a, b e c, com $a \neq 0$, tal que f leva x em $ax^2 + bx + c$, para todo $x \in \mathbb{R}$”.

O gráfico de uma função quadrática corresponde a uma curva muito especial chamada parábola**.**

Há pontos importantes que podemos constatar no gráfico cartesiano de uma função quadrática, quais sejam: suas raízes, ponto em que a parábola intercepta o eixo $0y$, o vértice e a concavidade.

Ao construirmos o gráfico de uma função polinomial do segundo grau a parábola assume concavidade voltada para cima quando o coeficiente a é maior que zero e concavidade voltada para baixo quando o coeficiente a é menor que zero. Quanto menor o valor absoluto de a maior será abertura da parábola e quanto maior o valor absoluto de a, menor será a abertura da parábola.

Para Smole e Diniz (2010), achar as raízes ou zeros de uma função quadrática é descobrir os pontos em que a parábola da equação $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, intercepta o eixo das abscissas. Assim devemos tornar $f(x) = 0$, ou seja, $ax^2 + bx + c = 0$.

Uma das maneiras de determinar os zeros da função quadrática é usar a fórmula resolutiva da equação do segundo grau:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$$

em que $\Delta = b^2 - 4ac$ é o discriminante.

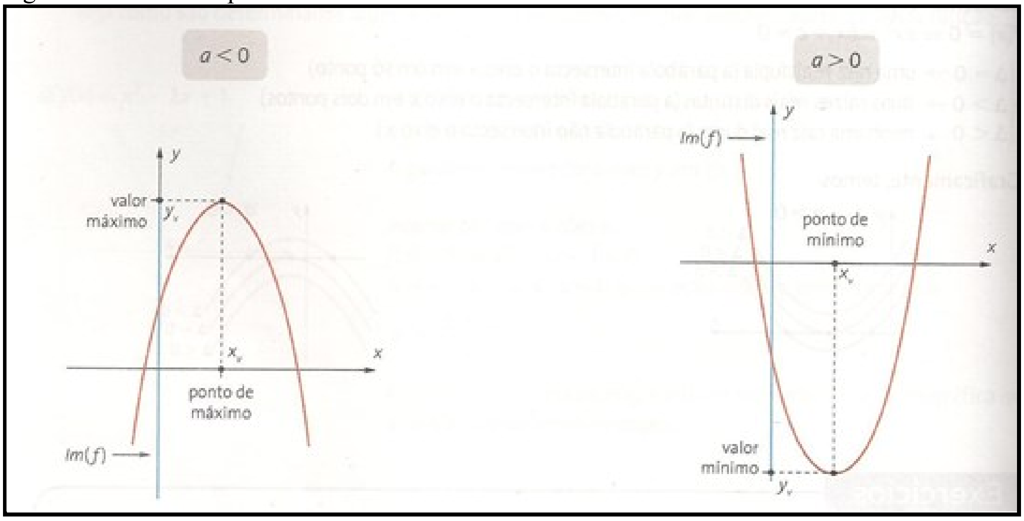
A quantidade de raízes reais de uma função quadrática depende do valor obtido para o discriminante, e podem ocorrer três casos:

a) $\Delta > 0$: a equação tem duas raízes reais e a parábola intercepta o eixo x em dois pontos;
b) $\Delta = 0$: a equação tem uma raiz real e a parábola intercepta o eixo x em apenas um ponto;
c) $\Delta < 0$: a equação não tem nenhuma raiz real e a parábola não intercepta o eixo x.

A parábola intercepta o eixo Oy quando x for igual a 0. Substituindo x por 0 na função $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, obtemos $f(0) = c$, ou seja $y = c$.

Dante (2017) destaca que a determinação do vértice da parábola ajuda na elaboração do gráfico e permite determinar a imagem da função, bem como seu valor máximo ou mínimo.

Figura 3 – vértice da parábola



Fonte: Dante (2017)

O mesmo autor ainda menciona que uma das maneiras de determinar o vértice é lembrar que a parábola, representação de uma função quadrática, é simétrica em relação a um eixo vertical. Determinando a posição deste eixo, encontraremos a abscissa do vértice e obteremos a ordenada, substituindo a abscissa na variável independente da função.

Smole e Diniz (2010) complementam que para determinar o vértice $V = (x_V, y_V)$, devemos partir do ponto P(0, c), ponto de intersecção com o eixo das ordenadas.

Para $y = c$, em $y = ax^2 + bx + c$, temos:

$$c = ax^2 + bx + c$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \; ou \; x = -\frac{b}{a}$$

Temos dois casos a considerar:

a) $b \neq 0$, existe um outro ponto da parábola com ordenada c: o ponto $\left(-\frac{b}{a}, c\right)$. Sabemos que a parábola possui um eixo de simetria, que será distinto de Oy. Como $\left(-\frac{b}{a}, c\right)$ e $(0, c)$ devem ser equidistantes do eixo de simetria, então todos esses pontos desse eixo tem abscissa igual à metade de $-\frac{b}{a}$, ou seja, $-\frac{b}{2a}$. O vértice tem abscissa $x_V = -\frac{b}{2a}$ e sua ordenada y_V é a imagem de x_V pela função:

$$y_V = a\left(-\frac{b}{2a}\right)^2 + b.\left(-\frac{b}{2a}\right) + c$$

$$y_V = a.\frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_V = \frac{b^2}{4a} - \frac{b^2}{2a} + c$$

$$y_V = \frac{b^2 - 2b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_V = \frac{-b^2 + 4ac}{4a}$$

$$y_V = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a}$$

Portanto o vértice é o ponto $V\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$

b) Se $b = 0$, então $x = -\frac{0}{a} \rightarrow x = 0$. Assim sendo, o vértice $V(0, c)$ é o próprio ponto $P(0, c)$, que se encontra no eixo de simetria da parábola.

Para Dante (2017), sendo $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$ e $V(x_V, y_V)$ o vértice da parábola correspondente, temos duas situações a considerar:

a) $a > 0 \Leftrightarrow y_V$ é o valor mínimo de $f(x) \Leftrightarrow Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \geq y_V\}$

b) $a < 0 \Leftrightarrow y_V$ é o valor máximo de $f(x) \Leftrightarrow Im(f) = \{y \in \mathbb{R} | y \leq y_V\}$

O vértice da parábola que representa uma função quadrática nos mostra, também, os intervalos em que a função é crescente e decrescente. O ponto limite entre o crescimento e o decrescimento de uma função quadrática é obtido projetando-se ortogonalmente o vértice no eixo x. Temos dois casos a considerar:

a) $a > 0$, $f(x)$ é crescente no intervalo $[x_V, \infty[$ e decrescente em $]-\infty, x_V]$;

b) $a < 0$, $f(x)$ é crescente no intervalo $]-\infty, x_V]$ e decrescente em $[x_V, \infty[$.

Outra propriedade da função quadrática refere-se ao estudo da variação do sinal. Para Smole e Diniz (2010) estudar o sinal de uma função $f(x)$ significa descobrir os valores de x para os quais $f(x) < 0$ ou $f(x) = 0$ ou $f(x) > 0$. Iezzi e outros (2010) salientam que, conforme o sinal do discriminante $\Delta = b^2 - 4.a.c$ podem ocorrer os seguintes casos:

a) $\Delta > 0 \Rightarrow$ a função quadrática admite duas raízes reais e distintas. A parábola intercepta o eixo das abscissas em dois pontos.

b) $\Delta = 0 \Rightarrow$ a função quadrática admite duas raízes reais iguais. A parábola tangencia o eixo das abscissas.

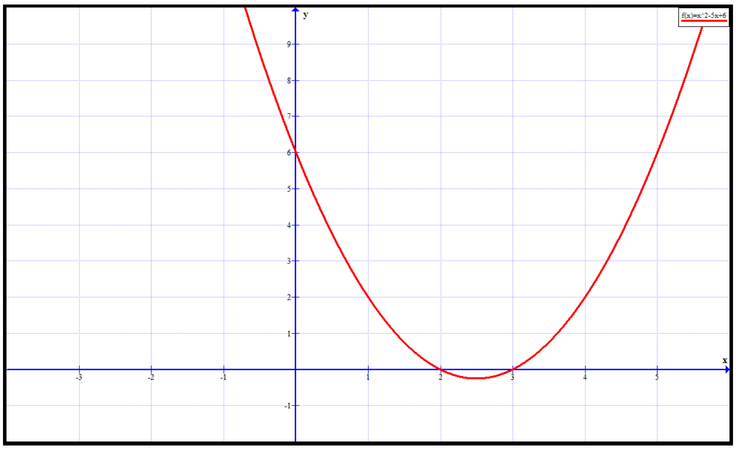
c) $\Delta < 0 \Rightarrow$ a função quadrática não admite raízes reais. A parábola não intercepta o eixo das abscissas.

Para traçar o gráfico de uma função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$, devemos: (1) determinar suas raízes, (2) observar o coeficiente c para determinar o ponto em que a parábola cruzará o eixo $0y$, (3) analisar o sinal do coeficiente a para conhecer a concavidade da parábola, (4) determinar o vértice e (5) traçar a parábola unindo os pontos analisados, lembrando que o gráfico é simétrico em relação a um eixo paralelo ao eixo das ordenadas e que passa pelo vértice.

Os gráficos a seguir são representações das funções polinomiais do segundo grau ou quadrática.

a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$

Figura 4: gráfico de $f(x) = x^2 - 5x + 6$



Fonte: Autor (2017)

A partir do gráfico representado na figura 4 é possível visualizar as características das funções quadráticas já citadas anteriormente:

a) Concavidade voltada para cima, pois $a = 1 > 0$

b) As raízes são reais e distintas: $x' = 2 \; e \; x'' = 3$. Geometricamente as raízes de uma função quadrática são os pontos onde a parábola intercepta o eixo das abscissas;

c) A intersecção com o eixo Oy, eixo das ordenadas, ocorre no ponto $(0{,}6)$;

d) O vértice, que representa o ponto mínimo da função, é representado pelo ponto $V(2{,}5; 0{,}25)$;

e) O domínio é $D = \mathbb{R}$ e a imagem é $Im = \{y \in \mathbb{R} | y \geq 0{,}25\}$

f) A função é crescente no intervalo $[2{,}5; \infty[$ e decrescente no intervalo $]-\infty; 2{,}5]$

g) O estudo da variação do sinal:

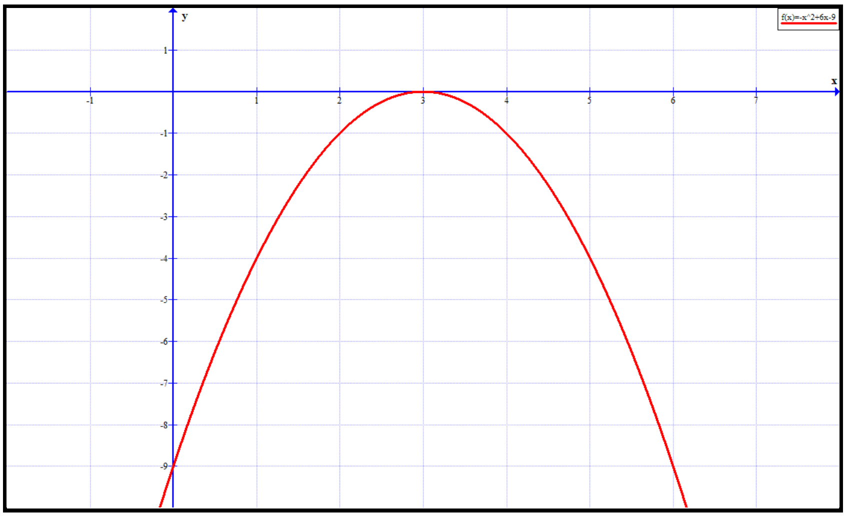
   a. $f(x) = 0$, para $x = 2$ ou $x = 3$;

   b. $f(x) > 0$, para $x < 2$ ou $x > 3$;

   c. $f(x) < 0$, para $2 < x < 3$.

$b)\ f(x) = -x^2 + 6x - 9$

Figura 5: gráfico de $f(x) = -x^2 + 6x - 9$



Fonte: Autor (2017)

A partir do gráfico representado na figura 5, é possível visualizar as seguintes características:

a) Concavidade voltada para baixo, pois $a = -1 < 0$

b) As raízes são reais iguais, isto é temos uma raiz dupla: $x' = x" = 3$. Geometricamente, a parábola tangencia o eixo das abscissas no ponto de coordenadas $(3, 0)$;

c) A intersecção com o eixo Oy, eixo das ordenadas, ocorre no ponto $(0, -9)$;

d) O vértice, que representa o ponto máximo da função, é representado pelo ponto $V(3, 0)$;

e) O domínio é $D = \mathbb{R}$, e a imagem é $Im = \{y \in \mathbb{R} | y \leq 0\}$

f) A função é crescente no intervalo $]-\infty; 3]$ e decrescente no intervalo $[3; \infty[$

g) O estudo da variação do sinal:

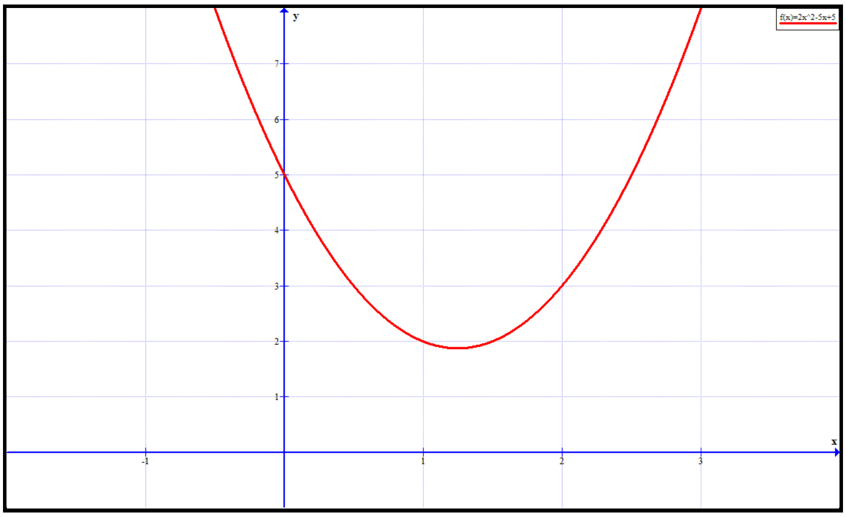
a. $f(x) = 0$, para $x = 3$;

b. $f(x) > 0$, $\nexists\, x \in \mathbb{R}$;

c. $f(x) < 0$, para $x \neq 3$.

$c)\ f(x) = 2x^2 - 2x + 5$

Figura 6: gráfico de $f(x) = 2x^2 - 5x + 5$



Fonte: Autor (2017)

A partir do gráfico representado na figura 6 é possível visualizar as seguintes características:

a) Concavidade voltada para cima, pois $a = 2 > 0$

b) A função não possui raízes reais, logo a parábola não toca o eixo das abscissas.;

c) A intersecção com o eixo Oy, eixo das ordenadas, ocorre no ponto $(0, 5)$;

d) O vértice, que representa o ponto mínimo da função, é representado pelo ponto $V\left(\frac{5}{4}, \frac{15}{8}\right)$;

e) O domínio é $D = \mathbb{R}$ e a imagem é $Im = \left\{y \in \mathbb{R} | y \geq \frac{15}{8}\right\}$

f) A função é crescente no intervalo $\left[\frac{5}{4}; \infty\right[$ e decrescente no intervalo $\left]-\infty; \frac{5}{4}\right]$

g) O estudo da variação do sinal:

a. $f(x) = 0, \nexists\, x \in \mathbb{R}$;

b. $f(x) > 0, \forall\, x \in \mathbb{R}$;

c. $f(x) < 0, \nexists\, x \in \mathbb{R}$.

O tópico a seguir irá abordar a função Modular, destacando a construção do gráfico e suas propriedades e características.

2.3.3 Função Modular

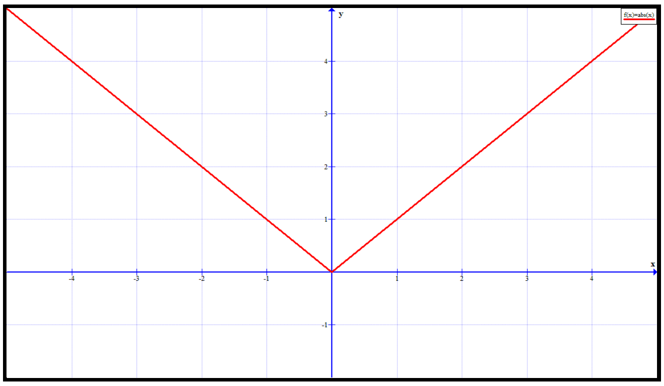
A função modular é aquela que associa a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ real um elemento $|x| \in \mathbb{R}_+$.

Para que o conceito de função fique claro adotamos a notação de uma função $f(x) = |x|$, como sendo:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x, se\ x \geq 0 \\ -x, se\ x < 0 \end{cases}$$

O gráfico de $f(x) = |x|$ é semelhante ao gráfico de $f(x) = x$, sendo que a parte negativa do gráfico será "refletida" sempre para um f(x) positivo. A representação a seguir corresponde a função $f(x) = |x|$:

Figura 7:gráfico da função $f(x) = |x|$



Fonte: Autor (2017)

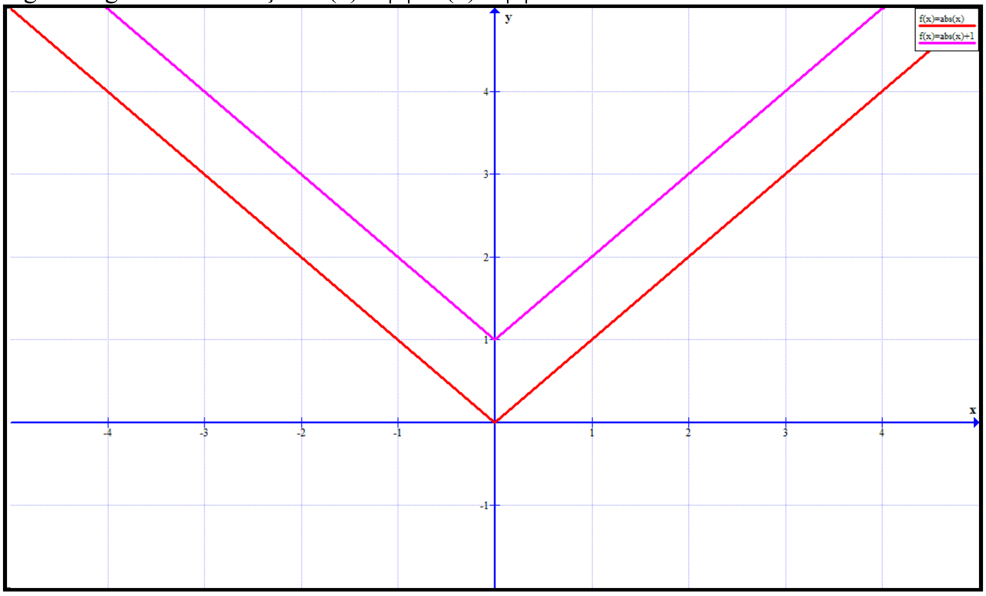
Observando o gráfico podemos extrair algumas características, tais como:O domínio é $D = \mathbb{R}$;

a) A imagem é $Im = [0, +\infty[$;
b) A raiz é $x = 0$, valor de x que anula a função.
c) A função é crescente no intervalo $[0, +\infty[$ e decrescente de $]-\infty, 0]$.

Iezzi et al (2010) mencionam que a partir do gráfico da função $f(x) = |x|$ podemos construir o gráfico de outras funções definidas por uma lei do tipo $f(x) = |x| + k$ e $f(x) = |x + k|$, em que $k \in \mathbb{R}$. O gráfico destas funções sofre um deslocamento denominado de translação vertical e horizontal, respectivamente.

A figura 8 ilustra o gráfico das funções $f(x) = |x|$ e $f(x) = |x| + 1$, representado no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, deslocado verticalmente.

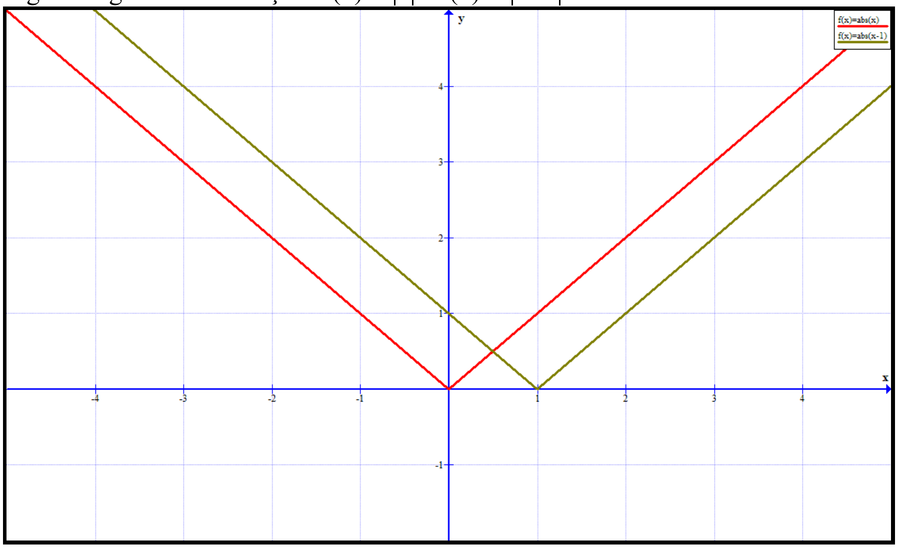
Figura 8: gráfico das funções f(x) = |x| e f(x) = |x| + 1



Fonte: Autor (2017)

A figura 9 ilustra o gráfico das funções $f(x) = |x|$ e $f(x) = |x - 1|$, representado no mesmo sistema de coordenadas cartesianas, deslocado horizontalmente.

Figura 9: gráfico das funções f(x) = |x| e f(x) = |x -1|



Fonte: Autor (2017)

A translação ocorre quando adicionamos ou subtraímos valores internamente ou externamente ao módulo $|x|$.

2.3.4 Função exponencial

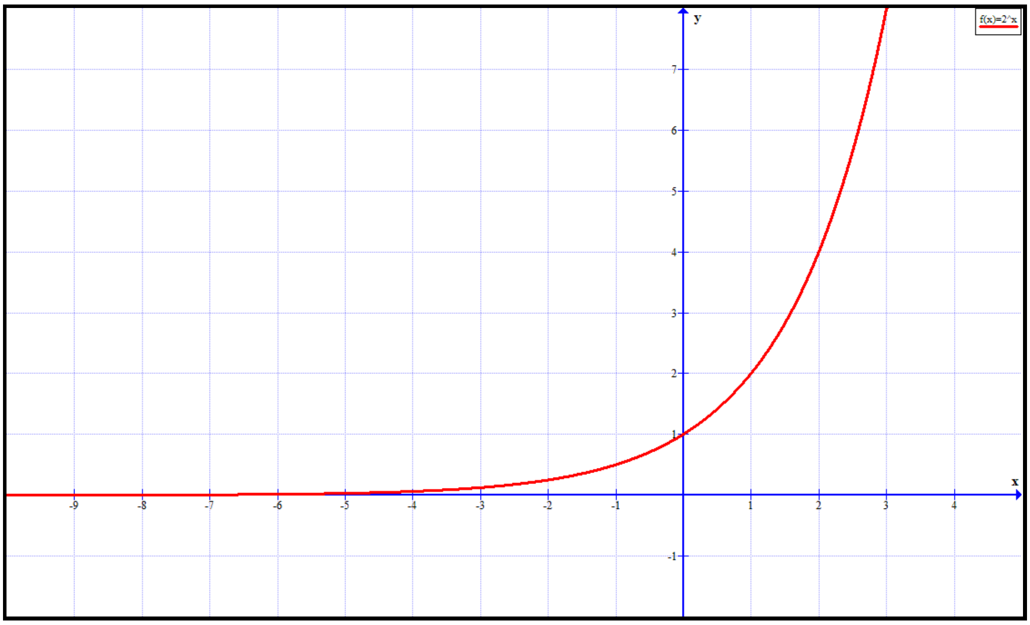
A função exponencial é aquela em que a variável independente é um expoente. Matematicamente é definida como uma função $f : R \to R_+^*$, tal que $f(x) = a^x$, em que $a \in a\,\mathbb{R}, a > 0\, e\, a \neq 1$.

São funções que crescem ou decrescem muito rapidamente, desempenhando papéis importantes na Matemática, Física, Química, e outras áreas que se relacionam com a matemática. Como exemplos podemos citar o crescimento populacional de bactérias, os rendimentos obtidos em uma aplicação a juros compostos e a previsão do período de semidesintegração de elementos radioativos.

Segundo Dante (2017), o gráfico da função exponencial é representado por uma curva, obtido por meio dos pares ordenados, que relacionam os valores de $\boldsymbol{x}$ aos de $\boldsymbol{y = a^x}$.

Os gráficos das funções $\boldsymbol{y = 2^x}$ e $\boldsymbol{y = \left(\frac{1}{2}\right)^x}$ estão representados nas figuras 10 e 11.

Figura 10: gráfico de $y = 2^x$



Fonte: Autor (2017)

Observando o gráfico é possível perceber algumas características da função exponencial $y = 2^x$:

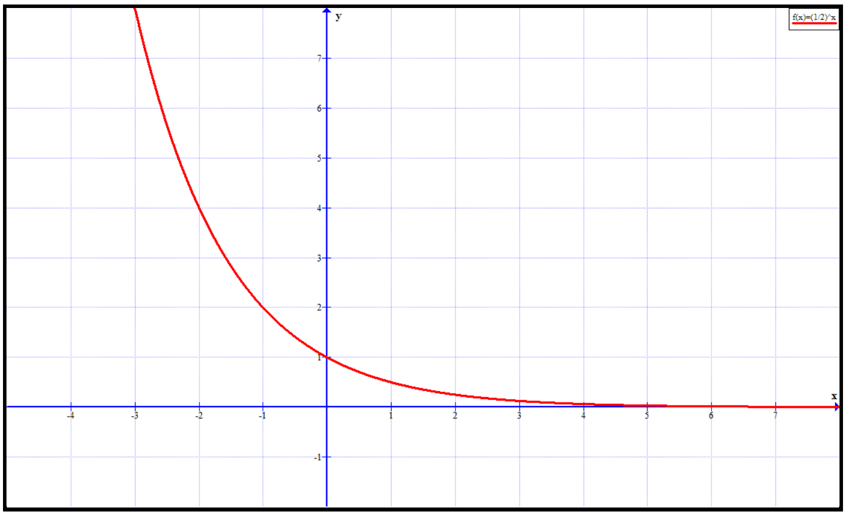
a) O domínio são todos os números reais, isto é: $D = \mathbb{R}$;

b) O conjunto imagem é $Im =]0, +\infty[$;

c) O gráfico não toca o eixo das abscissas, logo a função não possui zero ou raiz;

d) A função é crescente, pois à medida que x cresce o crescimento de y se torna mais acentuado. Outra forma de classificar o crescimento é por meio da base. A base desta função é $a = 2 > 1$, logo y é crescente.

Figura 11: gráfico de $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Fonte: Autor (2017)

Observando o gráfico é possível perceber algumas características da função exponencial $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$:

a) O domínio são todos os números reais, isto é: $D = \mathbb{R}$;

b) O conjunto imagem é $Im =]0, +\infty[$;

c) O gráfico não toca o eixo das abscissas, logo a função não possui zero ou raiz;

d) A função é decrescente, pois à medida que x cresce o decrescimento de y se torna mais acentuado. Outra forma de classificar o decrescimento é por meio da base. A base desta função é $a = \frac{1}{2}\ e\ 0 < \frac{1}{2} < 1$, logo y é decrescente.

Para Iezzi et al (2010) existem outras funções de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ cujas leis apresentam a variável x no expoente de alguma potência ($a > 0\ e\ a \neq 1$). São exemplos:

a) $y = 3.2^x$

b) $y = \frac{1}{4}.10^x$

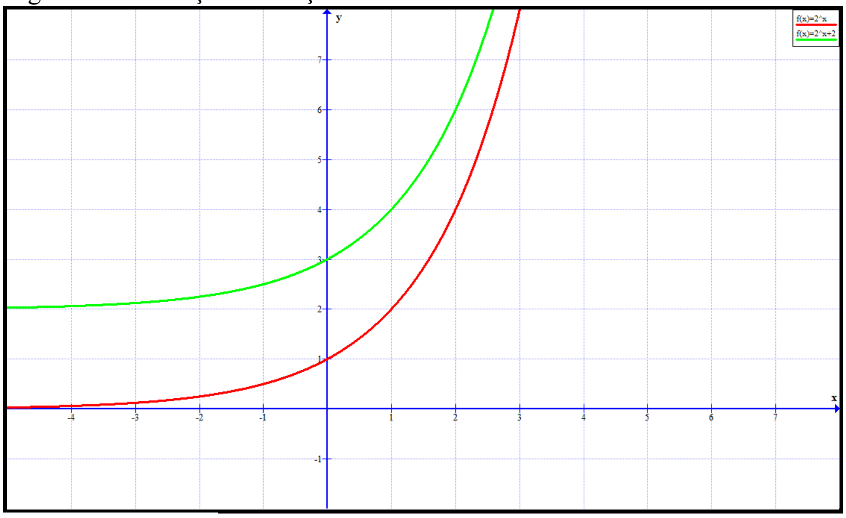
c) $y = 2^{x-1} + 3$

d) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x - 2$

Estas funções têm como gráficos curvas exponenciais semelhantes às apresentadas nas figuras 10 e 11, e são consideradas funções exponenciais.

A figura 12 ilustra o gráfico da função $y = 2^x + 2$:

Figura 12: translação de funções



Fonte: Autor (2017)

O gráfico da função $y = 2^x + 2$ foi obtido a partir do gráfico de $y = 2^x$, deslocando duas unidades para cima.

A imagem da função $y = 2^x + 2$ é o conjunto $Im =]2, +\infty[$, o domínio é o conjunto dos números reais, a função não possui raiz ou zero e é crescente.

2.3.5 Função Logarítmica

Segundo Iezzi et al (2010), credita-se ao escocês John Napier (1550 – 1617) a descoberta dos logaritmos, embora outros matemáticos da época, como o suíço Jobst Bürgi (1552 -1632) e o inglês Henry Briggs (1561 -1630) também tenham dado importantes contribuições.

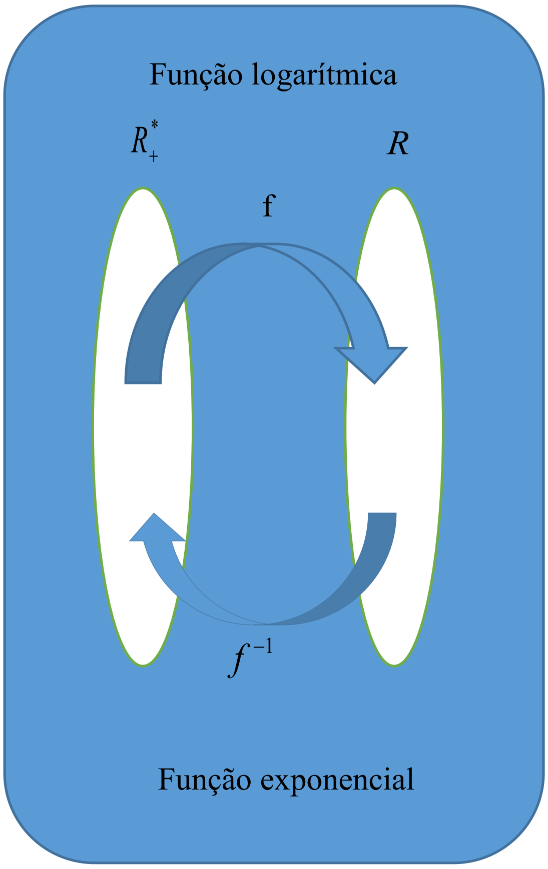
O logaritmo nos dias de hoje possui a sua formulação bem definida e estruturada, que é dada segundo Dante (2017, p.176) como:

“Dados os números reais positivos a e b, com $a \neq 1$, se $b = a^c$, então o expoente c chama-se logaritmo de b na base a, ou seja, $\log_a b = c \iff a^c = b$, com a e b positivos e $a \neq 1$.”

Continua a dizer SOUZA e GARCIA (2016, p. 168) “[...] que uma função $f : R \rightarrow R_+^*$, definida por $f(x) = a^x$, com a > 0 e a ≠ 1 é denominada função exponencial. [...] que essa função é bijetiva e, dessa maneira, possui inversa [...], que é a função logarítmica, [...]”.

Os autores acima citados definem que “uma função $f : R_+^* \rightarrow R$, definida por $f(x) = \log_a x$ ou $y = \log_a x$, com a > 0 e a ≠ 1, é denominada função logarítmica.”

Figura 13: função logarítmica e exponencial na nomenclatura de conjunto



Fonte: Autor (2017)

Dante (2017) ressalta que as funções logarítmicas mais usadas são as que possuem base $a > 1$. Em especial as de base 10 (logaritmos decimais), as de base 2 (logaritmos binários) e as de base e (logaritmos naturais).

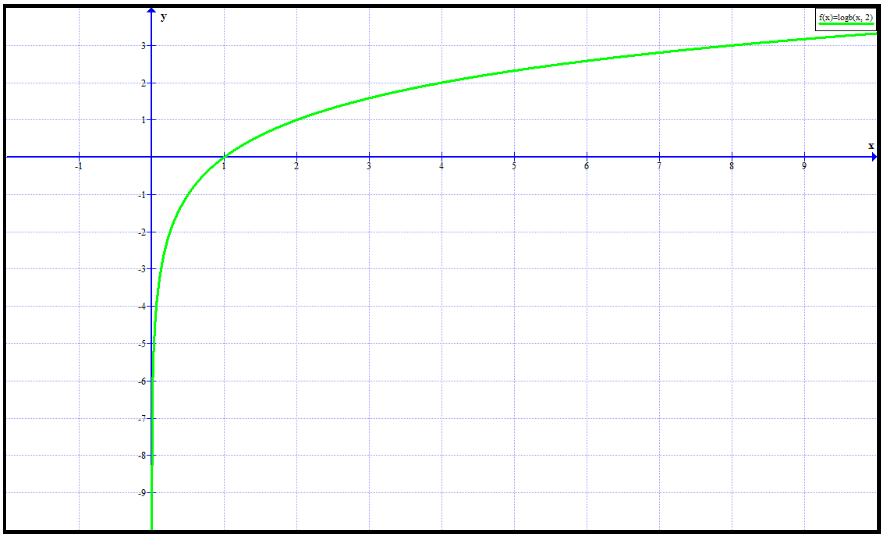
Para a construção do gráfico da função logarítmica devemos estar atentos a duas situações:

a) $a > 1$

b) $0 < a < 1$

A figura 14 mostra a representação gráfica da função $f(x) = \log_2 x$:

Figura 14: gráfico da função $f(x) = \log_2 x$



Fonte: Autor (2017)

O gráfico da função $f(x) = \log_2 x$ foi construído a partir dos pares ordenados representado na tabela 1:

Tabela 1: pares ordenados para o gráfico da figura 14

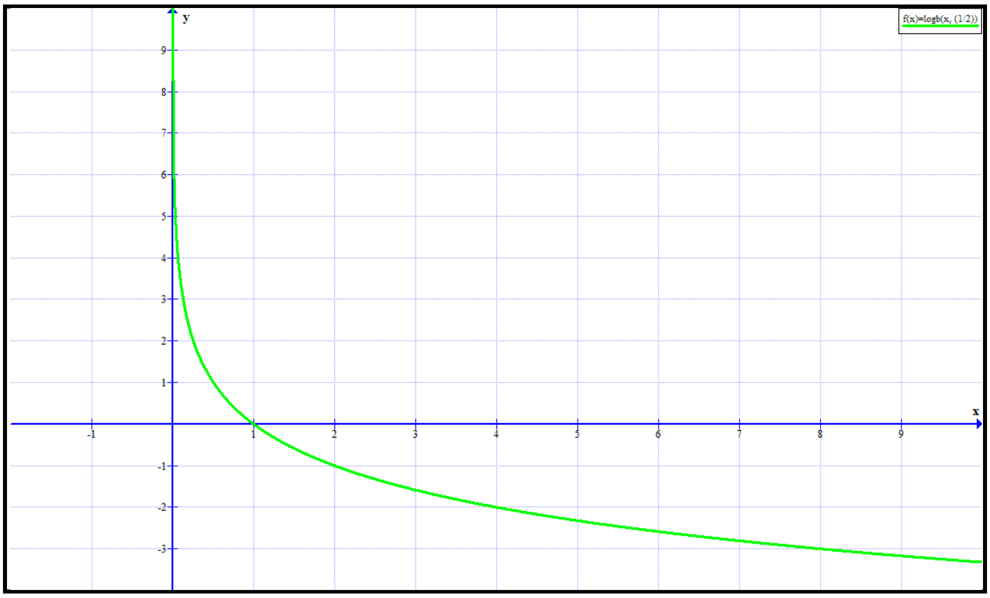
x	$f(x) = \log_2 x$	(x, y)
$1/8$	$f(1/8) = \log_2 1/8 = -3$	$(1/8, -3)$
$1/4$	$f(1/4) = \log_2 1/4 = -2$	$(1/4, -2)$
$1/2$	$f(1/2) = \log_2 1/2 = -1$	$(1/2, -1)$
1	$f(1) = \log_2 1 = 0$	$(1,0)$
2	$f(2) = \log_2 2 = 1$	$(2,1)$
4	$f(4) = \log_2 4 = 2$	$(4,2)$
8	$f(8) = \log_2 8 = 3$	$(8,3)$

Fonte: Autor (2017)

A função $f(x) = \log_2 x$ tem domínio $D =]0, +\infty[$, imagem todos os reais, é crescente, pois a base é a = 2 > 1 e possui uma raiz em x = 1.

A figura 15 mostra a representação gráfica da função $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$:

Figura 15: gráfico da função $\log_{\frac{1}{2}} x$



Fonte: Autor (2017)

O gráfico da função $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ foi construído a partir dos pares ordenados representado na tabela 2:

Tabela 2: pares ordenados para o gráfico da figura 15

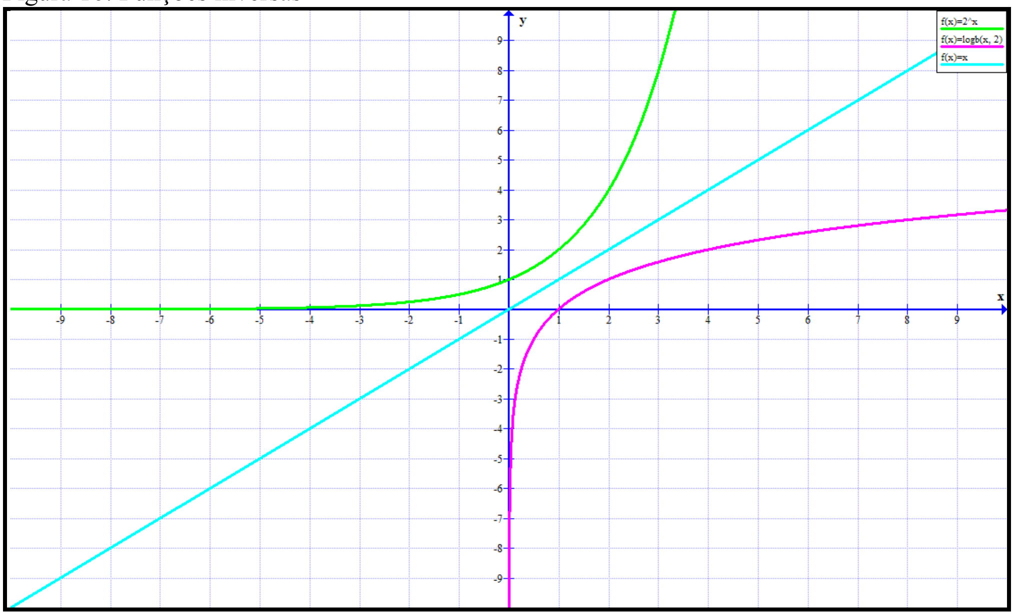
x	$f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$	(x, y)
$1/8$	$f(1/8) = \log_{\frac{1}{2}} 1/8 = 3$	$(1/8, 3)$
$1/4$	$f(1/4) = \log_{\frac{1}{2}} 1/4 = 2$	$(1/4, 2)$
$1/2$	$f(1/2) = \log_{\frac{1}{2}} 1/2 = 1$	$(1/2, 1)$
1	$f(1) = \log_{\frac{1}{2}} 1 = 0$	$(1,0)$
2	$f(2) = \log_{\frac{1}{2}} 2 = -1$	$(2, -1)$
4	$f(4) = \log_{\frac{1}{2}} 4 = -2$	$(4, -2)$
8	$f(8) = \log_{\frac{1}{2}} 8 = -3$	$(8, -3)$

Fonte: Autor (2017)

A função $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ tem domínio $D =]0, +\infty[$, imagem todos os reais, é decrescente, pois a base é a = $\frac{1}{2}$, 0 < a < 1, e possui uma raiz em x=1.

Afirma Dante (2017) que os gráficos de duas funções inversas são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares. A figura 16 mostra uma relação entre o gráfico de uma função logarítmica e uma função exponencial de mesma base.

Figura 16: Funções inversas



Fonte: Autor (2017)

O item a seguir irá abordar as funções trigonométricas seno e cosseno.

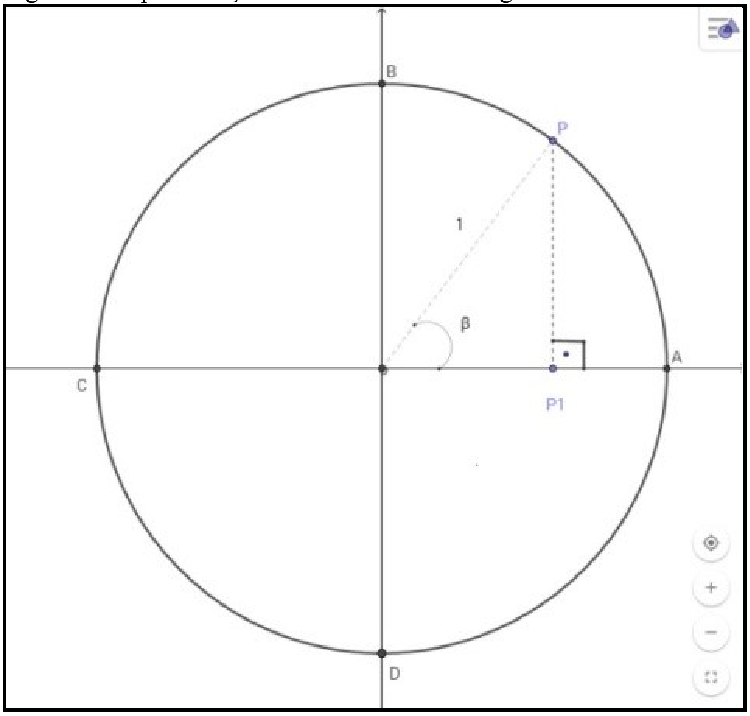
2.3.6 Funções Trigonométricas: seno e cosseno

2.3.6.1 Função seno

Definem Smole e Diniz (2017, p. 29): “Função seno (sen) é a função de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, que a todo número β associa a ordenada do ponto P, imagem de β no círculo trigonométrico”.

A figura 17 mostra a representação do seno no círculo trigonométrico.

Figura 17: representação do seno no círculo trigonométrico



Fonte: Smole e Diniz (2017)

O eixo Oy passa a ser denominado eixo dos senos.

Os valores notáveis para o seno na circunferência trigonométrica são mostrados na tabela 3:

Tabela 3: valores do seno

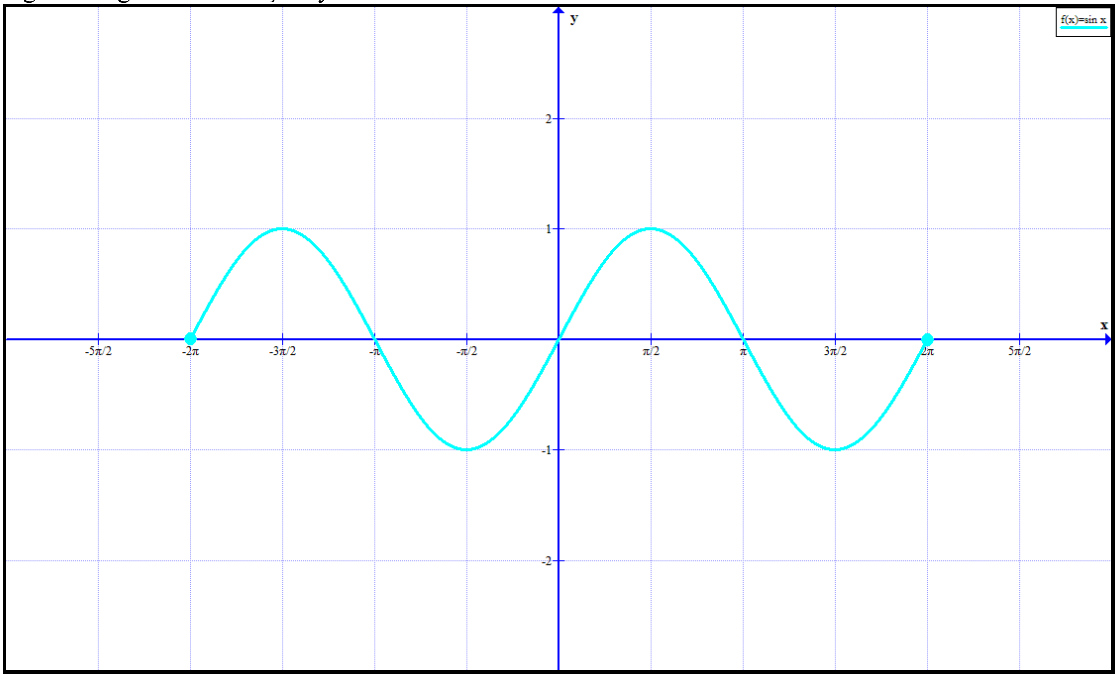
β	$sen\beta$
0° ou 0	0
$90°$ ou $\frac{\pi}{2}\ rad$	1
$180°$ ou $\pi\ rad$	0
$270°$ ou $\frac{3\pi}{2}\ rad$	-1
$360°$ ou $2\pi\ rad$	0

Fonte: Autor (2017)

Os sinais de seno β em cada quadrante são: primeiro e segundo quadrantes positivo e terceiro e quarto quadrantes negativo.

A figura 18 mostra a representação da função $y = sen\ x$ no intervalo de $[-2\pi, 2\pi]$.

Figura 18: gráfico da função y = senx



Fonte: Autor (2017)

Observando o gráfico podemos extrair algumas características da função $y = senx$, tais como:

a) O domínio é $D = [-2\pi, 2\pi]$, mas quando não há informação no enunciado sobre o campo de construção, o domínio são todos os reais;

b) A imagem é $Im = [-1, 1]$ sendo -1 o valor mínimo e 1 o valor máximo.

c) No intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ temos as raízes $-2\pi, -\pi, 0, \pi\ e\ 2\pi$;

d) A função é crescente no intervalo $\left[-2\pi, \frac{-3\pi}{2}\right] \cup \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$ e decrescente de $\left[-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}\right] \cup \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right]$;

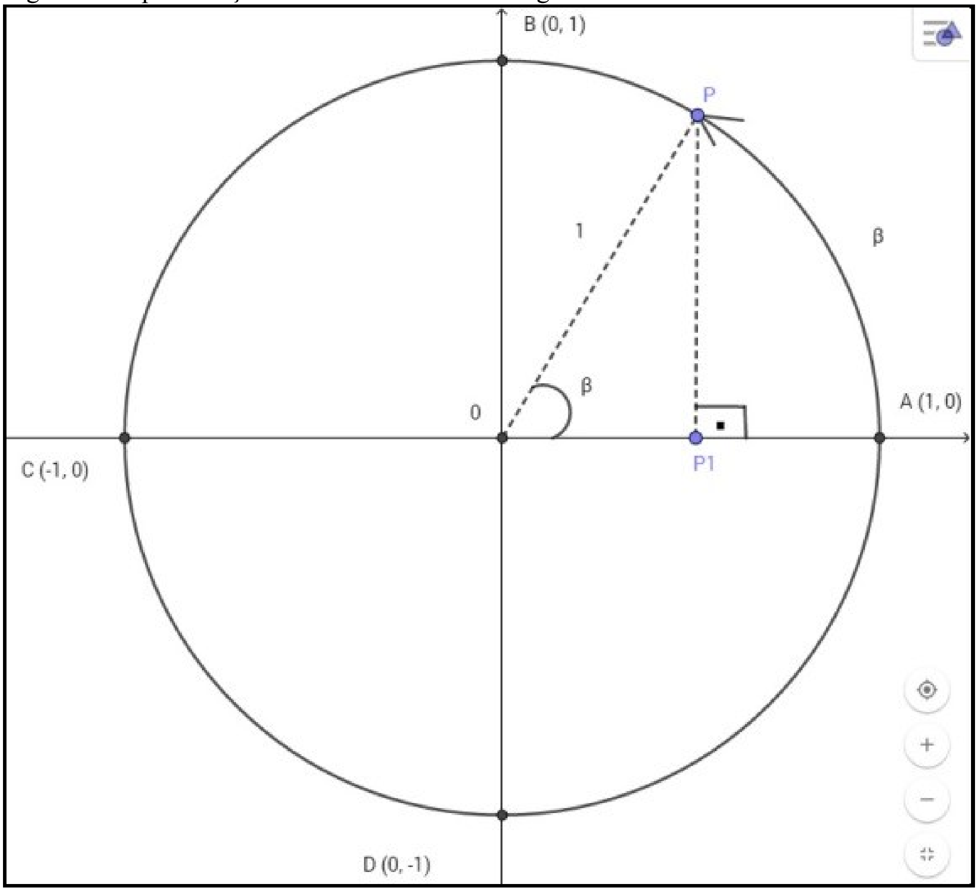
e) A função $y = senx$ é periódica de período 2π.

2.3.6.2 Função cosseno

Definem SMOLE e DINIZ (2017, p. 34): "Função cosseno (cos) é a função de $\mathbb{R}\ em\ \mathbb{R}$, que a todo número β associa a abscissa do ponto P, imagem de β no círculo trigonométrico".

A figura 19 mostra a representação do cosseno no círculo trigonométrico.

Figura 19: representação do cosseno no círculo trigonométrico



Fonte: Smole e Diniz (2017)

O eixo Ox passa a ser denominado eixo dos cossenos.

Os valores notáveis para o cosseno na circunferência trigonométrica são mostrados na tabela 4:

Tabela 4: valores do cosseno

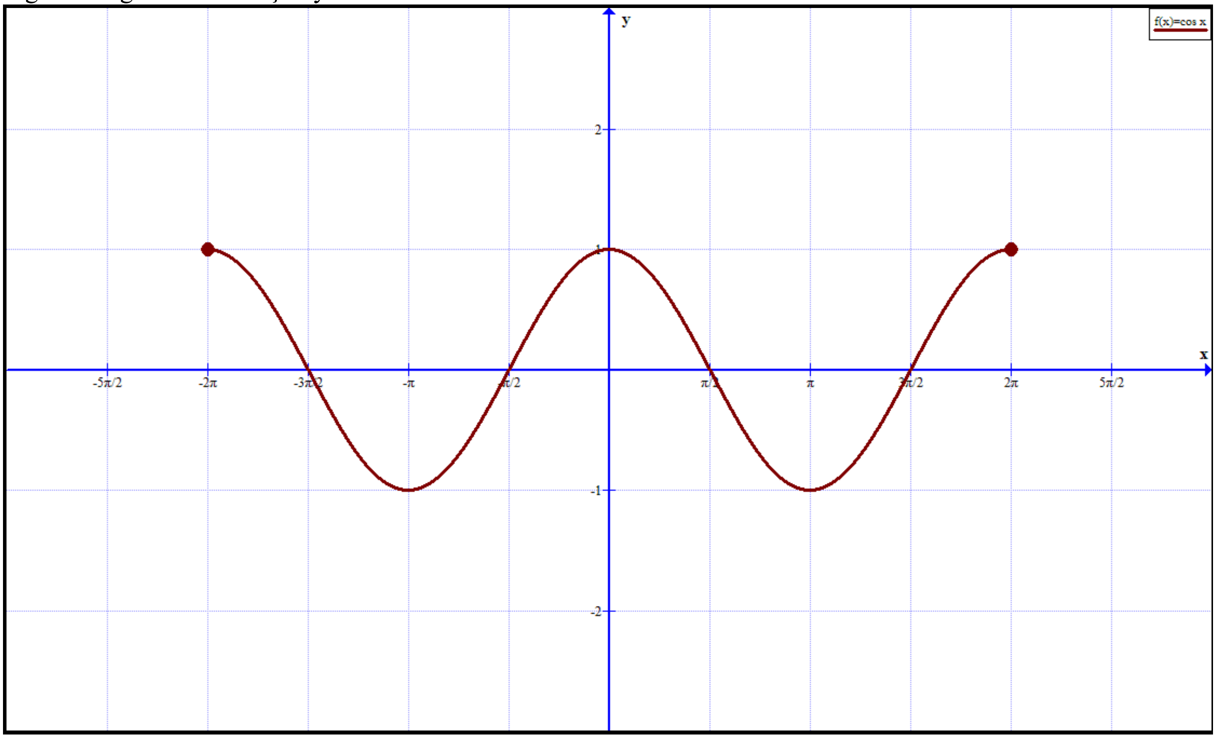
β	$cos\beta$
0° ou 0	1
90° ou $\frac{\pi}{2}\ rad$	0
180° ou $\pi\ rad$	-1
270° ou $\frac{3\pi}{2}\ rad$	0
360° ou $2\pi\ rad$	1

Fonte: Autor (2017)

Os sinais de cosseno β em cada quadrante são: primeiro e quarto quadrantes positivo e segundo e terceiro quadrantes negativo.

A figura 20 mostra a representação da função $y = cos\, x$ no intervalo de $[-2\pi, 2\pi]$.

Figura 20: gráfico da função y = cosx



Fonte: Autor (2017)

Observando o gráfico podemos extrair algumas características da função $y = cosx$, tais como:

a) O domínio é $D = [-2\pi, 2\pi]$, mas quando não há informação no enunciado sobre o campo de construção, o domínio são todos os reais;

b) A imagem é $Im = [-1, 1]$ sendo -1 o valor mínimo e 1 o valor máximo.

c) No intervalo $[-2\pi, 2\pi]$ temos as raízes $-\frac{3\pi}{2}, -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\, e\, \frac{3\pi}{2}$;

d) A função é crescente no intervalo $[-\pi, 0] \cup [\pi, 2\pi]$ e decrescente de $[-2\pi, -\pi] \cup [0, \pi]$;

e) A função $y = cosx$ é periódica de período 2π.

2.4 A CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENSINO DAS FUNÇÕES

A **contextualização** e a **interdisciplinaridade** são dois fundamentos que possibilitam a compreensão dos conteúdos matemáticos. A **contextualização** evidencia a relação do aluno com o objeto de estudo, bem como a sua participação na construção dos saberes, deixando de ser somente um ouvinte que memoriza os conhecimentos que lhes são repassados. O aluno passa a inventar e reconstruir, além de compreender o sentido dos conteúdos da aprendizagem, criando o vínculo entre a área de ensino e as demais áreas e, com a realidade sociocultural dos alunos. A **interdisciplinaridade** possibilita abordar conteúdos articulados a outros componentes curriculares, permitindo conexões entre diversos conceitos matemáticos.

> Aprender Matemática de forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar e para outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, p.111, 2002)

O estudo das funções ocupa lugar de destaque na Matemática, bem como em diferentes ciências. No âmbito matemático, relaciona-se diretamente com a álgebra nos modelos matemáticos, leis de formação das funções, que são expressões algébricas e na geometria analítica utilizam de um sistema de eixos coordenados para a representação de seus gráficos. A maior importância no estudo das funções pode ser justificada pelo fato de que o seu conceito pode ser aplicado no estudo de fenômenos em diversas áreas do conhecimento.

Os exemplos a seguir foram extraídos dos livros didáticos de Luiz Roberto Dante, *Matemática: contexto e aplicações* e Vasconcellos, Scordamaglio e Cândido, *Projeto Escola cidadania para todos – coleção matemática* que apresentam as funções situadas em algum contexto.

Em uma situação cotidiana, como de ir a uma padaria, podemos observar a presença dos conteúdos matemáticos. Por exemplo, se 1 pão do tipo baquete custa $R\$\ 2{,}50$, então 2 pães custarão $R\$\ 5{,}00$, 3 pães custarão $R\$\ 7{,}50$ e 4 pães, $R\$\ 10{,}00$. Ao dobrar o número de pães, dobramos o valor a pagar, ao triplicar o número de pães, triplicamos o valor a pagar, e assim por diante. Então, dizemos que a grandeza “valor a pagar” varia de modo diretamente proporcional em relação à grandeza “número de pães”. Essa variação pode ser expressa por uma função do tipo $y = ax$, que é um caso particular da função afim $y = ax + b$.

As funções polinomiais do segundo grau estão presentes em diferentes áreas, uma delas é a Física. O exemplo que segue mostra uma situação em que aparece uma função do segundo grau. A tabela 5 é parte do teste do Mitsubishi Lancer feito pela revista Auto Esporte.

Tabela 5: Aceleração do Mitsubishi Lancer

Velocidade	Tempo
$0 - 60\ km/h$	$2{,}7\ s$
$0 - 80\ km/h$	$4{,}0\ s$
$0 - 100\ km/h$	$5{,}7\ s$
$0 - 120\ km/h$	$7{,}6\ s$

Fonte: Autor (2017)

Observamos que este automóvel vai de 0 a 80 km/h em 4 segundos e, para variar a velocidade, o carro é acelerado. A aceleração média é calculada usando a relação: $a_m = \frac{variação\ da\ velocidade}{intervalo\ de\ tempo}$.

Vamos transformar a velocidade de km/h em m/s, porque o tempo está em segundos: $\frac{80\ km}{h} = \frac{80000\ m}{3600\ s} \cong 22{,}2\ m/s$

Logo, a aceleração média é $a_m = \frac{22{,}2\ m/s}{4\ s} = 5{,}55\ m/s^2 \cong 5{,}6\ m/s^2$

Em Física, quando um móvel tem aceleração constante, sua posição (s) é dada em função do tempo (t), de acordo com a função:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a_m . t^2$$

onde:

s_0: posição inicial

v_0: velocidade inicial

a_m: aceleração média

A posição do Mitsubishi Lancer é dada pela função $s = \frac{1}{2} . 5{,}6 . t^2$ ou $s = 2{,}8 . t^2$, que é uma função do segundo grau incompleta do tipo $f(x) = ax^2$.

A função exponencial é uma importante ferramenta para a solução de vários problemas. O exemplo a seguir mostra uma situação que é modelada por uma função exponencial.

A produção em toneladas de uma indústria está diminuindo a 20% ao ano, em média, devido a uma crise econômica. Sabendo que sua produção, em 2014, era de 100 toneladas, qual será sua produção em 2017?

O fator de diminuição é $100\% - 20\% = 80\% = \frac{80}{100} = 0{,}8$. A tabela 6 refere-se à produção da indústria em função do tempo.

Tabela 6: Produção em toneladas

Tempo (anos)	Produção (Toneladas)
0	$P = 100$
1	$P = 100.(0{,}8) = 80$
2	$P = 100.(0{,}8).(0.8) = 100.(0{,}8)^2 = 64$
3	$P = 100.(0{,}8).(0{,}8).(0{,}8) = 100.(0{,}8)^3 = 51{,}2$
4	$P = 100.(0{,}8)^4 = 40{,}9$
t	$P = 100.\ (0{,}8)^t$

Fonte: Autor (2017)

Logo, a expressão que representa a produção P em função do tempo t é $P = 100.$ $.(0{,}8)^t$, que é uma função exponencial decrescente, pois à medida que t aumenta, a produção diminui.

O item a seguir irá abordar o ensino daz funções nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

2.5 O ENSINO DAS FUNÇÕES NOS PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS

As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) destacam que o estudo das Funções pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas, em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Esta estratégia permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências.

Salientam que é preciso dar sentido as expressões que modelam as funções. Expressões como $f(x) = 2x + 3$ devem ser ditas aos alunos como sendo a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de 3 unidades. É fundamental mostrar aos alunos que a alteração dos coeficientes da expressão promove movimentos no traçado do gráfico.

Após, podemos seguir com as diversas modalidades de funções. Na ordem linear, quadrática, exponencial, logarítmica e trigonométrica.

É recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento tais como: queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia elétrica, entre outros.

Para a função quadrática, a determinação do ponto máximo é clássico. Deve-se evitar a memorização de regras, evidenciando o "aspecto" do gráfico relacionado às características de seus coeficientes. A forma fatorada $f(x) = a.(x - m)^2 + n$ muito nos auxiliam nesta compreensão. Neste período também é conveniente deduzir a fórmula de Bháskara e identificar a função quadrática com a curva denominada parábola.

Os alunos do ensino médio devem compreender as leis do seno e do cosseno. Para isso, o professor deverá já ter ensinado os conteúdos nesta ordem: trigonometria, priorizando relações métricas no triângulo retângulo e somente depois <u>funções trigonométricas</u>. O cálculo de distâncias inacessíveis, como a largura do um rio, valoriza a compreensão destas funções.

> As funções trigonométricas devem ser entendidas como extensões das razões trigonométricas então definidas para ângulos com medidas entre 0° e 180°. Os alunos devem ter a oportunidade de traçar gráficos referentes as funções trigonométricas, aqui entendendo que, quando se escreve $f(x) = sen\,(x)$, usualmente a variável x corresponde à medida do arco de círculo tomada em radianos. As funções trigonométricas seno e co-seno também devem ser associadas

> aos fenômenos que apresentam comportamento periódico. O estudo das demais funções trigonométricas pode ser colocado em segundo plano. (BRASIL, 2006, P.74)

No que se refere à <u>função exponencial</u>, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (2006) sugerem que antes que ao aluno seja apresentado o modelo de crescimento/decrescimento da função exponencial $f(x) = a^x$, é pertinente discutir o alcance do modelo linear na descrição de fenômenos de crescimento. A taxa de crescimento é constante para o modelo linear e para a taxa do modelo exponencial a variação depende do valor da função em cada instante. Não se recomenda neste nível de ensino um estudo exaustivo dos logaritmos.

As progressões aritméticas podem ser definidas como função afim e as geométricas como função exponencial.

O capítulo a seguir apresenta a investigação realizada nos livros didáticos de matemática do ensino médio sobre o estudo das Funções Elementares em diferentes contextos.

3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo será apresentado o método de coleta e análise dos dados que foram coletados dos livros de matemática do ensino médio, volumes 1 e 2 dos autores Gelson Iezzi e outros e Luiz Roberto Dante, objetivando averiguar como as funções elementares são abordadas nos diferentes contextos e áreas do conhecimento.

3.1 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

Para obter os dados da pesquisa foram utilizados dois livros didáticos de Matemática do ensino médio e os Parâmetros Curriculares Nacionais, um dos documentos que mais tem contribuído como indicador de discussões sobre o ensino da matemática e outras disciplinas no âmbito escolar.

A seguir apresentam-se os livros didáticos de Matemática do ensino médio utilizados na coleta e análise dos dados:

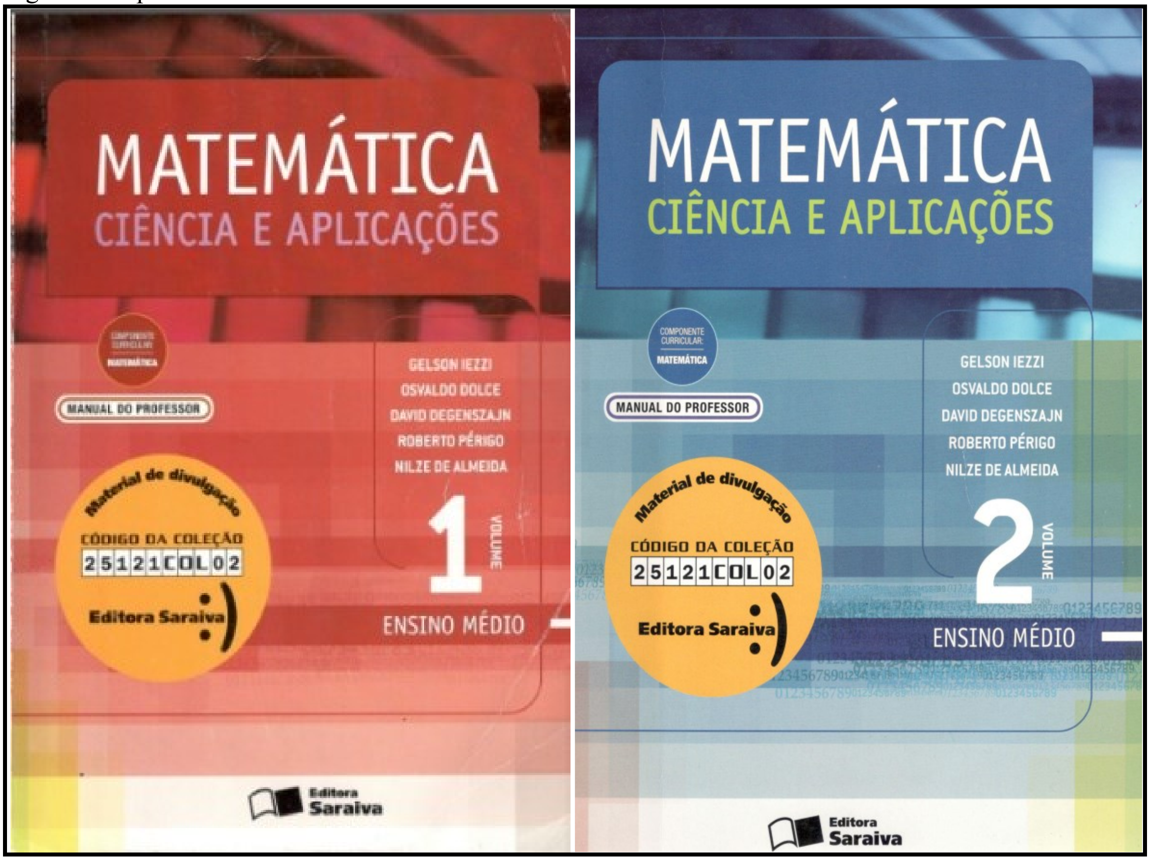
a) Matemática: Ciência e aplicações – autores: Gelson Iezzi e outros;
b) Matemática: Contexto e Aplicações - autor: Luiz Roberto Dante.

3.2 RESULTADOS OBTIDOS

3.2.1 Matemática: ciência e aplicações

Este livro é de autoria de Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, David Degenszajn, Roberto Périco e Nilze de Almeida, editado no ano de 2010, ilustrado na figura 21. Os autores iniciam o estudo das funções a partir de exemplos do cotidiano que estabelecem relações entre grandezas variáveis. Após, apresentam a definição de função, a noção de função como relação entre conjuntos, destacando os conjuntos domínio, contradomínio e imagem. Apresentam exemplos de leituras informais de gráficos extraídos de jornais e revistas que ilustram situações reais, a partir dos quais podemos descobrir algumas propriedades das funções. Vale ressaltar que os autores formalizam os conceitos e definições e apresentam também exercícios tradicionais sem contextualização.

Figura 21 capa do livro Iezzi e outros



Fonte: Iezzi, et al (2010)

O estudo da **Função Polinomial do 1° grau** inicia-se com a resolução de problemas envolvendo questões do dia-a-dia para, posteriormente, apresentar o conceito. O problema a seguir faz a abertura no capítulo: *"Antônio Carlos pegou um taxi para ir à casa de sua namorada que fica a 15 km de distância. O valor cobrado engloba o preço da parcela fixa (bandeirada) de R$ 4,00 mais R$ 1,60 por km rodado."* (IEZZI et al. 2010, p. 70)

A partir deste problema, foi calculado o preço cobrado para o deslocamento desejado e apresentada a fórmula que expressa o preço $p(x)$ em função do deslocamento (x) por $p(x) = 1{,}60.x + 4{,}00$, que é um exemplo de função polinomial do 1° grau.

Na seção de exercícios também são propostos problemas modelados por funções polinomiais do 1° grau. A figura 22 mostra um dos problemas:

Figura 22: problema do cotidiano modelado por função polinomial do 1º grau

3. Em uma cidade, a empresa de telefonia está promovendo a linha econômica. Sua assinatura é R$ 20,00, incluindo 100 minutos a serem gastos em ligações locais para telefone fixo. O tempo de ligação excedente é tarifado em R$ 0,10 por minuto.

a) Calcule o valor da conta mensal de três clientes que gastaram, respectivamente, 80, 120 e 200 minutos em ligações locais.

b) Se x é o número de minutos *excedentes*, qual é a lei da função que representa o valor (v) mensal da conta?

Fonte: Iezzi et al (2010)

Segundo Iezzi et al (2010), a função linear $f(x) = ax$, com $a \neq 0$, quando estabelece entre x e y uma relação tal que y/x é constante é dita linear. Expressamos a relação por $y = a.x$, com $a \neq 0$ e dizemos que a variação de "y" é diretamente proporcional a variação de "x". Os autores acima citados utilizam este conceito em duas áreas do conhecimento: na Geografia, envolvendo a densidade demográfica e na Física, no cálculo da velocidade. Os problemas estão na seção de exercícios propostos no livro didático e mostrados nas figuras 23 e 24:

Figura 23: densidade demográfica

19. A densidade demográfica de uma região (cidade, estado, país, ...) é definida como a razão entre o número de habitantes e a área da região. Qual é a região *menos* densamente povoada, entre as citadas na tabela?

Região	Área (km²)	Número de habitantes
X	30000	1,5 milhão
Y	1500	120 mil
Z	20000	0,8 milhão

Fonte:Iezzi et al (2010)

Figura 24: distância percorrida e o tempo

20. Um automóvel está percorrendo uma estrada à velocidade constante de 120 km/h, o que equivale a 2 km/min.

a) Faça uma tabela para representar a distância percorrida pelo automóvel em 1 min, 2 min, 3 min, 4 min, 5 min, 10 min e 20 min.

b) As grandezas distância e tempo são diretamente proporcionais? Represente-as graficamente.

Fonte: Iezzi et al (2010)

Nas ***inequações do 1° grau*** finalizam a seção com uma aplicação na área da Economia, envolvendo as funções custo, receita e lucro. O problema é mostrado na figura 25:

Figura 25: Inequações e Economia

Funções custo, receita e lucro

Uma pequena doçaria, instalada em uma galeria comercial, produz e comercializa brigadeiros. Para fabricá-los, há um custo fixo mensal de R$ 360,00, representado por C_F, que inclui aluguel, conta de luz, impostos, etc. Além desse, há um custo variável (C_V), que depende da quantidade de brigadeiros preparados (x). Estima-se que o custo de produção de cada brigadeiro seja R$ 0,30.

Assim, o custo total mensal, C ($C = C_F + C_V$), é dado por:

$$C(x) = 360 + 0,3 \cdot x$$

O preço de venda unitário do brigadeiro é R$ 1,20. Admitiremos, neste momento, que o preço de venda independe de outros fatores.

A receita (faturamento bruto) dessa doçaria é definida por:

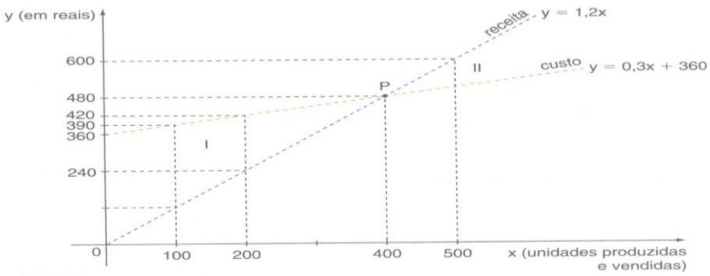
$$R(x) = 1,2 \cdot x$$

ou seja, é dada pelo produto entre o preço unitário de venda e o número de unidades produzidas e vendidas (x).

Por fim, o lucro mensal, L (faturamento líquido), desse estabelecimento é uma função de 1º grau dada por:

$$L(x) = R(x) - C(x)$$
$$L(x) = 1,2x - (360 + 0,3x) = 0,9x - 360$$

Vamos observar, a seguir, o gráfico das funções custo e receita.



Verificamos que as retas se interceptam em P(400, 480).

O ponto P é chamado ponto de nivelamento (ou ponto crítico), pois em P a receita é suficiente para igualar o custo total, fazendo com que a loja deixe de ter prejuízo.

Observe também no gráfico:

- região I: $C(x) > R(x)$ ($x < 400$) $\rightarrow L(x) < 0 \leftrightarrow$ prejuízo
- região II: $C(x) < R(x)$ ($x > 400$) $\rightarrow L(x) > 0 \leftrightarrow$ lucro

Fonte: Iezzi et al (2010)

Na **Função quadrática** os autores fazem a introdução do tema resolvendo um problema, que tem por objetivo conhecer a quantidade de jogos realizados em um campeonato de futebol em que todos jogam contra todos em dois turnos. Mostram que a situação problema pode ser modelada pela função $y = x^2 - x$, que é um exemplo de função polinomial do segundo grau.

Na seção que trata do cálculo das coordenadas do vértice, os autores finalizam o texto com um exercício resolvido que envolve uma aplicação. Tal exercício é mostrado na figura 26:

Figura 26: Cálculo de Valor Máximo

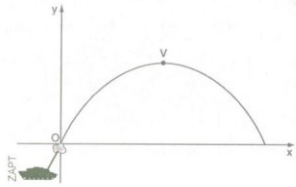
Exercício resolvido

4. Uma bala de canhão é atirada por um tanque de guerra (como mostra a figura) e descreve uma trajetória em forma de parábola de equação $y = -3x^2 + 60x$ (sendo x e y medidos em metros).

Pergunta-se:

a) qual é a altura máxima atingida pela bala?

b) qual é o alcance do disparo?



Solução:

a) Como $a = -3 < 0$, a parábola tem um ponto de máximo V cujas coordenadas são (x_V, y_V). Temos:

$$x_V = -\frac{b}{2a} = -\frac{60}{-6} = 10$$

$$y_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{3\,600}{-12} = 300$$

Assim, a altura máxima atingida é 300 m.

b) A bala toca o solo quando $y = 0$, isto é: $-3x^2 + 60x = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 20$.

Observe que $x = 0$ representa o ponto inicial do disparo, então, o alcance do disparo é 20 m.

Fonte: Iezzi et al (2010)

Na seção dos exercícios, os autores construíram questões de aplicações em que é solicitado encontrar o valor máximo e mínimo. Tais exercícios estão envolvidos na área da economia e do dia-a-dia. A figura 27 mostra a função quadrática no cálculo da temperatura local, num intervalo de tempo.

Figura 27: Função quadrática no cálculo da temperatura

34. O Instituto de Meteorologia de uma cidade no Sul do país registrou a temperatura local nas doze primeiras horas de um dia de inverno. Uma lei que pode representar a temperatura (y), em graus Celsius, em função da hora (x) é:

$$y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{7}{2}x + k, \text{com } 0 \leq x \leq 12$$

e k uma constante real.

a) Determine o valor de k, sabendo que às 3 horas da manhã a temperatura indicou 0 °C.

b) Qual foi a temperatura mínima registrada?

Fonte: Iezzi et al (2010)

No Box das *Aplicações* utilizaram uma situação problema que solicitou o cálculo da receita máxima. Mais uma vez a integração das funções quadráticas na Economia.

Os autores, em um dos exercícios, apresentaram uma conexão das Funções com a Geometria Plana no cálculo do número de diagonais de um polígono convexo. A figura 28 ilustra esta situação:

Figura 28: Funções e Geometria Plana

59. A fórmula $d = n \cdot \frac{(n-3)}{2}$ fornece o número de diagonais de um polígono convexo em função do número de lados (n) do polígono.

a) Qual é o número mínimo de lados de um polígono cujo número de diagonais é maior que 20?

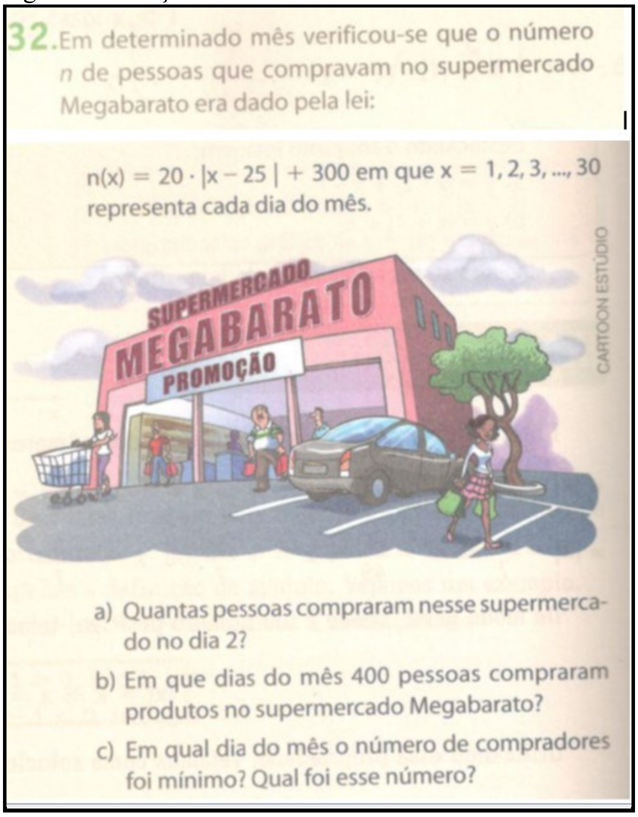
b) Em que intervalo deve variar n a fim de que o polígono tenha, no mínimo, 90 e, no máximo, 230 diagonais?

Fonte: Iezzi et al (2010)

Nas **Funções Modulares** percebemos escassez nas aplicações na obra analisada. Os autores abrem o capítulo apresentando uma situação problema sobre o cálculo do imposto de renda. A partir dos dados da tabela, que informa a faixa de rendimentos, a alíquota e a parcela a deduzir, modela-se uma função definida por várias sentenças. A função modular é definida por duas sentenças e acredita-se que os autores buscaram fazer esta conexão com o problema de abertura.

Em todo o capítulo referente à função modular existe apenas um exercício, fictício, que evidencia timidamente uma aplicação. A figura 29 mostra o enunciado deste problema:

Figura 29: Função Modular



Fonte: Iezzi et al (2010)

O estudo da **função exponencial** apresentado no capítulo 7 do livro inicia também com uma situação problema que diz:

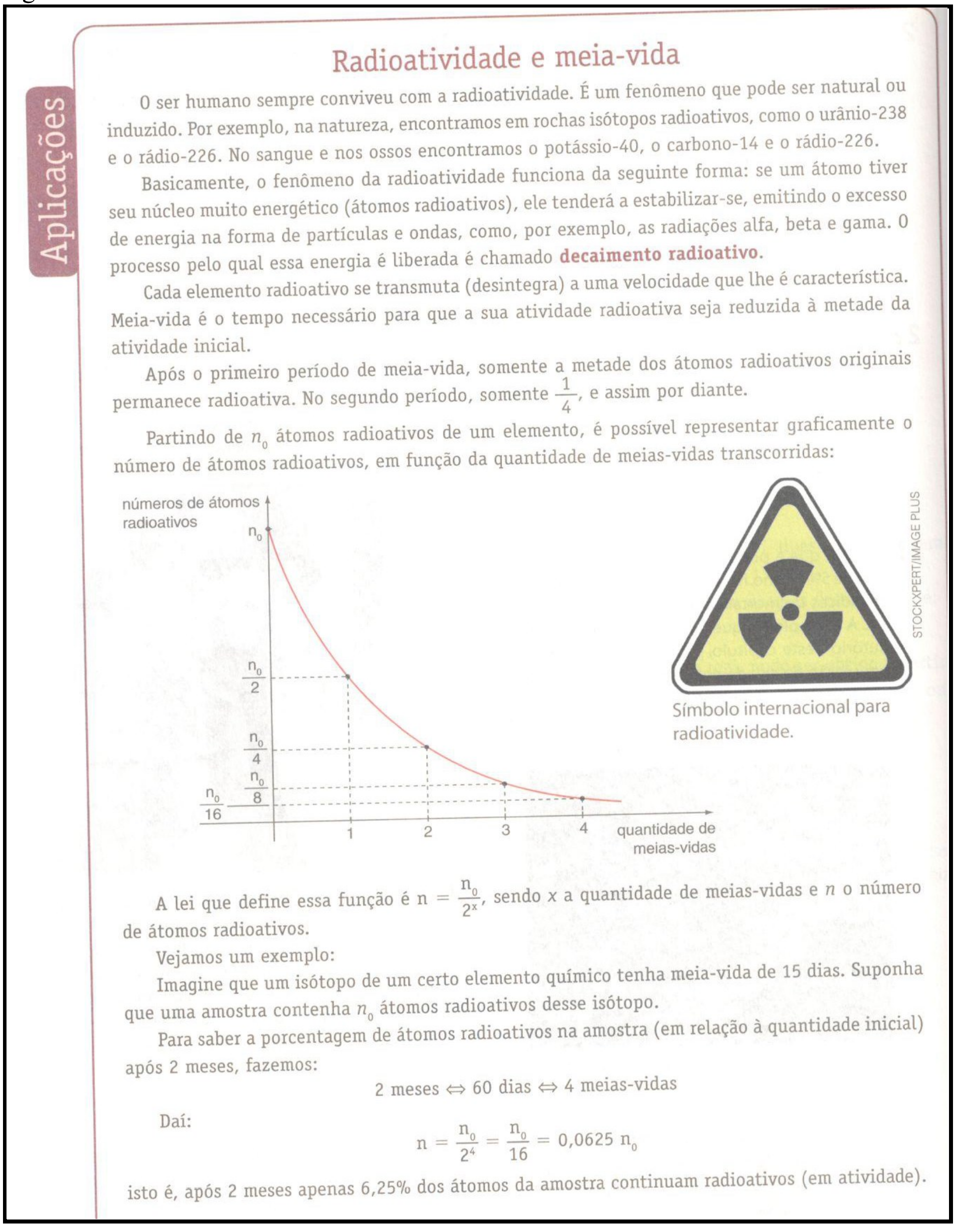
> Imagine que, em uma região litorânea, a população de certa espécie de alga tem crescido de modo que a área estimada da superfície coberta pelas algas aumenta 75% a cada ano, em relação a área da superfície coberta no ano anterior. Os biólogos estimam que, atualmente, a área coberta é de aproximadamente 4000 m². Mantido esse crescimento, qual será a área da superfície coberta pelas algas daqui a 2 anos, 3 anos e x anos? (IEZZI et al, 2010, p.131)

A partir do desenvolvimento dos cálculos para 2 e 3 anos conclui-se que daqui a x anos a área (em m²) passará a ser de $1{,}75^{x}.4000$. A função definida por $y = 1{,}75^{x}.4000$ é um exemplo de função exponencial.

Após a introdução os autores fazem uma revisão sobre a operação potenciação e apresentam formalmente a definição de função exponencial. Constroem gráficos e destacam as propriedades e características da função exponencial.

Na seção de exercícios o destaque é dado para a área da Biologia e questões que envolvem crescimento populacional. No Box das aplicações apresentam uma situação da área da Química sobre a radioatividade e meia-vida. A figura 30 ilustra o problema:

Figura 30: radioatividade e meia-vida.



Aplicações

Radioatividade e meia-vida

O ser humano sempre conviveu com a radioatividade. É um fenômeno que pode ser natural ou induzido. Por exemplo, na natureza, encontramos em rochas isótopos radioativos, como o urânio-238 e o rádio-226. No sangue e nos ossos encontramos o potássio-40, o carbono-14 e o rádio-226.

Basicamente, o fenômeno da radioatividade funciona da seguinte forma: se um átomo tiver seu núcleo muito energético (átomos radioativos), ele tenderá a estabilizar-se, emitindo o excesso de energia na forma de partículas e ondas, como, por exemplo, as radiações alfa, beta e gama. O processo pelo qual essa energia é liberada é chamado **decaimento radioativo.**

Cada elemento radioativo se transmuta (desintegra) a uma velocidade que lhe é característica. Meia-vida é o tempo necessário para que a sua atividade radioativa seja reduzida à metade da atividade inicial.

Após o primeiro período de meia-vida, somente a metade dos átomos radioativos originais permanece radioativa. No segundo período, somente $\frac{1}{4}$, e assim por diante.

Partindo de n_0 átomos radioativos de um elemento, é possível representar graficamente o número de átomos radioativos, em função da quantidade de meias-vidas transcorridas:

Símbolo internacional para radioatividade.

A lei que define essa função é $n = \frac{n_0}{2^x}$, sendo x a quantidade de meias-vidas e n o número de átomos radioativos.

Vejamos um exemplo:

Imagine que um isótopo de um certo elemento químico tenha meia-vida de 15 dias. Suponha que uma amostra contenha n_0 átomos radioativos desse isótopo.

Para saber a porcentagem de átomos radioativos na amostra (em relação à quantidade inicial) após 2 meses, fazemos:

$$2 \text{ meses} \Leftrightarrow 60 \text{ dias} \Leftrightarrow 4 \text{ meias-vidas}$$

Daí:

$$n = \frac{n_0}{2^4} = \frac{n_0}{16} = 0{,}0625\ n_0$$

isto é, após 2 meses apenas 6,25% dos átomos da amostra continuam radioativos (em atividade).

Fonte: Iezzi et al (2010)

O estudo da **função logarítmica,** apresentado no capítulo 8 do livro, inicia com um problema de Matemática Financeira que diz, segundo Iezzi et al, (2010, p.164):

“Cassio depositou uma certa quantia em uma caderneta de poupança especial, que rende 1% ao mês. Por quantos meses ele deverá deixar o dinheiro na conta para que seu valor dobre?”

Na resolução os autores calcularam o saldo mês a mês e chegaram a conclusão que para n meses a expressão é $(1{,}01)^n . C$, em que C é o capital inicial investido.

Como o objetivo era dobrar o capital, no final de n meses tem-se $(1{,}01)^n . C = 2C$ que é equivalente a $(1{,}01)^n = 2$. Aplicando logaritmos, vem que $n = \log_{1{,}01} 2$ que dá aproximadamente 70 meses, obtido por meio de uma calculadora científica.

Se desejássemos que o capital inicial fosse multiplicado por x, o número de meses seria $n = \log_{1,01} x$. A função $y = \log_{1,01} x$ é um exemplo de função logarítmica.

Da mesma forma que a função exponencial, os autores apresentaram a definição de **função logarítmica** e seguiram com a construção de gráficos, explorando as propriedades e características da referida função.

Nas aplicações a área da Física é destacada com uma aplicação sobre os terremotos e a escala Richter. O objetivo é avaliar a magnitude de um terremoto, de acordo com a energia liberada, sob a forma de ondas, medidas por aparelhos chamados sismógrafos.

Outro exemplo na área da Física refere-se aos "Sons e audição humana", como registrada na figura 31:

Figura 31: os sons e a audição humana

Aplicações

Os sons e a audição humana

Uma pessoa com audição normal é capaz de ouvir uma grande faixa de sons de intensidade bem diferentes.

O som pode ser classificado como fraco ou forte quanto a sua intensidade, que é representada por I.

No SI, Sistema Internacional, I é expressa em W/m^2 (watts/metro quadrado).

Existe um valor mínimo de intensidade de som, abaixo do qual é impossível ouvir algo. A essa intensidade damos o nome de limiar de audibilidade, que vale, em média, 10^{-12} W/m^2. Com base nos valores de intensidade de som, podemos definir o nível de intensidade (β) medido em decibels (dB):

MARCOS HERMES/LATINCONTENT/GETTY IMAGES

A banda de *rock* Kiss em *show* no Rio de Janeiro em abril de 2008.

$$\boxed{\beta = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)}$$

em que:

- I é a intensidade correspondente ao nível β;
- I_0 é uma constante que representa o nível de referência tomado como limiar de audição: $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2.

Por exemplo, a intensidade correspondente a um nível de 40 dB é assim calculada:

$$40 = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right) = 4 \Rightarrow 10^4 = \frac{I}{10^{-12}} \Rightarrow I = 10^{-8}\ W/m^2$$

Do mesmo modo, dadas as intensidades dos sons, é possível encontrar os respectivos decibels (níveis de intensidade).

Fonte: Iezzi et al (2010)

Na área da Química os autores apresentam uma aplicação intitulada “A escala de acidez e os logaritmos”.

Na seção de exercícios utilizam a função logarítmica para modelar situações cotidianas, como a que é mostrada na figura 32:

Figura 32: os logaritmos e os radares

43. A instalação de radares para controle da velocidade dos veículos em grandes avenidas de uma cidade proporcionou uma diminuição do número de acidentes. Esse número pode ser calculado pela lei:

$$n(t) = n(0) \cdot 0{,}8^t$$

sendo n(0) o número de acidentes anuais registrado no ano da instalação dos radares e n(t) o número de acidentes anuais *t* anos depois. Qual é o tempo necessário para que o número de acidentes se reduza à quarta parte da quantidade registrada no ano da instalação dos radares? (Use a aproximação: log 2 = 0,3.)

Fonte: Iezzi et al (2010)

O estudo das **funções trigonométricas seno e cosseno** encontram-se no volume 2. Os autores em ambas as funções iniciam com a definição e na sequência, utilizando valores de arcos trigonométricos, já conhecidos, identificam as propriedades de cada função. Após, apresentam a representação gráfica de cada função nomeando-as de senoide e cossenoide.

Na seção dos exercícios apenas dois foram encontrados inseridos num contexto, um envolvendo a função seno e outro a função cosseno. A figura 33 ilustra a função seno inserida em uma situação real:

Figura 33: Função seno e a roda gigante

16. Em uma pequena roda-gigante, a altura (em metros) em que um passageiro se encontra no instante *t* (em segundos), é dada pela lei:

$$h(t) = 6 + 4 \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi}{12} \cdot t\right), \text{ para } t \in [0, 270].$$

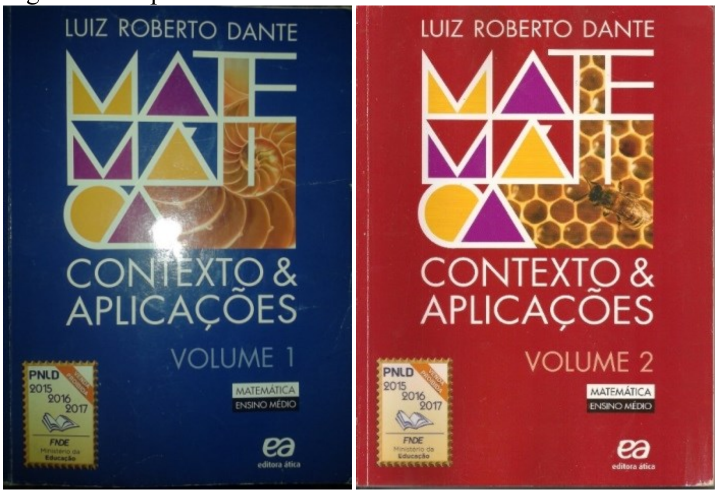
a) No início do passeio, a que altura se encontra o passageiro?
b) A que altura se encontra o passageiro após 9 s do início? Use a aproximação $\sqrt{2} = 1,4$.
c) Qual é a altura mínima que esse passageiro atinge no passeio?
d) Qual é o tempo necessário para a roda-gigante dar uma volta completa?
e) Quantas voltas completas ocorrem no passeio?

Fonte: Iezzi et al (2010)

3.2.2 Matemática: contexto e aplicações

Este livro é de autoria de Luiz Roberto Dante, editado no ano de 2015, ilustrado na figura 34.

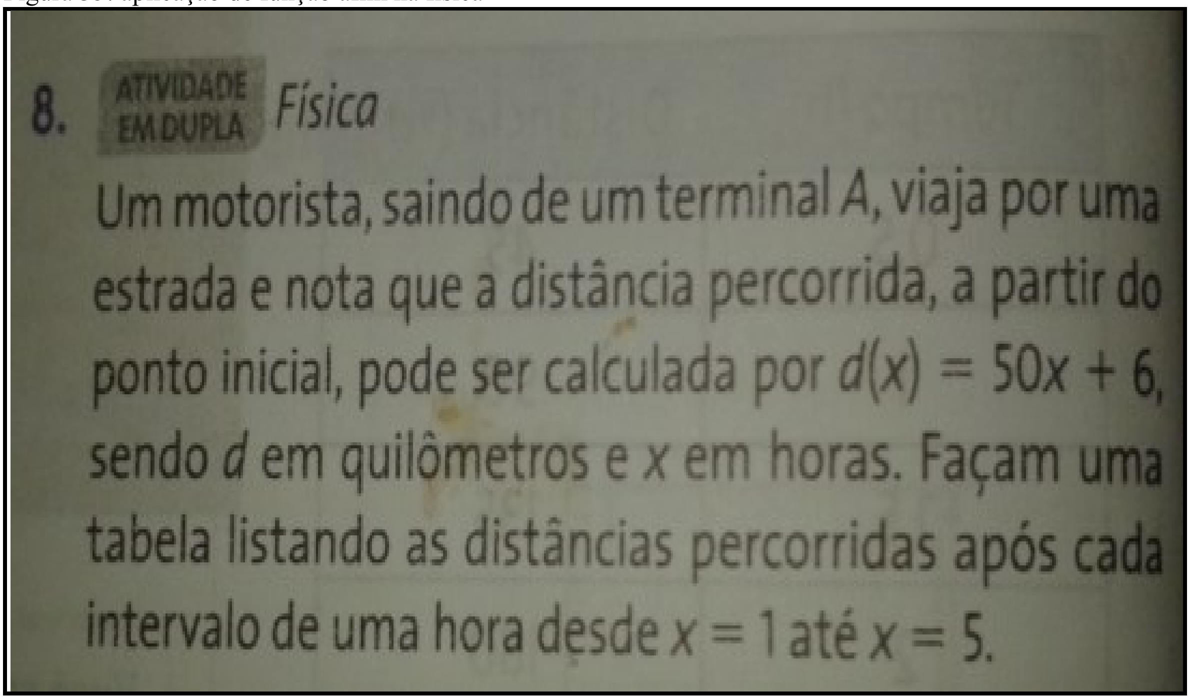
Figura 34: Capa do livro do Dante



Fonte: Dante (2015)

O autor inicia o **estudo das funções** apresentando alguns fragmentos históricos sobre sua origem. Após, explora intuitivamente a noção de função utilizando exemplos do cotidiano, como número de litros de gasolina e preço a pagar e a relação entre tempo e distância, entre outros. Na seção de exercícios propõe dez que envolvem a noção intuitiva de função, e um deles apresenta uma aplicação na Física. A figura 35 ilustra esta situação:

Figura 35: aplicação de função afim na física



8. ATIVIDADE EM DUPLA *Física*
Um motorista, saindo de um terminal *A*, viaja por uma estrada e nota que a distância percorrida, a partir do ponto inicial, pode ser calculada por $d(x) = 50x + 6$, sendo d em quilômetros e x em horas. Façam uma tabela listando as distâncias percorridas após cada intervalo de uma hora desde $x = 1$ até $x = 5$.

Fonte: Dante (2015)

A noção de função por meio de conjuntos e a definição são apresentadas na sequência, bem como os conjuntos domínio, contradomínio e imagem. Dante também dá destaque em seu livro nos seguintes itens: verificar se um conjunto de pontos é gráfico de uma função; construção de gráficos por intermédio de tabelas; análise do crescimento e decrescimento de funções; taxa de variação média de uma função; tipos de função. Finaliza com um estudo sobre a conexão das progressões aritméticas e geométricas com as funções.

Assim como Iezzi e outros, Dante também inicia a abordagem de **função afim** com exemplos do cotidiano. Apresenta uma situação da área da matemática financeira, e outra da geometria espacial.

Após apresentar as situações do contexto o autor formaliza os conceitos da função polinomial do 1° grau. Na seção dos exercícios encontramos vários problemas modelados pela função afim. A figura 36 evidencia uma situação modelada pela função $f(x) = ax + b$, com $a \neq 0$.

Figura 36: modelagem da função f(x) = ax + b

ATIVIDADE EM DUPLA O preço do aluguel de um carro popular é dado pela tabela abaixo.

100 km	TAXA FIXA DE R$ 50,00
300 km	TAXA FIXA DE R$ 63,00
500 km	TAXA FIXA DE R$ 75,00

Em todos os casos, paga-se R$ 0,37 por quilômetro excedente rodado.

a) Escrevam a lei da função para cada caso, chamando de x o número de quilômetros excedentes rodados.

b) Qual é a taxa de variação de cada função?

Fonte: Dante (2015)

Em seguida Dante apresenta alguns conceitos relacionados à função afim e, na seção de exercícios, temos um que envolve a área da Economia, como se pode perceber na figura 37:

Figura 37: o problema da trufas

(EEM-SP) Uma empresa produz trufas de chocolate cujo custo de fabricação pode ser dividido em duas partes: uma, independente da quantidade vendida, de R$ 1 500,00 mensais; outra, dependente da quantidade fabricada, de R$ 0,50 por unidade. Escreva a(s) expressão(ões) que permita(m) determinar o número de trufas que devem ser vendidas num mês para que a empresa não tenha prejuízo nesse mês, sabendo-se que o preço de venda de cada unidade é de R$ 1,50.

Fonte: Dante (2015)

Na próxima sessão Dante faz conexão da função afim com a Progressão Aritmética (PA) e a Física. Dante propõe três exercícios envolvendo esta conexão e o escolhido envolve o movimento uniforme que está ilustrado na figura 38:

Figura 38: Função Afim e PA

Física

Um ponto material percorre um trajeto retilíneo com velocidade constante. A posição desse ponto material no instante $t_0 = 0$ s é $S_0 = 100$ m e, no instante $t = 5{,}0$ s, é $S = 400$ m.

Nessas condições, determine:

a) a velocidade desse ponto material;

b) a função da posição em relação ao tempo;

c) a posição no instante $t = 10$ s;

d) o instante em que a posição S é 1000 m.

Fonte: Dante (2015)

Sobre função linear e proporcionalidade Dante define que "uma proporcionalidade direta é uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que, para quaisquer números reais k e x, tem-se $f(kx) = k \,.\, f(x)$. E, no caso de proporcionalidade inversa, tem-se $f(kx) = \frac{f(x)}{k}$ para $k \neq 0$". (DANTE, 2015, p.91). Como exemplo podemos apresentar o do triângulo e suas retas paralelas, ilustrado na figura 39:

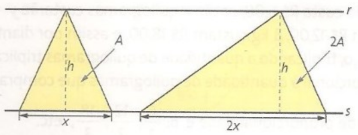
Figura 39: O triângulo e as retas paralelas

Consideremos r e s retas paralelas e um triângulo que tenha um vértice em uma dessas retas e o lado oposto contido na outra.

Quando a altura (h) relativa a um lado de uma região triangular é fixada, sua área (A) é proporcional a esse lado (x):

$A = \frac{h}{2} \cdot x$ $\left(\frac{h}{2}\text{ é o coeficiente de proporcionalidade}\right)$

que representa uma função linear $A(x) = ax$, onde $a = \frac{h}{2}$.



Dobrando-se, triplicando-se, etc. x, duplica-se, triplica-se, etc. a área A.

Observe que se $A(x) = \frac{h}{2} \cdot x$, então:

$$A(nx) = \frac{h}{2} \cdot nx = n \cdot \frac{h}{2}x = n \cdot A(x), \text{ para } n \text{ e } x \text{ reais.}$$

Fonte: Dante (2015)

No bloco de exercícios, como se vê na obra, a ênfase foi na Geometria.

O autor apresenta uma situação que envolve a função linear e escala. Escalas usamos na engenharia, arquitetura e geografia. Dante apresenta um exercício resolvido e outro proposto. O resolvido é apresentado na figura 40:

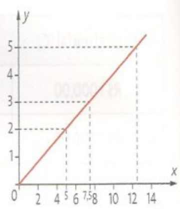
Figura 40: Função linear e escalas

Função linear e escalas

A tabela abaixo apresenta a distância real, em quilômetros, e a distância no mapa, em centímetros, entre algumas cidades.

x: distância real (km)	0	5	7,5	12,5
y: distância no mapa (cm)	0	2	3	5

Usando uma escala de 0,5 cm para representar 2 km no eixo horizontal e uma escala de 0,5 cm para representar 1 cm no eixo vertical, chegamos ao gráfico de uma função linear, veja ao lado.



Observando o gráfico, acompanhe como calcular:

a) a distância no mapa entre duas cidades que distam 9 km uma da outra.

A reta passa pelos pontos (5, 2) e (7,5; 3).

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-2}{7{,}5-5} = \frac{1}{2{,}5} = \frac{1}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5} \text{ (coeficiente angular)}$$

$$y = y_0 + a(x - x_0) \Rightarrow y = 2 + \frac{2}{5}(x-5) \Rightarrow y = \cancel{2} + \frac{2}{5}x - \cancel{2} \Rightarrow y = \frac{2}{5}x$$

Para $x = 9$, temos $y = \frac{2}{5} \cdot 9 = \frac{18}{5} = 3{,}6$. Portanto, a distância no mapa é de 3,6 cm.

b) a distância real entre duas cidades que, no mapa, distam 2,5 cm.

$$y = \frac{2}{5}x \Rightarrow 2{,}5 = \frac{2}{5}x \Rightarrow 2x = 12{,}5 \Rightarrow x = 6{,}25$$

Portanto, a distância real é de 6,25 km.

Observe os pontos (9; 3,6) e (6,25; 2,5) no gráfico. Apenas observando o gráfico, poderíamos determinar, aproximadamente, esses pontos.

Fonte: Dante (2015)

Na **função modular**, também chamada “**funções afins por partes**”, Dante apresenta vários gráficos, usando o conceito de reflexão e de translação. Entre os exercícios propostos o de número 9 se destaca por apresentar uma situação do cotidiano, contendo uma ilustração fotográfica, mostrado na figura 41:

Figura 41: A função modular em um contexto

.Algumas pesquisas constatam que, no início de cada mês, quando recebe o salário, o brasileiro visita os supermercados para abastecer sua despensa. Depois, a quantidade de pessoas que vai às compras passa a diminuir, até aproximar-se o dia 20, quando então ocorre uma ligeira alta em função dos adiantamentos salariais que muitas empresas realizam por volta desse dia. Uma expressão que retrata essa situação pode ser dada pela função $f(x) = 500 + |100 - 5x|$, para $1 \leqslant x \leqslant 30$, em que x representa o dia do mês e $f(x)$ a quantidade de pessoas que visitam o supermercado nesse dia. Considere um supermercado que permanece aberto das 7h até as 22h todos os dias do mês.

Analise as afirmações e indique qual delas é a verdadeira.

a) O maior número de pessoas no supermercado ocorre no dia primeiro de cada mês.

b) No dia 19 de cada mês apenas 40 pessoas vão ao supermercado.

c) Pelo menos em um dia de cada mês ninguém vai ao supermercado.

d) A quantidade de pessoas que vão ao supermercado no dias 10 e 20 é igual.

e) A quantidade de pessoas que vão ao supermercado diminui no dia 20 ao dia 30.

Fonte: Dante (2015)

Dante inicia a **função quadrática** com a definição da função e após mostra situações em que aparecem a função quadrática na geometria, física e esportes. A figura 42 mostra a aplicação da função quadrática no esporte:

Figura 42: A função quadrática no esporte

Nos esportes

Em um campeonato de futebol, cada clube vai jogar duas vezes com outro, em turno e returno (o time *A* joga primeiro no campo do time *B*, e depois o contrário). Assim, o número *p* de partidas do campeonato é dado em função do número *n* de clubes participantes, conforme vemos na tabela seguinte (cada time joga com todos os outros, menos com ele mesmo):

Número de clubes	2	3	4	5	...	n
Número de partidas	$2(2-1)=2$	$3(3-1)=6$	$4(4-1)=12$	$5(5-1)=20$	...	$n(n-1)$

Observe, pela tabela, que o número *p* de partidas é dado por $p(n) = n(n-1) = n^2 - n$ e que $n^2 - n$ é o número de pares ordenados (pois há o "mando de campo") menos os jogos de cada time com ele próprio, que não existem.

Para refletir
Quais são os coeficientes *a*, *b* e *c* nessa função $p(n)$?

Fonte: Dante (2015)

Na seção de exercícios evidenciam-se as funções quadráticas na Geometria Plana e um exercício na área da Física, que é mostrado na figura 43:

Figura 43: Gerador e função quadrática

Gerador é um aparelho que transforma qualquer tipo de energia em energia elétrica. Se a potência $\mathcal{P}$ (em watts) que certo gerador lança em um circuito elétrico é dada pela relação $\mathcal{P}(i) = 20i - 5i^2$, em que *i* é a intensidade da corrente elétrica que atravessa o gerador, determine o número de watts que expressa a potência $\mathcal{P}$ quando $i = 3$ ampères.

A pilha é um tipo de gerador.

Fonte: Dante (2015)

Dante (2015) relata que Galileu Galilei chegou a função do 2º grau s $\cong 4{,}9t^2$, que expressa o espaço percorrido pelos corpos em queda no campo gravitacional da terra, sem a resistência do ar, abandonado de sua posição de repouso e concluiu que o espaço percorrido por esses corpos seria diretamente proporcional ao quadrado do tempo percorrido

$$\frac{s_1}{t_1^2} = \frac{s_2}{t_2^2} = \frac{s_3}{t_3^2} = \dots$$

E que o valor dessas razões seria a aproximadamente 4,9 m/s² (metade da aceleração da gravidade: g $\cong 9{,}8t^2 m/s^2$) . Relacionado, temos:

$$\frac{s}{t^2} = \frac{g}{2} \Rightarrow s = \frac{gt^2}{2} \cong 4{,}9t^2 \Rightarrow s \cong 4{,}9t^2$$

Quanto à parábola e seu vértice Dante (2015) correlaciona ao arremesso de uma bola, como no exercício mostrado na figura 44:

Figura 44: aplicação da parábola e seu vértice na física

Física

A trajetória da bola, em um chute a gol, descreve uma parábola. Supondo que sua altura h, em metros, t segundos após o chute, seja dada por $h = -t^2 + 6t$, responda:

a) Em que instante a bola atinge a altura máxima?

b) Qual é a altura máxima atingida pela bola?

Dartfish Solutions/Arquivo da editora

Resolução:

$h = -t^2 + 6t$

Ponto de máximo: $V(t_V, h_V)$

a) A bola atinge a sua altura máxima quando:

$$t_V = -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{2(-1)} = \frac{-6}{-2} = 3 \text{ s.}$$

Logo, a bola atinge a altura máxima 3 segundos após o chute.

b) A altura máxima atingida pela bola é:

$$h_V = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{36}{4(-1)} = -\frac{36}{-4} = 9 \text{ ou}$$

$h(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 = -9 + 18 = 9$

A altura máxima atingida pela bola é 9 metros.

Fonte: Dante (2015)

Dentre as aplicações, o próximo exercício apresenta uma aplicação na economia, conforme mostrado na figura 45:

Figura 45: a parábola e seu vértice na economia

ATIVIDADE EM DUPLA Sabe-se que o custo C para produzir x unidades de certo produto é dado por $C = x^2 - 80x + 3\,000$. Nessas condições, calculem:

a) a quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo;

b) o valor mínimo do custo.

Fonte: Dante (2015)

Dante (2015) cita outro exemplo de aplicação na área da Física, que é modelado pela função quadrática, mostrado na figura 46:

Figura 46: outro exemplo da parábola e seu vértice na física

Uma partícula está em movimento sobre um eixo a partir do ponto de abscissa −12, com velocidade inicial de 7 m/s e aceleração constante de $-2\ m/s^2$. Em quanto tempo a trajetória mudará de sentido?

Resolução:

1ª maneira:

A trajetória da partícula é dada em função do tempo por:

$$f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$$

Nesse caso, $a = -2$, $b = 7$ e $c = -12$. Assim, temos:

$$f(t) = -t^2 + 7t - 12$$

Ponto de máximo:

$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{-7}{-2} = 3{,}5$$

2ª maneira:

Nesse instante, a velocidade é zero, ou seja, $v(t) = 0$.

Então:

$$v(t) = at + b \Rightarrow 0 = -2t + 7 \Rightarrow t = 3{,}5\ s$$

Portanto, depois de 3,5 s a partícula mudará de sentido.

Fonte: Dante (2015)

Dante (2015) cita que a função quadrática $f(t) = \frac{1}{2}at^2 + bt + c$ constitui o modelo matemático para o Movimento Uniformemente Variado (MUV).

Quanto à relação da progressão aritmética com a função polinomial do 2º grau, Dante (2015) cita uma comparação entre a função $f(x) = x^2$, comparada a $PA\,(1, 3, 5, 7, 9, 11, \ldots, 2n + 1, \ldots)$. Ao atribuir valores da PA na variável independente da função quadrática, obteremos a sequência 1, 9, 25, 49, 81, ..., que não é uma progressão aritmética. Mas se tomarmos as diferenças entre os termos consecutivos dessa nova sequência teremos 8, 16, 24, 32, 40, ..., que é uma PA de razão 8. Dante (2015) afirma que isso ocorre com qualquer função quadrática. E que é fácil provar.

Quanto à função exponencial, Dante (2015) abre o capítulo com o problema da cultura de bactérias ressaltando que a função exponencial está presente na Matemática Financeira no cálculo do montante, no regime de capitalização composta.

Nos exercícios de função exponencial é dado destaque as aplicações da função exponencial do tipo f(x) = C. a^{kx} . Dante (2015) propõe três exercícios relacionados a química e três a biologia. A figura 47 ilustra um deles:

Figura 47 – aplicação da função exponencial na química

Química

A radioatividade é um fenômeno que ocorre em núcleos de átomos instáveis por emitirem partículas e radiações. A medida de tempo na qual metade da quantidade do material radioativo se desintegra é denominada meia-vida ou período de semidesintegração (P). A cada período de tempo P a quantidade de material radioativo cai à metade da anterior, sendo possível relacionar a quantidade de material radioativo a qualquer tempo com a quantidade inicial por meio de uma função exponencial: $N(t) = N_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{p}}$, em que N_0 é a quantidade inicial do material radioativo, t é o tempo decorrido e P é o valor da meia-vida do material radioativo considerado. A radioatividade faz parte de nossa vida, como quando se faz uma tomografia. Um dos isótopos mais usados nos radiofármacos injetados nos pacientes submetidos à tomografia é o carbono 11, cuja meia-vida é de 20 minutos. O tempo necessário, em minutos, para que uma amostra de carbono 11 se reduza a $\frac{1}{4}$ do que era quando foi obtida é:

a) 5.
b) 10.
c) 20.
d) 40.
e) 80.

Fonte: Dante(2015)

Nas **funções logarítmicas** Dante (2015) inicia o capítulo propondo que em duplas os alunos resolvam algumas equações exponenciais, dentre as quais algumas que não têm a possibilidade de serem transformadas em uma igualdade de potências de mesma base.

Na sequência apresenta uma situação da Matemática Financeira, que objetiva conhecer o prazo de pagamento de um financiamento. Tal situação cairá em uma equação exponencial em que não é possível igualar as bases. Assim, propõe o estudo de logaritmos para resolver tal situação.

Após apresentar a definição de logaritmos e suas propriedades, define a função logarítmica. Na seção de exercícios, além de propor os ditos tradicionais, apresenta os logaritmos em variados contextos e áreas de conhecimento, como na Física e Química.

Dante (2015) finaliza o capítulo com um Box chamado "Leituras", e este destaca a presença dos logaritmos em diferentes situações, como a mostrada na figura 48:

Figura 48: O logaritmo na era da informática

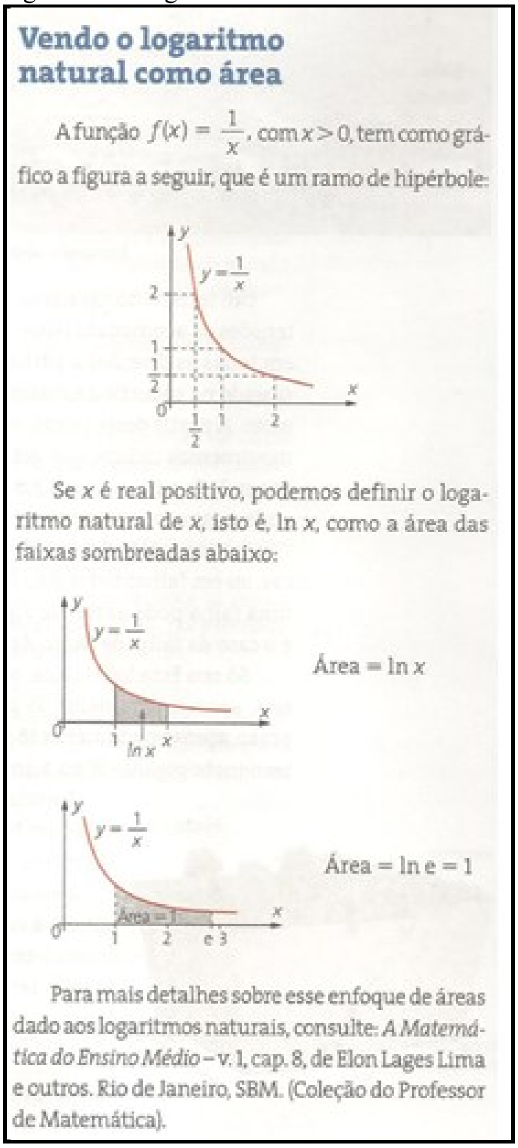
O logaritmo na era da informática

Quando um evento tem probabilidade p de ocorrer, sua ocorrência fornece uma quantidade de informações I dada por uma expressão que envolve logaritmos, que é $I = \log_2 \frac{1}{p}$, ou seja, 1 *bit* de informação.

Fonte: Dante (2015)

Outro destaque de Dante (2015) é para os logaritmos naturais. A figura 49 ilustra o logaritmo natural como uma área:

Figura 49: O logaritmo natural como área



Vendo o logaritmo natural como área

A função $f(x) = \frac{1}{x}$, com $x > 0$, tem como gráfico a figura a seguir, que é um ramo de hipérbole:

Se x é real positivo, podemos definir o logaritmo natural de x, isto é, $\ln x$, como a área das faixas sombreadas abaixo:

Área = $\ln x$

Área = $\ln e = 1$

Para mais detalhes sobre esse enfoque de áreas dado aos logaritmos naturais, consulte: *A Matemática do Ensino Médio* – v. 1, cap. 8, de Elon Lages Lima e outros. Rio de Janeiro, SBM. (Coleção do Professor de Matemática).

Fonte: Dante (2015)

No que diz respeito às funções trigonométricas, estas estão no volume 2 de Dante (2015). Após definir a função seno o autor apresenta a representação gráfica, destacando as propriedades e características da referida função. De forma análoga faz o mesmo para a função cosseno. Faz referências as senoides e os fenômenos periódicos dando destaque aos movimentos das marés, a radiação eletromagnética, a luz visível, aos pêndulos e as molas.

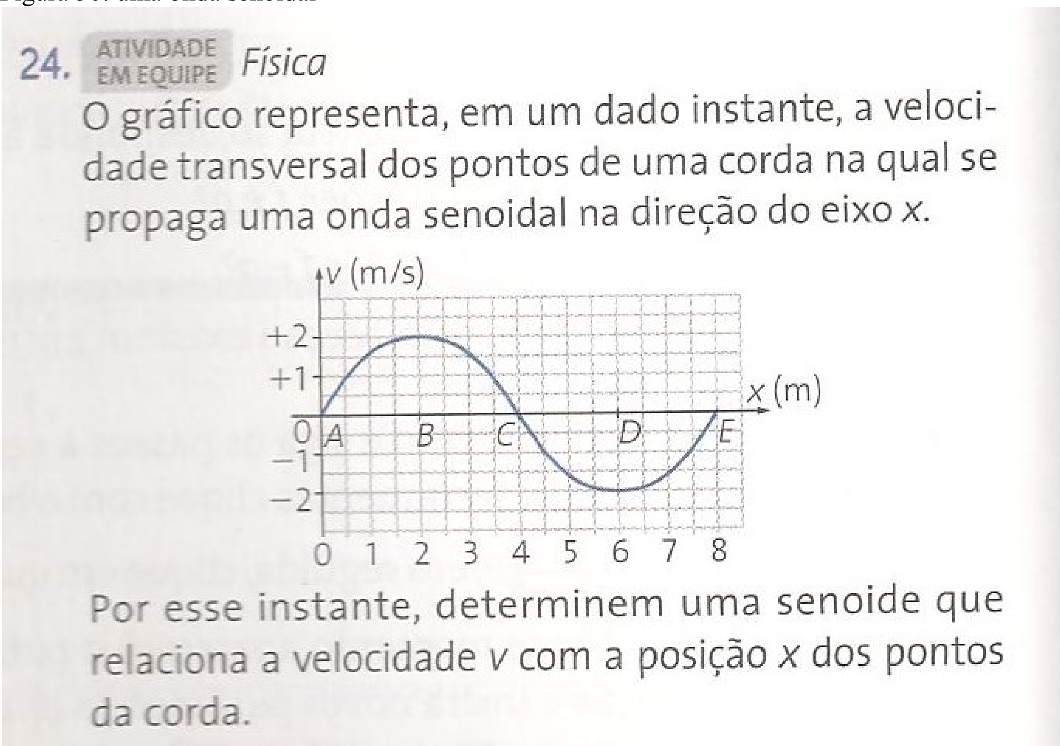
Diz DANTE (2015, p. 49):

> A projeção do ponto $P(x, y)$ sobre o eixo dos cossenos descreve um movimento cuja equação é do tipo $x = cos\,\alpha$, e sobre o eixo dos senos é $y = sen\,\alpha$. Dessa forma podemos associar a qualquer movimento período uma função senoidal do tipo $f(x) = a + b\,.sen\,(cx + d)$ ou $f(x) = a + b\,.cos\,(cx + d)$, cuja imagem é dada por $[a - |b|, a + |b|]$, e cujo período é dado por $\frac{2\pi}{|c|}$. Na descrição dos fenômenos periódicos, em geral se opta por valores b e c positivos, de forma que a

imagem da senoide nesses casos passa a ser $[a - b;\ a + b]$ e o período fica sendo $\frac{2\pi}{c}$.

Nos exercícios de aplicação dá ênfase à Física, conforme mostrado na figura 50:

Figura 50: uma onda senoidal


24. ATIVIDADE EM EQUIPE Física

O gráfico representa, em um dado instante, a velocidade transversal dos pontos de uma corda na qual se propaga uma onda senoidal na direção do eixo x.

Por esse instante, determinem uma senoide que relaciona a velocidade v com a posição x dos pontos da corda.

Fonte: Dante (2015)

A análise dos livros de Gelson Iezzi et al e Luiz Roberto Dante permitiu perceber que em todas as funções elementares os autores iniciam o estudo das funções apresentando diferentes modelos, selecionados em diferentes áreas do conhecimento, como queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia elétrica, entre outros.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (1999) faz uma crítica do modo como são trabalhadas as funções neste nível de ensino, que tradicionalmente dá uma ênfase muito grande para o estudo de conjuntos e suas operações e apartir daí procura definir função como uma relação entre duas grandezas variáveis. Porém esse processo se torna longo até a formalização do conceito de função. Nesse sentido, o ensino das funções pode ser iniciado diretamente pela noção de função para descrever situações de dependência entre duas grandezas, o que permite o estudo a partir de situações contextualizadas, descritas algébrica e graficamente, o que está em conformidade com a abordagem deste tema pelos autores escolhidos para a coleta e análise dos dados deste trabalho.

4 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ensinar matemática de modo que o aluno aprenda de forma integral é um desafio para grande maioria dos educadores. Vivemos em uma sociedade em que o conhecimento matemático é imprescindível para solucionar problemas em diferentes situações, bem como serve de apoio a outras áreas do conhecimento. Nesse sentido, devemos levar para sala de aula novas metodologias que possam atrair a atenção do aluno, levando-o a compreender os conceitos, definições e despertando o interesse e prazer pelo conhecimento da matemática.

A Matemática do Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas, em quase todas as atividades humanas.

Dentre os conteúdos do Ensino Médio, o conceito de função é considerado um dos mais importantes da Matemática e seus aspectos mais simples estão presentes nas noções mais básicas desta ciência.

O estudo realizado evidenciou que os autores dos livros didáticos selecionados, para esta pesquisa, abordam o ensino das funções em diferentes contextos e áreas de conhecimento e consideram que o ponto de partida deva acontecer quando identificamos a variação entre duas grandezas em situações cotidianas. Vale ressaltar que esta metodologia de abordagem é sugerida nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

Constatou-se também que os autores estão em sintonia com as Orientações Curriculares para o Ensino Médio ao abordarem em suas obras problemas práticos do cotidiano e situações reais que são modeladas por funções elementares inseridas em outras áreas do conhecimento.

Também foi possível perceber que o conceito de função surgiu de forma intuitiva desde a Antiguidade e evoluiu ao longo dos séculos, se ajustando às necessidades das Ciências e da Matemática. Nasceu como relação entre quantidades variáveis utilizado como um instrumento para o estudo das ciências naturais, com a contribuição de vários matemáticos, dando destaque a Euler, Dirichlet, Bernoulli e Leibniz.

No desenvolvimento da pesquisa constatou-se que o estudo das funções possibilita ao aluno a aquisição da linguagem algébrica como a linguagem das ciências, fundamentais para expressar a relação entre duas grandezas variáveis, e também para modelar situações-problema, presentes em diferentes áreas do conhecimento.

Pelo estudo efetivado, devemos enfatizar no estudo das Funções Elementares a definição, propriedades, construção e análise de gráficos e suas aplicações em diferentes contextos. Vale ressaltar que os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2002) tecem estas orientações, o que confirma a sintonia dos autores com as políticas públicas.

De acordo com a análise realizada foi possível observar que os autores utilizaram a função afim para modelar situações cotidianas, e a envolveram nas áreas da Economia e Física. Estabeleceram conexões com a função linear e progressões aritméticas, e mostraram que problemas que envolvem a proporcionalidade, em geral, podem ser resolvidos por meio de uma função linear.

As funções quadráticas apareceram em ambos os livros, em situações envolvendo a Geometria, Fenômenos Físicos, Economia e Esportes. As Orientações Curriculares para o Ensino Médio mais uma vez destacam que o estudo da função quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um ponto de máximo e cita os clássicos problemas de determinação de área máxima, o que confirma nos exercícios propostos pelos autores.

Os autores não apresentaram aplicações de função modular, apenas um exercício em cada obra que trouxe uma situação fictícia modelada por esta função.

Na função exponencial os autores iniciaram a discussão resolvendo problemas no contexto da Matemática Financeira e Biologia. É importante destacar que situações reais de crescimento populacional podem bem ilustrar o modelo exponencial, conforme ilustrou Gelson Iezzi e outros nos exercícios propostos. Luiz Roberto Dante já enfatizou o modelo exponencial em problemas da área da Química e Biologia. Nos problemas de aplicação em geral, é preciso resolver uma equação exponencial, e isso pede o uso da função inversa: a função logarítmica.

No que diz respeito à função logarítmica os autores iniciaram o estudo com uma situação do contexto da Matemática Financeira. Apresentaram variadas situações da área da Física e Química, modelados pela função logarítmica, cuja resolução necessita dos conhecimentos da equação exponencial, em que não é possível igualar as bases.

Ao finalizar a investigação nos livros didáticos constatamos que o estudo das funções trigonométricas seno e cosseno é de suma importância para a compreensão de fenômenos comuns que apresentam comportamento periódico, como o relógio de ponteiros, pêndulos, ondas eletromagnéticas, vibrações em instrumentos de corda, entre outros. Nos exercícios os autores deram uma abordagem significativa para a área da Física.

Como sugestão de trabalho futuro consideramos que a elaboração de uma sequência didática, constituída de atividades contextualizadas, integrando as funções quadráticas e a Física, poderá ser uma metodologia que dinamize o ensino da matemática, possibilitando ao aluno a apropriação dos conceitos que cercam o estudo das funções.

Outro encaminhamento para a continuidade deste estudo seria a realização de uma investigação na Base Nacional Comum Curricular do Ensino Médio, que no momento está em análise para este nível de ensino. É documento de caráter normativo, que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica. O objetivo desta investigação seria conhecer como é proposto o ensino das funções elementares neste documento.

REFERÊNCIAS

A HISTÓRIA das funções. Disponível em: < http://www.grupoescolar.com/pesquisa/a-historia-das-funcoes.html > Acesso em: 03/10/2017.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** ensino médio. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio:** Orientações curriculares complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BRASIL. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio.** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias / Secretaria de Educação Básica. Brasília : Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. Disponível em:http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf. Acesso em 03 set. 2017.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática:** Contexto & Aplicações: volume 1 e 2. São Paulo: Ática, 2017.

_____. **Matemática:** Contexto & Aplicações: volume 1 e 2. São Paulo: Ática, 2015.

EVES, Horward. **Introdução à história da matemática.** Tradução de Hygino H. Domingues. 3.ed. Campinas: Unicamp,2004.

FLEMMING, Diva Marília. **Tópicos de Matemática Elementar I:** livro didático. 2. ed. rev. Palhoça: Unisul Virtual, 2008.

GIOVANNI, José Ruy. BONJORNO, José Roberto. GIOVANNI Jr, José Ruy. **Matemática Fundamental:** uma nova abordagem. São Paulo: FTD, 2002.

IEZZI ...[et al]. **Matemática: ciência e aplicações.** Volume 1 e 2 , 6ª edição. São Paulo: Saraiva, 2010.

MOTTA, Alexandre de Medeiros. **O TCC e o fazer científico:** da elaboração à defesa. 2ª ed. Tubarão: Ed. Copiart, 2015.

SÁ, Robinson. **Aspectos históricos sobre função matemática.** Disponível em:< http://www.infoescola.com/matematica/aspectos-historicos-sobre-funcao-matematica/>. Acesso em: 03/10/2017.

SMOLE, Kátia Stocco . DINIZ, Maria Ignez. **Matemática para o ensino médio**. 6ª ed. São Paulo: Saraiva, 2010. Vol 1

_____. **Matemática, Ensino Médio,** volume 1. São Paulo: Saraiva, 2017.

SOUZA, Joamir. **Novo olhar matemática,** volume 1, 2ª ed. São Paulo: FTD, 2013.

SOUZA, Joamir e GARCIA, Jacqueline. **Contato Matemática,** volume 1, 1ª ed. São Paulo: FTD, 2016.

VASCONCELLOS, Maria José Couto de. SCORDAMAGLIO, Maria Terezinha. CÂNDIDO, Suzana Laino. Projeto Escola e Cidadania para todos: coleção matemática. São Paulo: Editora do Brasil. s/d. v.1.