UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA
CRISTINA FELIPE DE MATOS

MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA EM CURSOS DE PEDAGOGIA: UMA REFLEXÃO A PARTIR DOS FUNDAMENTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Tubarão
2017

CRISTINA FELIPE DE MATOS

MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA EM CURSOS DE PEDAGOGIA: UMA REFLEXÃO A PARTIR DOS FUNDAMENTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado em Educação da Universidade do Sul de Santa Catarina como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Educação.

Orientadora: Prof[a]. Dr[a]. Josélia Euzébio da Rosa

Tubarão

2017

Matos, Cristina Felipe de, 1987-
M38 Modo de organização do ensino de matemática em cursos de pedagogia : uma reflexão a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural / Cristina Felipe de Matos; -- 2017.
139 f. ; il. color. ; 30 cm

Orientadora : Josélia Euzébio da Rosa.
Dissetração (mestrado)–Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2017.
Inclui bibliografias.

1. Educação – Filosofia educacional. 2. Matemática. 3. Educação – Estudo e Ensino. 4. Ensino - Metodologia. I. Rosa, Josélia Euzébio da. II. Universidade do Sul de Santa Catarina - Mestrado em Educação. III. Título.

CDD (21. ed.) 370.1

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Universitária da Unisul

CRISTINA FELIPE DE MATOS

MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DE MATEMÁTICA EM CURSOS DE PEDAGOGIA: UMA REFLEXÃO A PARTIR DOS FUNDAMENTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

Esta Dissertação foi julgada adequada à obtenção do título de Mestre em Educação e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Educação - Mestrado, da Universidade do Sul de Santa Catarina.

Tubarão, 14 de fevereiro de 2017.

Professora e Presidenta da Banca Examinadora Josélia Euzébio da Rosa, Dra.
Universidade do Sul de Santa Catarina

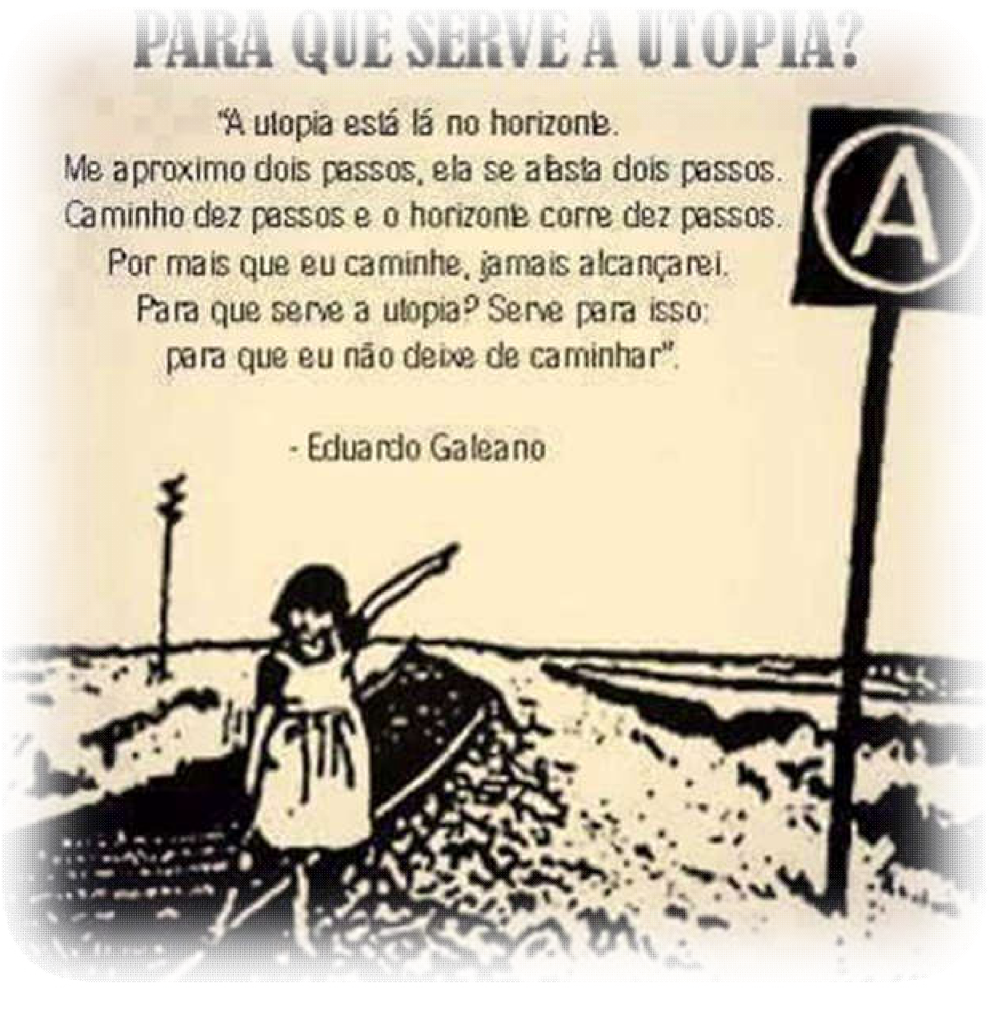
Professora Andréa Maturano Longarezi, Dra.
Examinadora Externa – Universidade Federal de Uberlândia

Professor Ademir Damázio, Dr.
Examinador Externo – Universidade do Extremo Sul Catarinense

Professora Doutora Leonete Luzia Schmidt, Dra.
Examinadora Interna – Universidade do Sul de Santa Catarina

Professora Doutora Tânia Mara Cruz, Dra.
Examinadora Interna – Universidade do Sul de Santa Catarina

Aos docentes e acadêmicos que pensam a organização do ensino a partir da necessidade de ensinar os estudantes "a orientarem-se independentemente na informação científica e em qualquer outra. [...] Ensinar os estudantes a pensarem, isto é, desenvolver ativamente os fundamentos do pensamento contemporâneo, para o qual é necessário organizar um ensino que impulsione o desenvolvimento" (DAVÍDOV, 1988, p. 3).


PARA QUE SERVE A UTOPIA?
"A utopia está lá no horizonte.
Me aproximo dois passos, ela se afasta dois passos.
Caminho dez passos e o horizonte corre dez passos.
Por mais que eu caminhe, jamais alcançarei.
Para que serve a utopia? Serve para isso:
para que eu não deixe de caminhar".
- Eduardo Galeano
A

AGRADECIMENTOS

Aos órgãos de fomento: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (**CAPES)** e Fundação de Apoio à Pesquisa Científica e Tecnológica do Estado de Santa Catarina **(FAPESC)**; com o custeio, permitiu-me a tranquilidade financeira para a realização da pesquisa.

A **Lavínia**, pela revisão atenta, cuidadosa e impecável. Ortografia, gramática, estilo, apresentação, normas, entre outros, são fatores indispensáveis para um texto bem produzido. Contribui na compreensão do conteúdo pelo leitor. É um toque final essencial.

Aos professores, colegas e funcionários da Unisul, por contribuírem na constituição da minha formação, em especial às professoras doutoras, Letícia, Leonete, Tânia, e ao professor doutor Kassick; em especial, às colegas de início da caminhada (turma de 2015), amiga xará Cristina, Edna e Júlia, pelas conversas descontraídas que permitiu, por vezes, o alívio da tensão do momento; à secretária do PPGE, Daniela, pelo sorriso contagiante, pela atenção prestada e por todas as conversas descontraídas ou formais, nos intervalos de orientação; e à Dona Lila, responsável por nossos cafezinhos que nos alegrava em momentos de confraternização e nos despertava em momentos de estudos e descansos.

À **Profª. Drª. Maria da Graça Nóbrega Bollmann** e demais professores que criaram o PPGE/Unisul. Assim, pude escrever parte da minha história neste.

A todos (as) **colegas de Mestrado (turma de 2015)**, pela confiança depositada para ser representante discente desde o início de 2016. E, também, aos atuais **coordenadores Prof. Dr. Gilvan e Profª. Drª. Josélia**, por possibilitarem nossa participação nas reuniões de colegiado e, assim, compartilharmos das discussões de interesse do corpo discente.

Aos professores da banca, **Profª. Drª. Leonete Luzia Schmidt, Profª. Drª. Tânia Mara Cruz, Profª. Drª. Andréa Maturano Longarezi e Prof. Dr. Ademir Damazio**, pela leitura atenta e carinhosa. Especificamente por compartilharem suas aprendizagens, contribuindo para o enriquecimento desta pesquisa.

Em especial, com gratidão e admiração infinita, ao professor **Ademir Damazio**, por fazer parte da minha vida acadêmica e contribuir, desde 2006, na constituição do meu EU: Quem sou eu? De onde eu vim? Por que estou aqui? Para onde vou? Mesmo com os distanciamentos por conta do trabalho docente, sempre o levei comigo, suas palavras, sua didática, sempre foram lembradas. Pode ter certeza que, mesmo em silêncio, admiro seu trabalho, sua preocupação, em nosso processo formativo. Sinto-me honrada em ter você ao meu lado nesta caminhada.

À Profª Msc. **Eloir Mondardo Cardoso**, por tantas aprendizagens compartilhadas: na graduação, professora de Estágio Supervisionado I; na Especialização, além de professora, ouviu nossas angústias da experiência docente nos almoços de sábado; nas conversas enquanto colegas de professoras supervisoras no PIBID; pelo convite para composição da banca de TCC, para mim "foi expressão de confiança e de reconhecimento de que se tem algo a contribuir" (CALAÇA, 2016).

Aos colegas **do grupo GPEMAHC e TEDMAT**: Josélia, Ademir, Val, Eloir, Sandra, Gi, Ediséia, Ana, Cléber, Mari, Day, Ester, Mila, Bela, Bruno, Luciane, Michele, Lucas Lemos, Lucas Sid e Cícero. Sem nossas discussões, reflexões, indagações, toda esta pesquisa seria mais difícil.

Sandra, Ana, Mari, Cléber, Josélia, nossas discussões em 2015/2 foram fundamentais na constituição desta pesquisa. Bem como Ediséia, que mesmo não presente fisicamente, esteve presente por intermédio de sua brilhante pesquisa.

O que dizer então, **Sandra, Ana e Josélia**, da fantástica experiência no estágio de docência na turma 2015/2 de Pedagogia! Aprendi muito com vocês, com a turma, e me sinto saudosa desse tempo que me enriqueceu enquanto docente e também fortaleceu nossos laços afetivos.

Por esses e outros momentos compartilhados, **Sandra**, te digo: minha linda companheira de viagem, com muitas discussões teóricas, risadas... vivemos momentos eternos. "Você é daquelas pessoas que vale a pena conhecer, conviver e trazer para nossa vida" (SILVA, 2014, p. 09).

Às meninas **Josi (docinho), Gi, Ester, Sandra e Ana**, pela contribuição no momento da elaboração da história virtual, em especial, Ana. O que seria de nós, aprendizes de histórias virtuais, sem a valiosa contribuição dessa pedagoga especial?

Às amigas e ao amigo de caminhada acadêmica, pelas partilhas de leituras, de preocupação, de dúvidas, discussões teóricas: **Sandra, Gi, Ana e Cléber.** Obrigada pela leitura atenta e impecável revisão dos textos.

Aos amigos **Alessandro e Gabriel** (pai e irmão de coração), pela acolhida muito carinhosa em sua casa. Sentirei saudades dos sábados em que precisei "roubar" a atenção da mulher da vida de vocês (minha mãe de coração) e, mesmo assim, churrasco, pizzas, cafés, conversas, risadas, vocês me ofertaram com muito carinho. Faltam palavras para descrever a emoção que senti quando meu irmão Gabriel realizou um amigo secreto apenas da **família**: Alessandro, Josélia, Gabriel e eu. Isso sem falar da surpresa que tive ao ganhar um lindo presente que representava um 'tchau' do meu irmão ao finalizar a escrita desta dissertação. Por todos os momentos compartilhados, senti-me da família. Levarei vocês comigo para sempre.

Às amigas de longa data, **Jaque, Greicy, Mila e Greicy**, obrigada por entenderem meus motivos de distanciamento ao longo desses dois anos. Mas, nos poucos momentos em que nos vimos, saibam que vocês foram essenciais nesses períodos de descontração. Deram-me força para seguir em frente sempre.

Ao meu irmão **Lucas**, pela tentativa de ensinar o Inglês, pelos churrascos de domingo, pelos finais de semana descontraídos ao lado da **Karol**, cunhada querida. Compartilhamos momentos de muitas risadas em família.

Às acadêmicas e aos professores dos três cursos de Pedagogia que participaram desta pesquisa, na constituição desta, vocês foram um dos alicerces dessa caminhada difícil, árdua, rica, mas muito prazerosa. Obrigada por cada conversa que tivemos, por todos os momentos compartilhados, pelas aprendizagens e, acima de tudo, por contribuírem não só na minha formação como na de muitos outros que possam estudar este trabalho. Em nome de vocês, dedico a todos os professores e futuros professores esta pesquisa. Sem vocês, não seria possível.

A todos vocês, amigos queridos, dedico esta canção:

♪ A amizade sincera é um santo remédio
É um abrigo seguro
É natural da amizade
O abraço, o aperto de mão, o sorriso
Por isso se for preciso
Conte comigo, amigo disponha
Lembre-se sempre que mesmo modesta
Minha casa será sempre sua
Amigo
Os verdadeiros amigos
Do peito, de fé
Os melhores amigos
Não trazem dentro da boca
Palavras fingidas ou falsas histórias
Sabem entender o silêncio
E manter a presença mesmo quando ausentes
Por isso mesmo apesar de tão raros
Não há nada melhor do que um grande amigo ♪
(Amizade Sincera
Fábio Jr.)

Especialmente,

Ao meu companheiro nesta caminhada, ***Ezequiel Pizzetti,*** *pela ajuda nos momentos de passagem do "furacão Cristina", como assim o denominou. Deu-me apoio incondicional a todos meus anseios, mesmo os mais "fantasiosos". Sempre ao meu lado, dando apoio, força, carinho... Você foi e é meu alicerce mais forte, mais especial. Obrigada por seu companheirismo, paciência e amor.*

MÃE E PAI,

Não previamos que estaria aqui quando conversamos sobre faculdade em 2004, não é mesmo?
Em um dos conselhos, ouvi: "Vai fazer faculdade, ter diploma para não depender de homem". Esse foi o primeiro impulso e que me levou a outros, com outra qualidade! Saibam que, muitas vezes durante a escrita deste trabalho, a luta de vocês e determinação para conquistar os objetivos foram motivos de inspiração para mim ... Obrigada por serem quem são e como são...

JOSÉLIA,

Você é a maior responsável pela constituição da minha caminhada acadêmica. Responsável por mudanças,

não apenas acadêmica, mas de vida. Agradeço infinitamente você ter sido a primeira professora na Especialização. Assim, quando iniciei, com as aulas já em andamento, precisei perguntar a você o que poderia fazer para suprir o atraso. Foi então que nos aproximamos. Como efetiva orientadora, mostrou-me o caminho: de bolsas e viagens de estudo, de conhecer professores maravilhosos, de pesquisa, de ensino, de extensão... Além de orientadora, uma grande amiga. Nas minhas dúvidas, não me forneceu respostas, mas sim, me levou a refletir por intermédio de suas perguntas. Sempre pensando no melhor e efetivo meio para formação discente. Você não imagina o quanto a admiro, o quanto aprendo com você em cada detalhe e atividade da vida. Aprendizagem que ultrapassou o âmbito acadêmico. Você, para mim, é com certeza exemplo do que é práxis. Obrigada →∞

Aos pais, Claudio e Nazaré, e à orientadora, amiga e mãe de coração, Josélia:

Há alguém, todos o sabem, a quem admiro. Alguém para quem um dia olhei como quem olha um quadro. Na sua imagem busquei um exemplo de conduta: a ética da profissão, a estética do bem viver. E o que me mostrou, na face, foi um espelho: a imagem refletida e profética do que poderei ser. Encorajando-me, é uma casa de espelhos, num parque de diversões; espelhos que me fazem sentir maior, ou melhor. Algo a mais do que sou.

(José Miguel Wisnik)

A todos, MUITO OBRIGADA. Esta conquista é nossa!!

RESUMO

Este estudo traz como pressuposto de que o modo de organização do ensino predominante, no Brasil, no que se refere ao conteúdo e método, fundamenta-se na Teoria do Pensamento Empírico. Isso não condiz com o atual estágio de desenvolvimento do pensamento que a humanidade já atingiu, além de obstaculizar a formação do pensamento teórico contemporâneo. A fim de refletir sobre as possibilidades de superação de tais obstáculos, com base nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, investigamos o modo de organização do ensino no contexto da Pedagogia. Mais especificamente, debruçamo-nos nas manifestações de aprendizagem das acadêmicas do curso de Pedagogia de três Instituições de Ensino Superior, concernentes ao modo de organização do ensino referente à interpretação e resolução de problemas de subtração, a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. Para tanto, acompanhamos, durante um semestre, todas as aulas relacionadas ao ensino de Matemática nos três cursos. O procedimento de coleta de dados foi o de observação, com auxílio de instrumentos como gravador de áudio, diário de campo e manifestações escritas pelas próprias acadêmicas. Concluímos que, dentro dos limites estabelecidos pela carga horária dos três cursos de Pedagogia, a aprendizagem, fundamentada na Teoria Histórico-Cultural, possibilitou que as acadêmicas se apropriassem e incluíssem alguns elementos teóricos conceituais no modo de organização do ensino. Constatamos que a carga horária destinada à disciplina de Matemática é um dos fatores que, de certa forma, condiciona o modo de desenvolvimento das aulas e limita os sistemas conceituais abordados. Com o agravante, no que diz respeito ao nível de desenvolvimento inicial das acadêmicas, o pensamento empírico obstaculiza a formação do modo de organização de ensino em nível teórico. Contudo, a intervenção didática desenvolvida pelos três professores as colocou em movimento de aprendizagem e, portanto, de desenvolvimento do pensamento em nível superior ao inicial. A mediação didática constituiu a zona de desenvolvimento proximal, que possibilitou a mudança de qualidade, pois a diferença entre as compreensões iniciais e as finais foi expressiva.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural. Educação Matemática. Modo de organização do ensino. Pedagogia.

ABSTRACT

This study shows that the mode of organization of prevailing education in Brazil, in terms of content and method, is based on the Theory of Empirical Thinking. This is not in keeping with the present stage of development of thought that humanity has already achieved, in addition to hindering the formation of contemporary theoretical thinking. In order to reflect on the possibilities of overcoming these obstacles based on the foundations of Historical-Cultural Theory, we investigated the way of teaching organization in the context of Pedagogy. More specifically, we focused on the learning manifestations of the academics of the Pedagogy course of three Higher Education Institutions, concerning the way of organization of teaching concerning the interpretation and resolution of subtraction problems, based on the foundations of Historical-Cultural Theory. To do so, we accompanied, during a semester, all the classes related to the teaching of Mathematics in the three courses. The data collection procedure was the one of observation, with the aid of instruments like audio recorder, field diary and manifestations written by the own academics. We concluded that, within the limits established by the hours of the three courses of Pedagogy, learning, based on the Historical-Cultural Theory, enabled the students to appropriate and include some theoretical conceptual elements in the way of teaching organization. We verified that the time load destined to the Mathematics discipline is one of the factors that, in a certain way, conditions the way of class development and limits the conceptual systems approached. With the aggravating factor regarding the level of initial development of the academics, this hinders the formation of the way of organization of teaching at a theoretical level. However, the didactic intervention developed by the three teachers put them in a learning movement and, therefore, a higher level of development than the initial one. The didactic mediation, developed in the zone of proximal development, allowed the change of quality, since the difference between the initial and final understandings was expressive.

Keywords: Historical-Cultural Theory. Mathematics Education. Method of organization of teaching. Pedagogy.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 – Instrumentos de coleta de dados 27
Ilustração 2 – Unidade de análise 32
Ilustração 3 – Ponto, segmento e reta 40
Ilustração 4 – Operações com grandezas 41
Ilustração 5 – Representação da igualdade e desigualdade entre as grandezas........ 41
Ilustração 6 – Representação do valor das medidas por meio de arcos 42
Ilustração 7 – Representação do valor das medidas por meio de letras 42
Ilustração 8 – Introdução da reta numérica 43
Ilustração 9 – Adição e subtração 45
Ilustração 10 – Relação entre o todo e as partes 45
Ilustração 11 – Relação entre o todo e as partes 46
Ilustração 12 – Determinação do significado do todo 47
Ilustração 13 – Representação teórica do problema 49
Ilustração 14 – Representação empírica do problema 50
Ilustração 15 – Primeiro enunciado: Yuri tinha 13 nozes. Quando comeu 8 nozes, restaram quantas? 51
Ilustração 16 – Segundo enunciado: Yuri comeu 8 nozes e restaram 5. Quantas nozes Yuri tinha inicialmente? 52
Ilustração 17 – Terceiro enunciado: Yuri tinha 13 nozes. Restaram 5 nozes. Quantas ele comeu? 52
Ilustração 18 – Modelo universal 52
Ilustração 19 – Abstração essencial do objeto de investigação 60
Ilustração 20 – Representação do experimento objetal empírico 72
Ilustração 21 – Abstração inicial dos elementos que compõem a relação universal 76
Ilustração 22 – Abstração máxima da relação universal 77
Ilustração 23 – O modelo como elemento mediador para determinação da operação 79
Ilustração 24 – Erro na constituição do esquema 80
Ilustração 25 – Equívoco na identificação do todo e das partes 80
Ilustração 26 – Construção do esquema 81
Ilustração 27 – Utilização da reta numérica para interpretação do problema 82
Ilustração 28 – Introdução da reta numérica 83
Ilustração 29 – Operacionalização na reta numérica 84

Ilustração 30 – Permanência do procedimento empírico 85
Ilustração 31 – O geral no movimento geral-particular-singular 102
Ilustração 32 – Representação objetal: identificação dos dados 105
Ilustração 33 – Representação objetal: conclusão da análise dos dados.............................. 106
Ilustração 34 – Abstração inicial da representação dos dados por meio de segmentos......... 107
Ilustração 35 – Reflexão sobre a abstração inicial dos dados 108
Ilustração 36 – Abstração da representação dos dados por meio de segmentos e arcos........ 108
Ilustração 37 – Abstração máxima da representação dos dados por meio de letras.............. 109
Ilustração 38 – Modelação objetal da relação universal 110
Ilustração 39 – Início da modelação gráfica e literal da relação universal 111
Ilustração 40 – Continuidade da modelação gráfica e literal da relação universal............... 111
Ilustração 41 – Abstração máxima do modelo universal 112
Ilustração 42 – Tarefa correspondente às ações de controle e avaliação............................. 113
Ilustração 43 – Resposta correta da tarefa correspondente às ações de controle e avaliação 114
Ilustração 44 – Primeira transformação do modelo abstrato da relação universal............... 115
Ilustração 45 – Segunda e terceira transformações do modelo abstrato da relação universal 116
Ilustração 46 – O particular no movimento geral-particular-singular 117
Ilustração 47 – O singular no movimento geral-particular-singular.................................... 118
Ilustração 48 – Introdução da reta numérica 118
Ilustração 49 – Expressão singular da relação universal... 119
Ilustração 50 – Operacionalização na reta numérica 119

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Síntese do processo de coleta de dados 29
Quadro 2 – Princípios didáticos.. 36
Quadro 3 – Síntese do conhecimento inicial e atual das acadêmicas dos três cursos 124
Quadro 4 – Síntese do modo geral organização para o ensino de interpretação e resolução de problemas 126

LISTA DE SIGLAS

CELIN – Centro de Línguas e Interculturalidade

CNPq – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

FUMDES – Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior

GEPAPe – Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica

GPEMAHC – Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica

TEDMAT – Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática

UNESC – Universidade do Extremo Sul Catarinense

UNISUL – Universidade do Sul de Santa Catarina

USP – Universidade de São Paulo

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO 18
PROCESSO DE CONSTITUIÇÃO DA PESQUISA 19
1 MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DESENVOLVIDO NAS TRÊS INSTITUIÇÕES 35
1.1 AS TAREFAS DAVYDOVIANAS 40
1.2 SÍNTESE 55
2 COMPREENSÕES INICIAIS E MANIFESTAÇÕES DE APRENDIZAGEM: UMA ANÁLISE A PARTIR DO MODO DE ORGANIZAÇÃO DE ENSINO DESENVOLVIDO NAS TRÊS INSTITUIÇÕES 58
2.1 COMPREENSÕES INICIAIS DAS ACADÊMICAS 62
2.1.1 Ponto de partida: caráter singular 62
2.1.2 Experimento objetal: reflexo das características externas 63
2.1.3 Processo de generalização: comparação e separação do indício comum 64
2.1.4 Processo de abstração: designação do indício comum pela palavra 66
2.1.5 O cálculo por meio do procedimento objetal 68
2.1.6 Resultado: obtido a partir da contagem de grandeza discreta 69
2.1.7 Síntese 70
2.2 PERMANÊNCIA DA COMPREENSÃO INICIAL E INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM 71
2.2.1 Ponto de partida: caráter geral 72
2.2.2 Experimento objetal: reflexo das relações internas 73
2.2.3 Processo de abstração e generalização 76
2.2.4 Determinação da operação 79
2.2.5 Introdução do cálculo e determinação do resultado: na reta numérica 83
2.2.6 Síntese 87
2.3 CONCEPÇÕES DAS ACADÊMICAS SOBRE SUAS RESPOSTAS 87
3 OBJETIVAÇÃO DOS FUNDAMENTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL NO MODO DE ORGANIZAÇÃO PARA O ENSINO DE INTERPRETAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS 95
3.1 SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM 101
3.2 RESOLUÇÃO DA SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM 105
3.3 SÍNTESE 121

4 SÍNTESE 123
REFERÊNCIAS 128
ANEXO 135
ANEXO A - Carta de informação sobre a pesquisa e Termo de Consentimento Livre e Esclarecido 136

APRESENTAÇÃO

A presente investigação resultou de um processo no qual percorremos quatro etapas:

1ª etapa – elaboração do projeto de investigação;

2ª etapa – coleta de dados;

3ª etapa – organização e análise dos dados;

4ª etapa – exposição dos resultados.

A presente dissertação é constituída pelo texto introdutório e três capítulos. No texto introdutório, apresentamos o processo de constituição da pesquisa: a caminhada acadêmica, problematização, problema, objetivos, metodologia e uma síntese do que apresentaremos nos capítulos 1, 2 e 3.

O primeiro capítulo refere-se ao conteúdo e método desenvolvidos pelos três professores, nas três instituições, sobre interpretação e resolução de problemas com base na proposição davydoviana.

No segundo analisamos as respostas apresentadas pelas acadêmicas no início e ao final do processo de intervenção didática realizado. A análise desses dois momentos foi mediada pelo processo de ensino e aprendizagem desenvolvido nas três instituições.

O terceiro trata-se de uma proposição nossa para o modo de organização de ensino de interpretação e resolução de problemas. Neste, articulamos a Atividade Orientadora de Ensino (MOURA, 1996) e as seis ações de estudo (DAVÝDOV, 1982). Também propomos um modo de organização do ensino com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico dos (as) acadêmicos (as) de cursos de Pedagogia com base em nossas compreensões sobre os Fundamentos da Teoria Histórico-Cultural.

PROCESSO DE CONSTITUIÇÃO DA PESQUISA

A fundamentação teórico-metodológica da presente investigação é alicerçada em estudos e discussões realizadas nos seguintes grupos: Grupo de Pesquisa em Educação Matemática: uma Abordagem Histórico-Cultural (GPEMAHC)[1] e Teoria do Ensino Desenvolvimental na Educação Matemática (TEDMAT).[2] Ambos constituem a unidade catarinense do Grupo de Estudos e Pesquisas sobre a Atividade Pedagógica (GEPAPe).[3]

Os mencionados grupos têm em comum a fundamentação na Teoria Histórico-Cultural desenvolvida inicialmente por Vygotski, e seus desdobramentos na Teoria da Atividade, na Atividade Orientadora de Ensino e Teoria do Ensino Desenvolvimental. Com relação a esta, focaremos nos estudos de Davýdov[4], seguidor pertencente à terceira geração de Vygotski. As citadas teorias têm como base filosófica o Materialismo Histórico e Dialético, cujo método conduz nossas ações de pesquisa. A opção teórico-metodológica, desde o início da elaboração do projeto, norteou o processo investigativo, uma vez que “o objeto e o método de investigação mantêm uma relação estreita” (VYGOTSKI, 1995, p. 62, tradução nossa) e “é um meio de obtenção de determinados resultados no conhecimento e na prática” (KOPNIN, 1978, p. 91).

O referido método sustenta não apenas os processos investigativos, mas, também, as demais atividades humanas fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural, como, por exemplo, a atividade de ensino. Esta foi a base de Davýdov para elaboração da Teoria do Ensino Desenvolvimental, que se trata da objetivação dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural em princípios didáticos. A partir destes, Davýdov e colaboradores como Gorbov, Mikulina e Savieliev, entre outros, produziram livros didáticos e livros de orientação ao professor, referentes ao ensino de Matemática. O intuito era a superação das dificuldades originadas a partir de um ensino organizado, com base no conteúdo e método correspondentes

---

[1] O cadastro no diretório do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), na qualidade de estudante de graduação, ocorreu em 2008. O líder do grupo é o Prof. Dr. Ademir Damazio, da Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC).

[2] Grupo cadastrado no diretório do CNPq em 2014, porém sua origem é de 2012. A líder do grupo é a Profª. Drª. Josélia Euzébio da Rosa, da Universidade do Sul de Santa Catarina (UNISUL).

[3] O líder do grupo, de abrangência nacional, é o Prof. Dr. Manoel Oriosvaldo de Moura, da Universidade de São Paulo (USP).

[4] No decorrer do texto será utilizada a grafia Davýdov. A razão em optarmos por esta se dá porque em sua principal obra, “Tipos de generalização do ensino”, com tradução do original em russo para o espanhol por Marta Shuare, o nome de Davýdov aparece grafado com “y” e acento agudo. Porém, ao se tratar de referência, será mantida a escrita conforme apresentada na obra referenciada, quais sejam: Davídov, Davýdov e Давыдов.

à Teoria do Pensamento Empírico[5] predominante em sua época, na Rússia (DAVÝDOV, 1982).

Iniciei[6] os estudos sobre o conteúdo e o método para o ensino de Matemática, a partir da produção didática desenvolvida pelo grupo de Davýdov. Conheci o material didático davydoviano durante a Especialização em Educação Matemática cursada na UNESC, no ano de 2013. A análise destes materiais tornou-se possível a partir do contato com uma professora pesquisadora dos fundamentos da Teoria do Ensino Desenvolvimental para a Educação Matemática no Brasil (ROSA, 2012), da bolsa concedida pelo Fundo de Apoio à Manutenção e ao Desenvolvimento da Educação Superior (FUMDES) e das reuniões de estudo do GPEMAHC, realizadas no Laboratório de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática Prof. Dr. Ademir Damazio (UNESC).

A pesquisa, que gerou a monografia (MATOS, 2013), surgiu por consequência de algumas angústias oriundas da experiência docente, em especial, no que se refere às dificuldades inerentes ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática sobre resolução de problemas, que envolvem os conceitos de adição e subtração. Inquietavam-me certos questionamentos no processo de resolução desse objeto de ensino, quais sejam: “Esse é diferente dos que estou acostumado a resolver”; “É de mais, ou é de menos?”; “O que é pra [sic] fazer aqui professora?”; “O que é diferença?”; “É só uma conta que é para fazer aqui, ou tem mais de uma?”, entre outras (MATOS, 2013, p. 12-13).

Impressionava-me o fato desses questionamentos serem pronunciados por estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental II, por isso minhas reflexões: por que, depois de um longo processo de ensino e aprendizagem de resolução de problemas, no Ensino Fundamental I, os estudantes chegam ao sexto ano ainda com essas dúvidas frequentes? Na busca por explicações, ainda na Especialização, analisamos as respostas apresentadas por estudantes do sexto ano do Ensino Fundamental II de uma escola pública da rede estadual, localizada no sul de Santa Catarina ao resolverem catorze (14) problemas, pertinentes aos conceitos de adição e subtração.

Detectamos um alto índice de erros cometidos (97,4%) durante as resoluções. Não prevíamos percentual tão elevado, pois eram problemas propostos por Davýdov e colaboradores para o primeiro ano escolar. Então, uma das problemáticas que emergiram foi:

[5] A teoria do Pensamento Empírico é que fundamenta a Abordagem Tradicional ou Pedagogia Tradicional discutida por Mizukami (1986) e Saviani (1983).

[6] Ao adotar a primeira pessoa do singular, refiro-me à minha caminhada. Porém, uma caminhada de pesquisa não trilhamos individualmente, então, quando se tratar da pesquisa por ora apresentada, escreveremos na primeira pessoa do plural.

qual o conteúdo e a metodologia de ensino que prevaleceu durante a educação escolar inicial desses estudantes?

Nesse sentido, além das respostas dos estudantes, constituíram os dados da pesquisa (MATOS, 2013) as respostas a um questionário de três professoras que lecionaram para esses escolares no período escolar compreendido do primeiro ao quinto ano do Ensino Fundamental I. Também analisamos alguns livros didáticos brasileiros correspondentes ao primeiro ano do Ensino Fundamental I e alguns documentos oficiais relacionados à educação escolar brasileira (BRASIL, 1997; SANTA CATARINA, 1998). Com base no método de análise Materialista Histórico e Dialético, adotado por Vygotski, buscamos: analisar processos e não objetos; explicar e não apenas descrever; e investigar os comportamentos fossilizados (VYGOTSKY, 1995).

Os dados evidenciaram que: 1) a formação dos estudantes foi fortemente marcada por conteúdo e método oriundos da teoria do pensamento empírico; 2) os estudantes, participantes da pesquisa, não conseguiam explicar, conceitualmente, as condições que determinam a operação matemática correta para a resolução de problemas; 3) e não haviam desenvolvido o pensamento teórico, concernente ao primeiro ano do Ensino Fundamental I, na proposição davydoviana (MATOS, 2013).

Para Davýdov (1982), as dificuldades dos estudantes, no processo de ensino e aprendizagem, podem ser resultantes do conteúdo ("o que ensinar") e do método ("como ensinar") adotados. Na Teoria do Pensamento Empírico, o conteúdo e o método são, igualmente, empíricos, o que, segundo o autor em referência, obstaculiza o desenvolvimento do pensamento teórico. De acordo com Rosa, Damazio e Dorigon (2016), a proposta de ensino davydoviana é a objetivação dos princípios da Teoria Histórico-Cultural e representa prenúncios de superação do modo de organização do ensino de Matemática predominante no Brasil.

Nesse contexto de reflexões, definimos o tema da pesquisa desenvolvida durante o Curso de Mestrado: aprendizagem sobre o modo de organização do ensino. A definição deste deu-se em decorrência dos resultados da pesquisa realizada na Especialização em Educação Matemática (2013), a partir da análise de livros didáticos, conteúdo e método de ensino adotados pelos professores do Ensino Fundamental I, na organização da atividade de ensino.

Atualmente, em nosso país, o ensino de Matemática é organizado com ênfase nos princípios da Teoria do Pensamento Empírico (ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012; HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016). Trata-se de princípios didáticos que promovem o desenvolvimento deste tipo de pensamento a partir de aplicações diretas dos conceitos em situações singulares do dia a dia dos estudantes.

O pensamento empírico é reflexo do emprego da teoria empírica de generalização no ensino (DAVÝDOV, 1982; DAVÍDOV, 1988). Esse reflexo, de acordo com algumas pesquisas brasileiras (CURY, 2003; ZANARDI; LIMA, 2008; PEREIRA FILHO, 2012; GARZELLA, 2013; DALMOLIN, 2015), perdura ao longo dos anos de escolarização, inclusive nos cursos superiores, dentre eles, Pedagogia.

De acordo com a Resolução do Conselho Nacional de Educação (CNE)/Conselho Pleno (CP) nº 01, de 15 de maio de 2006, o curso de Licenciatura em Pedagogia "terá a carga horária mínima de 3.200 horas" e os acadêmicos deverão, no exercício da docência, "ensinar Língua Portuguesa, Matemática, Ciências, História, Geografia, Artes, Educação Física, de forma interdisciplinar e adequada às diferentes fases do desenvolvimento humano" (BRASIL, 2006, p. 4). Porém, alertamos que, no que diz respeito à Matemática, segundo Curi (2004, p. 76-77),

> [...] os futuros professores concluem cursos de formação sem conhecimentos de conteúdos matemáticos com os quais irão trabalhar tanto no que concerne a conceitos quanto a procedimentos, como também da própria linguagem matemática que utilizarão em sua prática docente.

Essa conclusão de Curi nos leva a refletir sobre alguns aspectos a respeito do ensino de Matemática nos cursos de Pedagogia, mais especificamente, a carga horária destinada ao ensino e o conteúdo e método adotado. Ao adentrarmos nas reflexões sobre o conteúdo e o método de ensino, constatamos que, de acordo com Gomes (2002, p. 365), "[...] é evidente a fobia e o analfabetismo matemático em muitos dos futuros professores". Isso porque a Teoria do Pensamento Empírico obstaculiza o desenvolvimento dos conceitos em níveis mais abstratos, pois "os estudantes, gradualmente, são levados às generalizações por meio da observação e o estudo do material concreto dado visualmente é captado sensorialmente" (DAVÍDOV, 1988, p. 103, tradução nossa). Em outras palavras, o ponto de partida é o plano objetal e nele permanece. Não ocorrem as abstrações das relações internas, daquelas que não estão dadas diretamente e que constituem o núcleo do conceito.

Diante de tal posicionamento em relação à Matemática, surge o questionamento: se o conteúdo e o método vivenciados, durante a Educação Básica, pelos (as) acadêmicos (as) do curso de Pedagogia repetirem-se na aprendizagem da docência, quais as consequências no processo de aprendizagem e desenvolvimento dos futuros alunos, quando estes retornam para as escolas na condição de professoras (es)? Almeida e Lima (2012, p. 461) dizem que "[...] é provável que estejam desenvolvendo, nas crianças, os mesmos bloqueios que tiveram quando aprenderam matemática".

Conforme constatou Sousa (2014, p. 123), uma das colaboradoras de sua pesquisa reconhece "[...] as dificuldades que teve em compreender conteúdos como adição e subtração nas séries iniciais. Para ela, a origem de tais dificuldades estava nas fragilidades de compreensão da própria professora ao ensinar tais operações [...]".

Assim, há possibilidades de repetição dos bloqueios e os equívocos referentes aos conceitos matemáticos de geração para geração. No entanto, mesmo que haja compreensão correta dos referidos conceitos, há necessidade, também, de atentar para a metodologia de ensino. Em outras palavras, o professor precisa saber como ensinar (PASSOS, 2013). Em relação ao curso de Pedagogia, "[...] os futuros professores terminam o curso, frequentemente, sem noções do quê e de como devem ensinar Matemática" (OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2013, p. 18). Para Gomes (2002, p. 367), a disciplina relacionada à Matemática, no processo formativo inicial dos cursos de Pedagogia:

> [...] deveriam oferecer aos seus alunos condições tanto para terem uma concepção adequada de educação matemática como de mediá-la. Deveriam incentivar a aquisição de conceitos fundamentais que estes futuros professores terão que enfrentar em sua prática pedagógica, privilegiando não o domínio de técnicas, mas, sobretudo, a compreensão de tais conceitos [...].

No entanto, defendemos que o domínio de técnica (metodologia) e a compreensão de conceitos são igualmente importantes e devem ser tomados na unidade conteúdo e método como expressão dos princípios teóricos adotados. O método orienta nossas ações "[...] por meio da concepção de homem e de mundo (e no nosso caso: de educação, ensino, aprendizagem e desenvolvimento) que apresenta" (NASCIMENTO, 2011, p. 01). As categorias do método determinam a metodologia adotada e o tipo de conceito contemplado, se empírico ou teórico (ROSA, 2012). Nesse sentido, comungamos com Davídov (1988, p. 152, tradução nossa) ao propor conteúdo e método como unidade, ou seja, uma relação indissociável em que no seu conteúdo apresenta o conceito teórico

> como reflexo dos processos de desenvolvimento, da relação entre o universal e o singular, da essência e os fenômenos; por sua forma aparece como procedimento da dedução do singular a partir do universal, como procedimento de ascensão do abstrato ao concreto.

O procedimento de redução do concreto ao abstrato é um momento subordinado, um meio para alcançar o procedimento de ascensão do abstrato ao concreto (DAVÍDOV, 1988). Como resultado da síntese de reflexões realizada até aqui sobre algumas necessidades de conteúdo e método que se estabelecem em cursos de Pedagogia, surge a questão: se os acadêmicos de Pedagogia têm carência de conteúdo e método e, portanto, não dominam os conceitos matemáticos, como podem contribuir para a formação do pensamento conceitual de seus estudantes? A partir dessas reflexões e dos resultados de pesquisa realizada na Especialização é que nos propusemos a investigar, no contexto do curso de Pedagogia, a aprendizagem sobre o modo de organização do ensino de Matemática, uma vez que é nesse curso que ocorre a formação do professor para atuar nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I (BRASIL, 2006).

De acordo com o método do Materialismo Histórico e Dialético, os conceitos são constituídos por um movimento de abstração e generalização (no contexto de sistemas) orientado do geral para o singular, mediado pelo particular e guiado pelo fio condutor da relação universal (ROSA, 2015). Para se contemplar tal movimento no modo de organização de ensino, é necessário repensar e reestruturar o método e o conteúdo dos conceitos predominantemente vigentes em nosso país na educação escolar atual. Defendemos, não só para Matemática, mas para qualquer disciplina, que seja contemplado o conteúdo correspondente aos conceitos científicos como expressão do movimento de redução e ascensão do conhecimento em estudo. Isso significa percorrer um movimento geral-particular-singular orientado pelo universal, que possibilita o desenvolvimento do pensamento teórico de quem os apropria (DAVÍDOV, 1988). Isso porque "os conceitos científicos, segundo a lógica dialética, surgem e se formam em conexão (sujeita à lei) com o desenvolvimento de seus objetos e com os meios de domínio prático destes" (DAVÍDOV, 1988, p. 24, tradução nossa). Na concepção de Davídov (1988, p. 170-171, tradução nossa), a organização da atividade de estudo das crianças deve ter por finalidade:

> [...] elaborar seu pensamento autônomo, melhorar consideravelmente a educação artística e estética; [...] erradicar quaisquer manifestações de formalismo no conteúdo e métodos de trabalho pedagógico, aplicar amplamente as formas e os métodos ativos de ensino, etc.. [...] A estruturação das disciplinas escolares que considera as exigências de generalização substancial está associada à diferenciação precisa dos conceitos e ideias fundamentais destas disciplinas.

Mas, como organizar o ensino de Matemática de modo que contemple as exigências de generalização substancial e do conteúdo correspondente aos conceitos científicos e o método dialético? Vislumbramos a resposta para esse questionamento nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, objetivados na Teoria do Ensino Desenvolvimental.

Em Santa Catarina, três Instituições de Ensino Superior, localizadas no sul do Estado, possuem, respectivamente, três docentes que realizam um esforço em organizar o ensino de Matemática, nos cursos de Pedagogia, com base na Teoria Histórico-Cultural. Por isso, a disciplina correspondente ao ensino de Matemática, dessas instituições, constitui o contexto de coleta de dados para esta pesquisa.

O curso de Licenciatura em Pedagogia, no Brasil, é organizado com 3.200h. Os cursos 1, 2 e 3 que participam desta pesquisa possuem, respectivamente, uma carga horária para o ensino de Matemática de 72h, 90h e 90h. Isso nos gerou outras indagações: é possível a apropriação do modo de organização do ensino fundamentado na Teoria Histórico-Cultural nesse curto período? Segundo Davýdov (1982), o pensamento empírico cria obstáculos para o desenvolvimento do pensamento teórico. É possível superar tais obstáculos em um semestre letivo?

Os referidos cursos foram denominados, aleatoriamente, por C_1, C_2 e C_3. Destes, dois são oferecidos no período noturno (C_2 e C_3) e um no vespertino (C_1). Todos os acadêmicos matriculados na disciplina de Matemática, no segundo semestre de 2015, eram do sexo feminino. Denominamos as acadêmicas com a letra A, seguida de um número subscrito. Por exemplo: A_1C_1 significa acadêmica um do curso um. A maioria delas trabalhava pelo menos um período por dia e mais de 50% contavam com algum tipo de bolsa de estudo.

Os três professores-pesquisadores que lecionam a disciplina de Matemática são integrantes de grupos de pesquisa relacionada às Teorias Histórico-Cultural e Ensino Desenvolvimental de Davýdov, e possuem formação na área em que atuam. Portanto, o contexto de coleta dos dados apresenta duas especificidades que justificam a opção escolhida: os professores são estudiosos da objetivação dos princípios da Teoria Histórico-Cultural na Teoria do Ensino Desenvolvimental e licenciados em Matemática. Diferentemente do que ocorre, muitas vezes, em outras instituições no Brasil, visto que, conforme Curi (2006), nem sempre as aulas, referentes ao ensino de Matemática, são ministradas por professores com formação na área em que lecionam no curso de Pedagogia.

De acordo com Davídov (1988), é necessário preparar os estudantes para a atividade de estudo, pois eles não chegam à escola sabendo estudar. Por conseguinte, não se trata de uma capacidade inata, mas cabe à educação escolar desenvolvê-la. O lugar da organização da atividade de estudo é a escola, a fim de que o estudante se desenvolva, a partir do conteúdo que compõe os conceitos científicos e do método correspondente.

Para Davídov (1988, p. 99, tradução nossa), "os problemas do ensino e da educação que impulsionam o desenvolvimento estão estreitamente ligados à fundamentação lógico-psicológica da estruturação das disciplinas escolares". O conteúdo e o método, como unidade indissociável derivada das categorias do método Materialista Histórico e Dialético, propiciam a apropriação dos conceitos científicos e desenvolvimento do correspondente pensamento, o teórico (DAVÍDOV, 1988). Porém, como organizar o ensino a fim de promover a aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes?

Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental I, são previstos no currículo do sistema educacional brasileiro, conceitos matemáticos que constituem os objetos de ensino, tais como: número, adição, subtração, multiplicação, divisão, entre outros. O tipo de pensamento desenvolvido a partir de tais conceitos depende do teor de seu conteúdo, se empírico ou teórico, e, em unidade dialética, do método concernente. Desse modo, diante da impossibilidade de abarcar todos os conceitos contemplados nos cinco primeiros anos de escolarização, optamos, na presente investigação, pelos conceitos de subtração, com ênfase aos problemas que são resolvidos e interpretados a partir da operação correspondente. Assim, concluímos a delimitação do objeto de investigação: aprendizagem das acadêmicas de três cursos de Pedagogia referente ao modo de organização do ensino concernente à resolução de problemas[7] de subtração.

Da delimitação do objeto de estudo, elaboramos o problema de pesquisa: quais as manifestações de aprendizagem das acadêmicas do curso de Pedagogia de três Instituições de Ensino Superior, concernentes ao modo de organização do ensino referente à interpretação e resolução de problemas de subtração, a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural?

Respaldados em Vygotski (1993) e Davídov (1988), orientamo-nos por um pressuposto fundamental: a boa formação é aquela que se adianta ao desenvolvimento das acadêmicas, pois é organizada com vistas à formação do pensamento teórico, no que se refere à unidade conteúdo e método de ensino.

Portanto, entendemos que a aprendizagem das acadêmicas do curso de Pedagogia fundamentada na Teoria Histórico-Cultural, possibilita que elas se apropriem e incluam

[7] Embora a resolução de problemas permeie todo o processo de formação conceitual, inclusive enquanto problema desencadeador, assim como abordamos no capítulo 3, consideramos, também, o ensino de interpretação e resolução de problemas um tópico para cada conceito matemático, tal como se apresenta nos livros didáticos brasileiros e davydovianos.

alguns elementos teóricos conceituais no modo de organização do ensino. Nesse contexto, elegemos como objetivo geral: investigar, com base na Teoria Histórico-Cultural, as manifestações de aprendizagem das acadêmicas sobre o modo de organização do ensino referente à interpretação e resolução de problemas de subtração, no âmbito das disciplinas que discutem o ensino de Matemática em três cursos de Pedagogia.

No contexto do pressuposto fundamental que nos orienta, refletimos sobre o nível de desenvolvimento atual e a zona de desenvolvimento proximal discutidas por Vygotski (1993). Constatamos no nível de desenvolvimento atual aquilo que as acadêmicas já têm amadurecido e que são capazes de realizarem sozinhas. Momento importante, "mas o estado de desenvolvimento não se determina nunca através da parte já madura do mesmo, unicamente" (VYGOTSKI, 1993, p. 328, tradução nossa). Por isso, a importância do nível de desenvolvimento proximal, que verifica as funções que estão em processo de maturação (VYGOTSKI, 1993).

Nesse conjunto de reflexões é que elaboramos os objetivos específicos, que consistem em investigar: a) o conhecimento inicial das acadêmicas sobre o conteúdo e o método referente ao modo de organização do ensino de interpretação e resolução de problema; b) o tipo de pensamento contemplado; c) os elementos teóricos que as acadêmicas dos três cursos de Pedagogia incluíram em suas produções a partir das reflexões realizadas nas disciplinas; d) limites e possibilidades do modo de organização do ensino e; e) a organização de um modo geral para o ensino de conceito de subtração com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico.

A fim de atingir os objetivos propostos e obter, de modo mais sistematizado, os dados da participação das acadêmicas a respeito da organização do ensino, elaboramos dois instrumentos para coleta de dados (Ilustração 1):

Ilustração 1 – Instrumentos de coleta de dados

Instrumento I - Como você ensinaria seus alunos a interpretar e resolver este problema: havia 5 xícaras de farinha no pote. Mamãe tirou 2 xícaras para fazer bolinhos. Quanto de farinha ficou no pote?
Instrumento II - Faça uma análise comparativa entre as respostas que você apresentou no primeiro dia de aula e a que você apresentou hoje. São semelhantes? São diferentes? Em que consistem as semelhanças e/ou diferenças?

Fonte: Elaboração nossa, 2015.

O instrumento I (Ilustração 1) possibilitou às acadêmicas manifestarem o conteúdo e o método para o ensino de interpretação e resolução de problemas. Este foi respondido por elas em dois momentos distintos: no início do semestre (o que nos permitiu investigar o conhecimento inicial das acadêmicas referente ao objeto de investigação) e ao final[8] dos trabalhos sobre resolução de problemas em cada curso. No C_1 e C_2, o segundo momento foi realizado ao final do semestre letivo e no C_3 no quarto dia de aula. Isso ocorreu porque cada professor segue sequências de ensino e textos distintos. No entanto, no que se refere à resolução de problemas, embora em momentos diferentes durante a disciplina, a base foi a mesma: a proposição davydoviana (ROSA, 2012; MATOS, 2013), que sintetizamos no capítulo 1. O instrumento II (Ilustração 1) também foi aplicado no segundo momento da coleta de dados, e possibilitou o registro, pelas acadêmicas, da análise comparativa, entre as respostas apresentadas nos dois momentos, mediada pela intervenção didática dos professores, cujo modo geral de organização do ensino é apresentado no capítulo 1.

Para auxiliar a coleta dos dados, delimitamos instrumentos que viabilizaram esse processo, tais como: diário de campo, *scanner* e gravador de áudio e vídeo. Estes não possuem "como particularidade essencial a probabilidade de esclarecer o fenômeno. O que consente a aclaração é o processo teórico de análise e síntese dos dados adquiridos por meio dessas ferramentas" (SILVA, 2014, p. 24). Tal processo teórico é realizado com base na relação universal da pesquisa (unidade de análise) revelada no movimento de redução do concreto ao abstrato, no procedimento de análise dos dados.

De posse dos instrumentos, procedemos à solicitação de realização da pesquisa, para os coordenadores, professores e acadêmicas das três Instituições de Ensino Superior (Anexo A). Com a aceitação de todos, remetemo-nos ao processo de coleta de dados que ocorreu durante o segundo semestre letivo de 2015. O principal procedimento de pesquisa realizado foi o de observação. Os instrumentos I e II (Ilustração 1) permitiram-nos compreender de onde as acadêmicas partiam e onde elas chegaram. A observação durante todo o semestre possibilitou-nos acompanhar o movimento de intervenção didática realizado pelos três professores e compreender o ponto de partida e de chegada das acadêmicas, à luz do processo de ensino e aprendizagem desenvolvido, uma vez que assistimos às aulas. Por meio dos instrumentos diário de campo e gravador, registramos o período de observação por inteiro. Durante a análise não trouxemos trechos do processo, porém este foi fundamental para que pudéssemos compreender as respostas apresentadas pelas acadêmicas ao final dos trabalhos com resolução de problemas.

---

[8] Ao tratarmos do conhecimento inicial das acadêmicas, referimo-nos à zona de desenvolvimento atual (VYGOTSKI, 1993) e quando nos referirmos ao conhecimento apresentado ao final dos trabalhos sobre resolução de problemas em cada curso, também tratamos da zona de desenvolvimento atual, no sentido de um novo início para aprendizagens futuras.

Observamos todas as aulas do semestre nos três cursos. Mesmo naquele em que os trabalhos sobre resolução de problemas foram concluídos no primeiro mês. Tal procedimento decorre da necessidade de compreendermos o fenômeno na totalidade de sua ocorrência. Desse modo, procuramos atender a um dos princípios teórico-metodológicos: analisar processos e não objetos.

> Estudar algo historicamente significa estudá-lo em movimento. Esta é a exigência fundamental do método dialético. Quando, numa investigação, apropriamo-nos do processo de desenvolvimento de algum fenômeno em todas as suas fases e mudanças, desde que surge até que desaparece, isto implica em desvelar sua natureza, conhecer sua essência, já que só em movimento demonstra o corpo que existe (VYGOTSKI, 1995, p. 96, tradução nossa).

Nesse âmbito, apresenta-se o conceito de zona de desenvolvimento proximal. Segundo Vygotski (1993), é o contexto que deve ser considerado para avaliar os processos de ensino e aprendizagem em desenvolvimento. Por isso, no momento inicial de coleta de dados, o foco foi a compreensão das acadêmicas referente ao conteúdo e o método para o ensino de interpretação e resolução de problema relacionado ao conceito de subtração, no início do semestre letivo. Ou seja, corresponde ao nível de desenvolvimento atual aquilo que eram capazes de realizarem sozinhas ao responderem ao instrumento I, antes da interferência didática dos três professores.

Posteriormente, por meio do procedimento de observação[9], a investigação dirigiu-se para o nível de desenvolvimento proximal, isto é, o movimento de aprendizagem das acadêmicas com orientação do professor do curso superior. A interferência didática dos professores mediou as respostas apresentadas pelas acadêmicas no segundo momento da pesquisa (Instrumentos I e II). Nosso acompanhamento e observação do processo foram necessários para que pudéssemos compreender a essência das respostas apresentadas pelas acadêmicas desde as compreensões iniciais até as finais. Em síntese, temos:

Quadro 1 – Síntese do processo de coleta de dados

	Procedimento de coleta dos dados	**Instrumentos de registro**
Compreensões iniciais (contexto da zona de desenvolvimento atual)	Respostas das acadêmicas	Instrumento I

[9] Observamos e registramos no diário de campo: a interferência didática realizada pelos professores; a participação individual ou em grupo das acadêmicas; apresentação de trabalhos; as leituras; discussões; cumprimento ou não das tarefas; das aulas, etc.

Processo de ensino e aprendizagem (contexto da zona de desenvolvimento proximal)	Observação	Diário de campo, gravação em áudio e vídeo
Compreensões finais (contexto da zona de desenvolvimento atual)	Respostas das acadêmicas	Instrumentos I e II

Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Enfim, constituem os dados de pesquisa as manifestações escritas das acadêmicas antes e depois das reflexões sobre o ensino de resolução de problemas nos cursos de Pedagogia. No primeiro momento, no início do semestre letivo, apresentamos o instrumento I (Ilustração 1) para que desenvolvessem sem interferência da pesquisadora e dos professores titulares das disciplinas. No segundo momento, depois do desenvolvimento das reflexões sobre resolução de problemas pelos professores titulares, propusemos novamente o mesmo instrumento de pesquisa. Fazia parte desse momento, também, a solicitação da análise comparativa entre as respostas por elas apresentadas no início do semestre e ao final dos trabalhos sobre resolução de problemas. Obtivemos e analisamos, em termos quantitativos, as respostas: sete (07) do C_1, vinte e três (23) do C_2 e vinte e dois (22) do C_3, totalizando cento e quatro (104) respostas ao instrumento I decorrente dos dois momentos de coleta, mais cinquenta e duas (52) respostas referentes ao instrumento II.

Diante dos dados da realidade complexa, como investigar a aprendizagem das acadêmicas sobre o conteúdo e o método para o ensino de interpretação e resolução de problema relacionado ao conceito de subtração? Apoiadas em Davídov (1988), as produções escritas e as falas gravadas representam a comunicação verbal:

> A universalidade das relações sociais reais pode ser representada na consciência (pensamento) do indivíduo graças à natureza ideal da consciência [...] A forma ideal, subjetiva, em que o indivíduo apresenta suas relações reais (a existência real) é sua consciência. [...] O ideal como base da consciência surge, como se assinalou antes, graças à comunicação verbal das pessoas, ligada aos significados da linguagem. Estes significados apoiam-se em procedimentos de ação socialmente elaborados (DAVÍDOV, 1988, p. 42-43, tradução nossa).

Os procedimentos de ação das acadêmicas apresentam-se nas resoluções explicitadas nos instrumentos de coleta de dados. Toda a produção escrita referente ao objeto de investigação e nas falas registradas em áudio e vídeo, durante o processo formativo, teve a orientação dos professores e contribuições das colegas. Nesse sentido, a linguagem, escrita ou falada, são referências na investigação do pensamento revelado nas produções das estudantes. “[...] A linguagem é a consciência prática, a ciência real, que existe também para os outros homens e que, por tanto, começa a existir para mim mesmo [...]" (MARX; ENGELS apud DAVÍDOV, 1988, p. 43, tradução nossa).

Em consonância com Davídov, Vygotski pressupõe a palavra como elemento de investigação do pensamento. Para ele, "[...] o significado da palavra [...] é um fenômeno do pensamento discursivo ou da palavra consciente, é a unidade da palavra com o pensamento" (VIGOTSKI, 2001, p. 398).

Com isso, centramo-nos na organização e análise dos dados. A busca destes foi realizada com adoção dos seguintes procedimentos: 1) digitalização das respostas por meio de *scanner*; 2) sistematização em arquivo único do *Word*, por registro escrito pelas acadêmicas de cada curso (três cursos x três registros, totalizando nove arquivos) e; 3) digitação das respostas que melhor explicitam a unidade de análise.[10]

Na sequência, iniciamos o processo de redução desse concreto caótico (dados brutos - ponto de partida do movimento de análise) à abstração essencial (relação essencial da pesquisa – unidade de análise) para, posteriormente, ascender ao concreto pensado. Este, mediado pela unidade de análise, reflete os dados iniciais da pesquisa, porém, em síntese, como resultado de múltiplas determinações, como, por exemplo, processos de abstração generalização (se empírico ou teórico), entre outros.

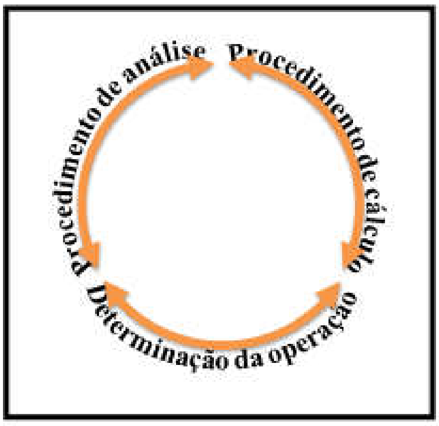
Durante o procedimento de redução do concreto ao abstrato, remetemos à revelação dos elementos que constituem a relação essencial do objeto de pesquisa, pois "o conhecimento, do ponto de vista vygotskiano, é a busca da essência da realidade, a busca de verdades, de caráter relativo, não absoluto, que fazem infinito o conhecimento" (LÉON, 2004, p.17, tradução nossa). Nessa busca pela essência da realidade investigada, revelamos os elementos que constituem o conteúdo e método, no contexto geral, para o ensino de interpretação e resolução de quaisquer problemas (adição, multiplicação, etc.). São eles: 1) procedimento de análise do problema; 2) determinação da operação e; 3) procedimento de cálculo. Estes são os elementos que constituem a relação universal da pesquisa, a qual tomamos como unidade de análise.

De acordo com os pressupostos teórico-metodológicos da Teoria Histórico-Cultural, o processo de investigação efetiva-se de forma que apresente, em unidade, a abstração com o concreto real. Assim como para Vygotski (1995), o objeto e o método mantêm uma relação estreita e são determinados, concomitantemente, o concreto real e a unidade de análise. Nesse sentido, ao revelar os elementos que constituem a relação universal

[10] Ressaltamos que o objetivo não foi comparar o desempenho entre os cursos, mas de refletir acerca do movimento possível de apropriação, mediante a intervenção didática realizada pelos três professores.

do objeto de pesquisa, procedemos à modelação da relação entre eles, isto é, a unidade de análise (Ilustração 2), vinculada à resolução de problemas matemáticos.

Ilustração 2 – Unidade de análise



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

A unidade de análise consiste na abstração essencial do objeto de investigação. O desvelamento, a partir do real, a unidade de análise, com base nas determinações que o constituem, foi um processo complexo. Isso porque

> esse real é gerado por muitas relações humanas, sociais, econômicas etc., e, por isso é histórico e complexo. No real encontramos não só as condições concretas para nos constituirmos como sujeitos de ação, mas também nele encontramos o material empírico, o dado real, para a construção do conhecimento (ARAÚJO, 2002, p. 06).

A unidade de análise reflete a estrutura interna do concreto real, caoticamente dado. Porém, um reflexo não apenas da aparência, mas da essência, pois, conforme Vigotski (2001), ao citar Marx, "se a forma da manifestação e a essência das coisas coincidissem imediatamente, toda ciência seria desnecessária" (VIGOTSKI, 2001, p. 293-294).

No processo de resolução de problemas, o procedimento de análise, a determinação da operação e o procedimento de cálculo não são elementos isolados. No modo de organização do ensino, um depende do outro, são interconectados, constituem uma unidade. Conforme Leóntiev:

> A análise psicológica da atividade não consiste em separar nela os elementos psíquicos para seu estudo posterior, mas sim em discernir as unidades 'que contêm em si o reflexo psíquico como algo inseparável dos momentos da atividade humana que o produzem e que são mediatizados por ele' (LEÓNTIEV apud DAVÍDOV, 1988, p. 29-30, tradução nossa).

Assim como a atividade humana produz o reflexo psíquico e é mediatizada por ele, a unidade de análise é revelada durante a atividade de pesquisa e é mediatizada por ela. A análise "da totalidade repercute na inter-relação entre as partes e nas partes consigo mesmas, isto é, a transformação da totalidade concreta transforma também as partes e as relações que se estabelecem entre elas" (MARTINS, 2008, p. 70-71). Nesse processo, buscamos, ainda, investigar os comportamentos fossilizados que não estão explícitos, mas são revelados durante a análise. Enfim, estivemos

> atentos ao problema da conduta fossilizada, encontrada nos processos psicológicos mecanizados que são construídos por ações repetitivas. Pois isso, perdem a aparência original, dificultando que o aspecto externo revele sua natureza interna, o que gera grandes dificuldades para a análise do objeto. O seu estudo só é possível se formos às suas origens. A convivência cotidiana do sujeito com alguns conceitos matemáticos contribuiu para a automatização dos mesmos. Portanto, tomamos o cuidado de questionar aquelas respostas automáticas apresentadas no processo de elaboração das atividades (ROSA et al., 2009, p. 334).

Portanto, investigamos o "concreto em desenvolvimento, em movimento, em que podem ser descobertas as conexões internas do sistema e, com isso, as relações do singular e do universal" (DAVÍDOV, 1988, p. 130-131, tradução nossa).

No estágio final do processo de investigação, procedemos à exposição dos resultados. Assim, "um novo resultado também pode levar alguém a fazer novas perguntas de pesquisa" (RADFORD; SABENA, 2015, p. 161, tradução nossa). Porém, com a atenção de que "[...] é preciso compreender o desenvolvimento não como um simples crescimento quantitativo, mas como um processo em que as mudanças quantitativas se transformam necessariamente, em certa etapa, em modificações qualitativas radicais" (BAZARIAN, 1994, p. 67-68).

O procedimento de exposição é apresentado em três capítulos. No primeiro, tratamos de uma síntese do conteúdo e método para o ensino de interpretação e resolução de problemas desenvolvidos pelos três professores das instituições. Trata-se de uma síntese elaborada por nós, a partir da proposição davydoviana e confirmada no procedimento de observação. No segundo, expusemos a análise das manifestações de aprendizagem das acadêmicas referente às suas compreensões iniciais e finais sobre o modo de organização do ensino para interpretação e resolução de problemas concernentes à operação de subtração. Também, expusemos os resultados referentes às próprias análises das acadêmicas do movimento de aprendizagem. E, no terceiro, ousamos propor um modo de organização do ensino sobre resolução de problemas relacionados ao conceito de subtração fundamentado na

Teoria Histórico-Cultural. Este consiste na objetivação dos princípios didáticos da Teoria Histórico-Cultural. Assim como propusemos que as acadêmicas pensassem sobre o modo de organização de ensino, também subtemo-nos a esse mesmo exercício.

Para realização da investigação como um todo, desde o processo de elaboração do projeto, fez-se necessário o estudo: dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural e sua objetivação na Teoria do Ensino Desenvolvimental; dos princípios didáticos decorrentes da Teoria do Ensino Desenvolvimental; e do modo de organização para o ensino de interpretação e resolução de problema sobre adição e subtração a partir dos princípios didáticos. Em concernência com o método adotado, apresentamos os resultados do estudo bibliográfico em interconexão com o processo investigativo como um todo e não um capítulo à parte.

1 MODO DE ORGANIZAÇÃO DO ENSINO DESENVOLVIDO NAS TRÊS INSTITUIÇÕES

> Na atividade de estudo as jovens gerações reproduzem em sua consciência as riquezas teóricas que a humanidade acumulou e expressam nas formas ideais da cultura espiritual (DAVÍDOV, 1988, p. 174, tradução nossa).

A disciplina, referente ao ensino de Matemática, foi desenvolvida de modo diferente nos três cursos de Pedagogia. As reflexões sobre interpretação e resolução de problemas foram abordadas juntamente com outros objetos de ensino. A conclusão da especificidade referente à resolução de problemas ocorreu em períodos distintos (C_1: 16 aulas; C_2: 20 aulas; e C_3: 4 aulas). No entanto, a essência foi a mesma. O conteúdo e o método, especificamente sobre interpretação e resolução de problemas, emerge das reflexões sobre o conceito de número na inter-relação das significações aritméticas, algébricas e geométricas, a partir da relação entre grandezas discretas e contínuas (ROSA, 2012). Portanto, é importante ressaltar que a síntese didática que elaboramos e apresentamos na sequência não se refere apenas ao conteúdo matemático relacionado à resolução de problemas sobre adição e subtração, mas, também, ao processo que lhes deu origem.

Desse modo, as reflexões apresentadas neste capítulo constituem-se em elemento mediador entre o nível de desenvolvimento inicial e final das acadêmicas, no contexto da zona de desenvolvimento proximal. O conteúdo e o método de ensino geraram uma nova qualidade nas respostas apresentadas pelas acadêmicas ao final do processo de ensino e aprendizagem. A reflexão sobre tal processo atende a um dos princípios do método adotado: análise do processo em detrimento do produto.

Em outras palavras, neste capítulo elaboramos uma síntese do que houve em comum, do ponto de vista da essência, na intervenção didática realizada pelos três professores. Isto é, o modo geral desencadeador didaticamente do movimento percorrido pelas acadêmicas. Vale ressaltar que este modo geral não implica na igualdade de desenvolvimento das aulas dos professores. Os princípios didáticos foram os mesmos, mas as metodologias foram distintas.

A síntese da sequência didática, que apresentamos na sequência, em conjunto com os demais dados extraídos do procedimento de observação, por meio de registros no diário de campo e gravadores de áudio e vídeo, no momento de coleta de dados, viabilizou a análise das respostas apresentadas pelas acadêmicas (Capítulo 2).

Os três professores iniciam com algumas reflexões sobre o modo de organização do ensino de interpretação e resolução de problemas na atualidade brasileira. Uma análise do conteúdo e método apresentados em livros didáticos brasileiros foi realizada também pelas acadêmicas que, com orientação dos professores, refletiram sobre o fato de que resolução de problemas tem sido parâmetro indicador de preocupação com o desempenho dos estudantes quando submetidos às avaliações de larga escala. Por exemplo, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) - como forma de autojustificar e indicar mudança no modo de organização do ensino - argumentam que os dados extraídos do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) mostram que "os percentuais de acerto por série/grau e por processo cognitivo em Matemática evidenciaram [...] que as maiores dificuldades são encontradas em questões relacionadas à aplicação de conceitos e à resolução de problemas" (BRASIL, 1997, p. 21). Da mesma forma, isso ocorre com os resultados da Prova Brasil[11], cujas questões que se estruturam em forma de resolução de problemas apresentam desempenho não satisfatório dos estudantes, conforme o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB).

Refletiram, também, que as fragilidades nas apropriações conceituais de Matemática são consequência do tipo de conteúdo e dos métodos adotados no sistema educacional brasileiro, os quais possuem um forte teor empírico (DAMAZIO; ROSA; EUZÉBIO, 2012; LEMOS, 2014; HOBOLD, 2014).

Davýdov (1982) explicitou o conteúdo e as consequências dos princípios didáticos que fundamentam a da escola tradicional, bem como apresenta sua contraposição com o objetivo de promover o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, conforme a síntese do quadro 2 (DAVÍDOV, 1987):

Quadro 2 – Princípios didáticos

Princípios da escola tradicional	**Princípios propostos por Davýdov**
Princípio do *caráter sucessivo*: Nos primeiros anos escolares a estruturação das disciplinas conservam o enlace com os conhecimentos cotidianos adquiridos pela criança antes de entrar na escola.	Princípio do *caráter novo*: O conhecimento científico não é a simples continuidade da experiência cotidiana. A criança deve perceber o caráter novo dos conceitos desenvolvidos na escola.

[11] A Prova Brasil é uma avaliação do sistema público de ensino do país.

Princípio da *acessibilidade*: Em cada etapa do ensino, apresenta-se às crianças apenas aquilo que são capazes de aprender na idade dada. Portanto, justifica-se a limitação e a pobreza do ensino primário pelas características evolutivas da criança.	Princípio da *educação que desenvolve*: O ensino deve ser estruturado de modo que influencie o desenvolvimento psíquico da criança, inclusive, sobre o que ainda falta para que ela possa aprender o novo.
Princípio do *caráter consciente*: Cada abstração verbal é correlacionada com uma imagem sensorial completamente definida e precisa. O ponto de partida é o concreto sensorial, empírico, e culmina com a abstração.	Princípio da *atividade*: As abstrações surgem a partir das propriedades internas dos objetos, de sua conexão essencial. Trata-se do movimento inverso, do abstrato ao concreto, a síntese das múltiplas determinações.
Princípio do *caráter visual*: A generalização ocorre a partir das características comuns dos objetos e fenômenos, dadas sensorialmente, a partir do movimento orientado do particular para o geral.	Princípio do *caráter objetal*: a generalização ocorre a partir das características essenciais, objetivada no modelo (material, gráfico ou verbal), no movimento do geral para o particular.
Consequência: desenvolvimento do pensamento empírico.	**Consequência**: desenvolvimento do pensamento teórico.

Fonte: Elaboração nossa com base em Davídov (1987).

Conforme Rosa (2012), a organização do ensino de Matemática, de modo geral, toma como referência os princípios didáticos da escola tradicional que, segundo Davídov (1987), são aqueles atrelados ao ensino pertinente à relação de produção capitalista. Isso significa que o tipo de pensamento desenvolvido pelos estudantes tem vinculação com os princípios didáticos que fundamentam o ensino e, consequentemente, com o modo de vida requerido por uma determinada sociedade.

Para Davýdov (1982), a tarefa fundamental do ensino escolar, desde o início, é dissociar as propriedades diretas dos objetos e suas possíveis interpretações no conceito teórico. A função essencial do conceito, no ato mental, consiste em assegurar a abertura de novas faces do objeto em direção ao seu conteúdo, em vez da simples comparação dos objetos por meio de características conhecidas. O caráter dialético da transição da contemplação para o pensamento consiste na ruptura, determinada pelo surgimento de uma nova forma de reflexo qualitativamente distinto em relação à etapa precedente do conhecimento. O pensamento teórico abstrato reflete não somente aquilo que está explícito na contemplação, na representação, mas o essencial das coisas em nível de conceito científico.

Cabe ao ensino escolar oferecer condições de efetiva apropriação dos conceitos científicos pelos estudantes que, ao permanecerem no campo dos conceitos empíricos, não desenvolvem o pensamento teórico. Para Davýdov (1982), é função da escola propiciar as condições para promover a aprendizagem sistematizada dos conceitos teóricos em detrimento dos conceitos empíricos. Porém, isso não é o que acontece na educação escolar brasileira, em nenhum nível de escolarização da atualidade (BERNARDES; MOURA, 2009).

Com vistas à superação do que entendem como fragilidades do ensino tradicional, Davýdov (ДАВЫДОВ) e seus colaboradores, Gorbov (ГОРБОВ), Mikulina (МИКУЛИНА) e Savieliev (САВЕЛЬЕВА), realizaram pesquisas sobre o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. Os resultados foram propulsores para que eles elaborassem e desenvolvessem, em sala de aula, na então União Soviética, uma proposta de ensino fundamentada nos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural. O objetivo consistia em superar os problemas resultantes dos conteúdos e dos métodos organizados com base nos princípios didáticos do ensino tradicional. A práxis dessa atividade investigativa requereu a elaboração de duas coleções de livros: 1) didáticos, em que são propostas tarefas minuciosamente organizadas para serem desenvolvidas pelos estudantes; 2) de orientação ao professor, sobre as finalidades e os procedimentos pertinentes à execução das tarefas singulares[12] por parte dos estudantes.[13] Nesse último, os autores explicitam o objetivo de cada tarefa ou conjunto delas e de cada capítulo, além de guiar o professor para que realmente coloque os estudantes em atividade. Esse material, em processo de tradução da língua russa para o português[14], por solicitação do GPEMAHC, constitui a fonte de dados do presente capítulo. Shuare destaca Davýdov, seguidor de Vygotski, como:

> Autor de uma originalíssima concepção sobre o ensino, na qual se outorga um lugar decisivo ao desenvolvimento nos escolares do pensamento teórico e faz uma crítica fundamentada da pedagogia que se apoia no pensamento empírico para estruturar o

[12] O termo tarefa singular em Davýdov não se refere ao que, comumente, no contexto escolar brasileiro, denomina-se dever ou lição de casa. Trata-se de um dos componentes do modo davydoviano de organização de ensino para que os estudantes desenvolvam a atividade de estudo, que também se compõe de: tarefas de estudo (ligadas às finalidades) e ações de estudos (indicadoras do movimento necessário ao processo de elaboração do pensamento conceitual). As tarefas singulares constituem-se em situações de análise que cumprem aquilo estabelecido pelas ações, por isso articulam-se pelos nexos conceituais; uma cria a necessidade para a seguinte e, por conseguinte, promovem a apropriação de conceitos em seu nível teórico.

[13] A proposição davydoviana faz parte do projeto educativo denominado Sistema de Ensino de Elkonin-Davýdov.

[14] Tradução de Elvira Kim do Centro de Línguas e Interculturalidade (CELIN) da Universidade Federal do Paraná.

> conteúdo dos programas escolares e que tem como finalidade, justamente, a formação deste tipo de pensamento como o resultado mais alto do processo de ensino (SHUARE apud MARTINELI; LOPES, 2009, p. 203).

Uma das particularidades das ideias de Davýdov advém dessa relação entre pensamento empírico e pensamento teórico que caracteriza a preocupação de uma ou outra escola e sua articulação com o processo de formação do homem para uma determinada sociedade. Ao defender o ensino que se volta para o pensamento teórico, ele não descarta a importância na vida cotidiana do pensamento empírico, porém, na escola, obstaculiza o processo de apropriação dos conceitos científicos (DAVÍDOV, 1988).

O desenvolvimento de ambos os pensamentos é distinto se considerarmos o movimento de abstração e generalização. O empírico limita-se às particularidades externamente dadas nos objetos e o teórico contempla a universalidade, com base nas interconexões essenciais, no movimento orientado do geral para o particular (DAVÝDOV, 1982). Isso se manifesta na organização do ensino relacionada a todo conceito matemático, como é caso da resolução de problemas.

Por isso, na sequência, apresentamos as tarefas que foram desenvolvidas com as acadêmicas dos três cursos, tendo por base as pesquisas de Rosa (2012) e Matos (2013). Essas autoras sistematizaram a proposição de Davýdov e colaboradores voltada ao referido conceito a partir do livro didático de Matemática para o primeiro ano do Ensino Fundamental I (ДАВЫДОВ et al., 2012) e o livro de orientação metodológica para o professor (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008).

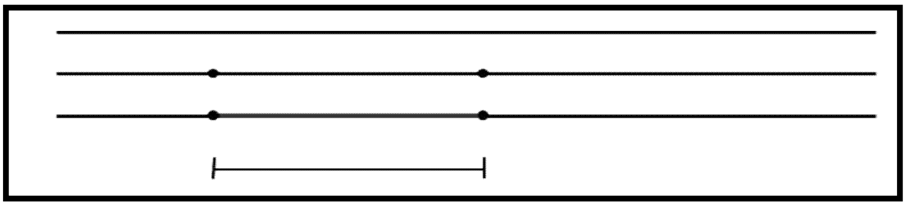
Rosa (2012) e Matos (2013) constataram que a proposição davydoviana propicia, em qualquer problema particular, a reprodução do procedimento universal de interpretação de problemas, produzido historicamente pela humanidade (com base na relação *todo-partes*). Tal procedimento ocorre por meio de esquemas abstratos, representados geometricamente, que fundamentam a elaboração de um modelo universal, o qual permite ao sujeito interpretar, no plano teórico, problemas particulares. Além disso, contempla, indissociavelmente, as significações aritméticas, algébricas e geométricas da Matemática. E, por consequência, o movimento de abstração e generalização expresso nas tarefas segue do geral para o singular mediado pelo particular, condição *sine qua non* para o desenvolvimento do pensamento teórico. Esse prenúncio constitui-se na base de análise das tarefas singulares, realizada por Rosa (2012) e Matos (2013), apresentadas e discutidas na próxima seção.

1.1 AS TAREFAS DAVYDOVIANAS

Inicialmente, apresentaremos tarefas singulares que propõem a reflexão sobre alguns entes geométricos que possibilitarão a construção do modelo abstrato de interpretação de problemas. Esse processo de construção contempla o *princípio da atividade*, com conteúdo e forma de expressão diferentes daqueles utilizados pelas crianças na experiência pré-escolar, pois se tratam de conceitos científicos (DAVÍDOV, 1987). Os estudantes não recebem conhecimentos prontos, mas revelam as condições de sua origem e modelam suas propriedades internas. Isso significa que, na especificidade do objeto desta pesquisa, as tarefas possibilitam a reprodução do modelo de interpretação de problemas. No decorrer deste trabalho apresentamos as tarefas tal como Davýdov e colaboradores propõem, em forma de relato da experiência que desenvolveram com crianças, durante mais de vinte e cinco anos, em salas de aula, com os seus respectivos professores.

Tarefa 1.1.1: O professor solicita, aos estudantes, que desenhem uma linha reta e, sobre ela, marquem dois pontos distantes um do outro; além disso, destaquem com lápis de outra cor a parte da reta delimitada pelos pontos, conforme a ilustração 3 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012):

Ilustração 3 – Ponto, segmento e reta

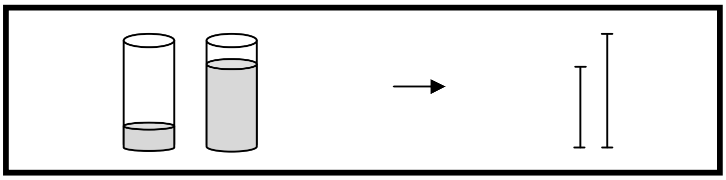


Fonte: Rosa (2012, p. 89).

O professor, na proposta davydoviana, tem a função de orientar as reflexões referentes às produções dos estudantes. Por isso, explica que a parte destacada da reta é denominada, em Matemática, como segmento de reta. E, na maioria das vezes, colocam-se traços nas extremidades, que representam uma linha de corte (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012). Os segmentos são os elementos que compõem a reta numérica e, durante o processo de desenvolvimento das tarefas, se constituirão em elementos de um esquema de interpretação de problemas. É nesse sentido que, na próxima tarefa, eles se apresentarão na representação da relação entre volumes de líquido. Estes são imprescindíveis no movimento orientado do geral (que nos conceitos teóricos da matemática é a *relação entre grandezas*) como base para a ulterior identificação de suas manifestações particulares nas situações-problema diversas (DAVÝDOV, 1982).

Tarefa 1.1.2: O professor apresenta dois recipientes iguais na forma e no tamanho (Ilustração 4), porém, com medidas de volume diferentes. Sugere que os estudantes representem a relação entre as medidas dos volumes por meio de dois segmentos de reta de comprimentos diferentes: o menor para representar a medida do volume menor e o maior para representar a medida do maior volume (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012):

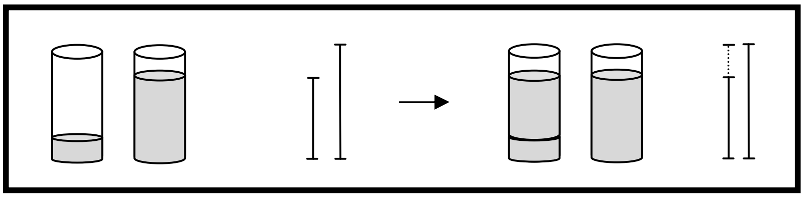
Ilustração 4 – Operações com grandezas



Fonte: Rosa (2012, p. 117).

Na sequência, o professor propõe que os estudantes igualem a medida dos volumes de líquido dos dois recipientes, com a seguinte condição: o recipiente com menor volume de líquido deverá atingir o mesmo volume do outro. Para tanto, acrescenta-se líquido no primeiro recipiente até atingir o nível de líquido do segundo, a diferença (Ilustração 5). O mesmo procedimento é realizado com os segmentos, ou seja: o comprimento do menor é prolongado até atingir a medida do comprimento do outro. Para finalizar, os estudantes destacam, no segmento alterado, a diferença entre as medidas iniciais e finais representativas dos volumes (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

Ilustração 5 – Representação da igualdade e desigualdade entre as grandezas



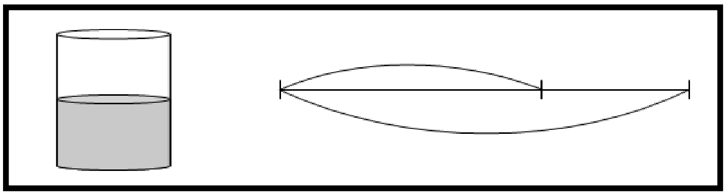
Fonte: Rosa (2012, p. 118).

As relações entre grandezas, na especificidade da tarefa em análise, volume, constituem o caráter geral da proposição davydoviana. Com base nelas, são introduzidos os conceitos matemáticos concernentes à educação básica (DAVÝDOV, 1982). A execução da tarefa 1.1.2, por exemplo, requer que operemos a grandeza volume e analisemos a equivalência. A relação entre as duas grandezas é representada geometricamente por meio de dois segmentos de reta que, segundo Davídov (1988), é um processo necessário para a transformação dos dados obtidos, por meio da contemplação e da representação, em tarefa do pensamento teórico que precisa elaborá-los em forma de conceito. Por isso, requer a reprodução integral do sistema de conexões internas que lhe deram origem, por meio da relação todo-partes.

Nesse contexto, Davýdov e colaboradores introduzem, na tarefa 1.1.3, novos elementos no processo de construção do modelo: arcos e letras. O foco é para as inter-relações reveladoras do conteúdo e a representação da ideia essencial do conceito. O modelo, para Davýdov (1982), é um ordenamento do processo de análise dos conceitos e da própria Matemática.

Tarefa 1.1.3: O professor apresenta um recipiente com líquido (Ilustração 6). Em seguida, relata que estudantes de outra sala alteraram o volume e representaram por meio de dois segmentos de reta sobrepostos e dois arcos. A tarefa consiste em determinar se o volume de líquido antes da alteração era maior ou menor (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012):

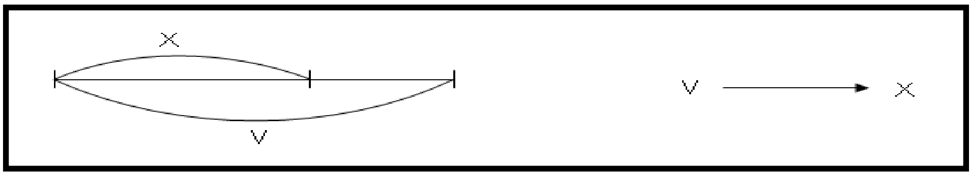
Ilustração 6 – Representação do valor das medidas por meio de arcos



Fonte: Rosa (2012, p. 124).

O professor propõe às crianças que apresentem algumas hipóteses sobre o procedimento utilizado pelos estudantes da outra sala. Com base na reflexão sobre as diversas hipóteses, os estudantes concluirão, com orientação do professor, que não há informações suficientes para constatar se o volume aumentou ou diminuiu. Então, o professor revela que sabe qual foi o procedimento realizado. Logo, acrescenta alguns elementos (letras e seta) na representação (Ilustração 7) e propõe-lhes uma nova análise (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

Ilustração 7 – Representação do valor das medidas por meio de letras



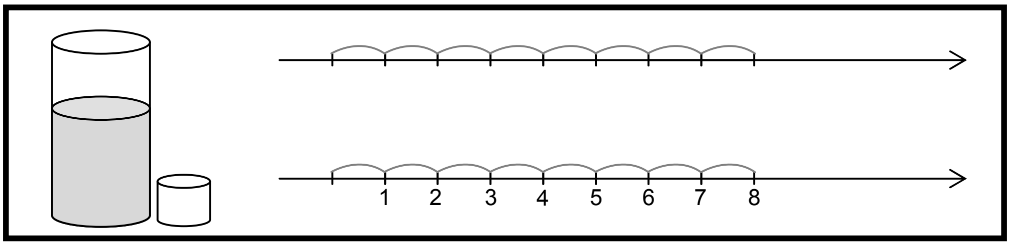
Fonte: Rosa (2012, p. 124).

A conclusão, com base na análise do esquema anterior (Ilustração 7), com a interferência do professor, é: a letra V representa a medida do volume maior e X do menor. A seta indica o movimento que vai do volume inicial (V) ao final (X), ou seja, houve retirada de líquido.

A representação do procedimento adotado com o volume – em sua abrangência literal – subsidiará a elaboração do modelo universal, concernente à interpretação de problemas sobre as operações de adição e subtração. As letras marcam a introdução das significações algébricas. Os valores aritméticos das medidas são desconhecidos, por isso a representação é genérica. Tal sequência atende ao princípio didático que prevê o movimento de abstração e generalização orientado do abstrato ao concreto. Se, na presente tarefa, o valor do volume é desconhecido e representado por uma letra (abstrato), na próxima, Davýdov e colaboradores introduzem o seu valor aritmético, dado em sua concreticidade.

Tarefa 1.1.4: É apresentado, pelo professor, um recipiente com líquido e outro, menor, vazio (Ilustração 8), adotado como unidade de medida. As crianças medem o volume de líquido e registram o resultado da medição por meio de arcos. O professor faz o mesmo registro, mas com a inserção dos números (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008).

Ilustração 8 – Introdução da reta numérica



Fonte: Rosa (2012, p. 164).

As duas representações referem-se ao volume de líquido do recipiente (Ilustração 8). O professor pergunta: qual é o volume de líquido do recipiente? A resposta esperada é que a medida do volume de líquido é de oito unidades. Para tanto, o professor dirige questionamentos que auxiliem as crianças na identificação da quantidade de medidas no registro com números. Além disso, informa que a representação com os algarismos é denominada de reta numérica (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

O sentido da reta é marcado com a seta. No início, está do lado contrário; a contagem será por meio da correspondência entre segmentos e números. Deste modo, o conceito de número é formado "como relação algébrica de uma grandeza com respeito à outra, tomada como unidade" (GALPERIN; ZAPORÓZHETS; ELKONIN, 1987, p. 306).

A interconexão do movimento realizado, até a presente tarefa, traduz a unidade das significações geométricas (reta, segmentos) e aritméticas (os algarismos) do conceito de número, possível a partir das relações algébricas (letras) entre as grandezas. Como afirma Costa (1866, p. 9, grifos do autor), "**medir uma grandeza** é determinar quantas vezes ela contém a grandeza da sua espécie, que serve de **unidade de medida**. Por consequência, os números são expressões de medida das grandezas". Essa compreensão, segundo Davýdov (1982), difere do ensino tradicional, que faz corresponder objetos soltos a números. A ênfase é apenas na grandeza discreta, em detrimento das grandezas contínuas (volume, massa, comprimento, etc.).

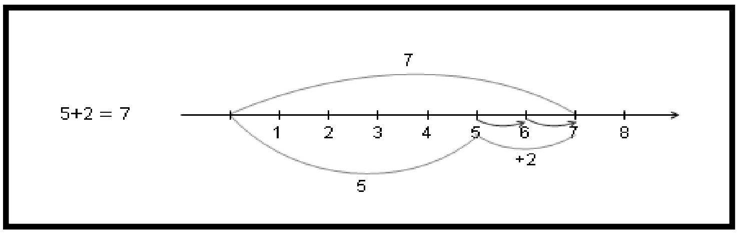
É pela mediação da reta numérica que Davýdov e colaboradores introduzem as operações básicas (MADEIRA, 2012; ROSA; DAMAZIO; ALVES, 2013; ROSA; DAMAZIO; CRESTANI, 2014; HOBOLD, 2014). Nesse sentido, nas próximas tarefas, apresentaremos aquelas diretamente relacionadas ao objeto da presente investigação: adição e subtração.

Tarefa 1.1.5: Refere-se à introdução das operações de adição e subtração. Consiste na determinação de um valor desconhecido a partir de dois valores conhecidos. Por isso, a tarefa toma por base a reta numérica para que as crianças completem o seguinte registro: __ > 5. Com a condição de que a diferença seja de duas unidades.

O professor solicita que as crianças localizem, na reta, o número 5. Além disso, direciona o desenvolvimento da tarefa com as seguintes perguntas: o número desconhecido é maior ou menor que 5? Para que lado deslocar-se-á na reta numérica? Na direção da seta (distanciando do início), ou para o lado contrário da seta (voltando ao início)? Quantas unidades serão deslocadas a partir do número 5? A discussão desencadeará a elaboração da conclusão de que serão deslocadas duas unidades para o lado oposto da origem, pois o número desconhecido é maior que 5 e a diferença é de 2 unidades. O professor registra no quadro a operação (5 + 2) e explica: partimos do número 5, como o número desconhecido é maior, deslocaremos duas unidades para o lado contrário do início e marcaremos o número 2 com o sinal de adição; o ponto de chegada consiste no valor desconhecido: 5 + 2 = 7

(Ilustração 9). Este registro pode ser lido de vários modos: cinco mais dois dá sete; se acrescentar dois ao número cinco vai dar sete.

Ilustração 9 – Adição e subtração



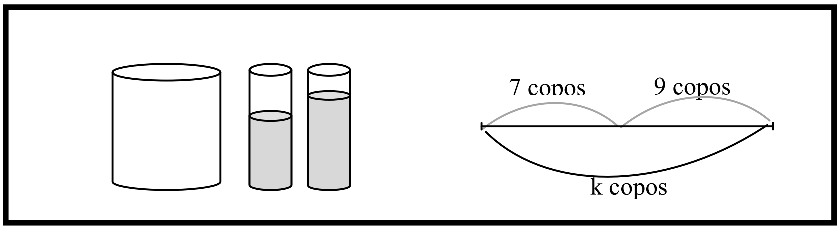
Fonte: Rosa (2012, p. 197).

A operação de subtração é apresentada por meio de um procedimento análogo à adição, porém com deslocamento na reta numérica em sentido contrário, pois elas são inversas entre si (ROSA; DAMAZIO; ALVES, 2013). Gradativamente, a linguagem matemática é introduzida: por exemplo, o professor destaca o número 7 na reta numérica e os estudantes registram o número (7). Em seguida, desloca-se para a esquerda (este movimento é representado pelo sinal de menos) em duas unidades. Pronuncia-se o número encontrado (5). Para finalizar, procede-se à leitura da operação realizada: sete menos dois igual a cinco: 7 – 2 = 5 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

Davýdov e colaboradores consideram a relação todo-partes, entre grandezas, como fundamental para subsidiar a interpretação de problemas envolvendo adição e subtração.

<u>Tarefa 1.1.6:</u> Esta tarefa incide na análise das ações objetais relacionadas à decomposição do todo em partes e vice-versa. São apresentados dois recipientes, iguais na forma e no tamanho, com volumes diferentes de líquido (Ilustração 10) e, também, um terceiro maior que os outros dois, porém, vazio. A informação dada aos estudantes é de que a medida dos volumes de líquido dos recipientes é 7 e 9 copos, respectivamente (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

Ilustração 10 – Relação entre o todo e as partes



Fonte: Rosa (2012, p. 207).

O professor comunica que, anteriormente, todo o líquido dos dois recipientes estava no recipiente maior, vazio (Ilustração 10). Porém, o valor da medida do volume total de líquido é desconhecido e, por isso, será representado pela letra *k* (*k* copos). Trata-se, então, da determinação do valor aritmético de *k*. Com a orientação do professor, os estudantes concluem que a obtenção do referido valor ocorre pela soma dos outros dois conhecidos (7 + 9).

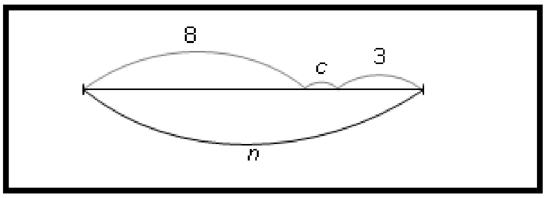
No processo de resolução, as crianças levantam hipóteses que são submetidas à aceitação ou refutação do grupo. Como consequência, elas elaborarão sínteses, tais como: 7 e 9 representam as *partes* que compõem o *todo* (*k*). Por fim, procede-se à representação geométrica (Ilustração 10) da relação entre o todo e as partes (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

A representação geométrica, denominada por Davýdov e colaboradores de esquema, possibilita a identificação da operação que determinará o valor desconhecido. As partes que compõem o todo são 7 e 9; então, o todo é obtido pela operação 7 + 9 = 16, que, como orienta a proposição davydoviana, é desenvolvida inicialmente na reta numérica para, posteriormente, atingir o plano mental. Deste modo, os procedimentos realizados objetalmente (por meio da relação entre grandezas) são idealizados.

Na tarefa 1.1.6, o todo apresentou-se fragmentado em partes, o que incide na operação de adição. Na subsequente (tarefa 1.1.7), conduz-se ao movimento inverso, o todo apresenta-se composto a partir das partes, que caracterizará uma nova operação. Essas ideias conceituais expressar-se-ão na situação a seguir.

Tarefa 1.1.7: Precisamos estender uma corda de um poste para outro. Temos três rolos de corda com os seguintes comprimentos: 8, *c* e 3 metros. A medida do comprimento da distância entre um poste e outro equivale à medida do comprimento dos três rolos de corda juntos. Ao estudante compete a representação da situação em um esquema, conforme a ilustração 11 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012):

Ilustração 11 – Relação entre o todo e as partes



Fonte: Rosa (2012, p. 207).

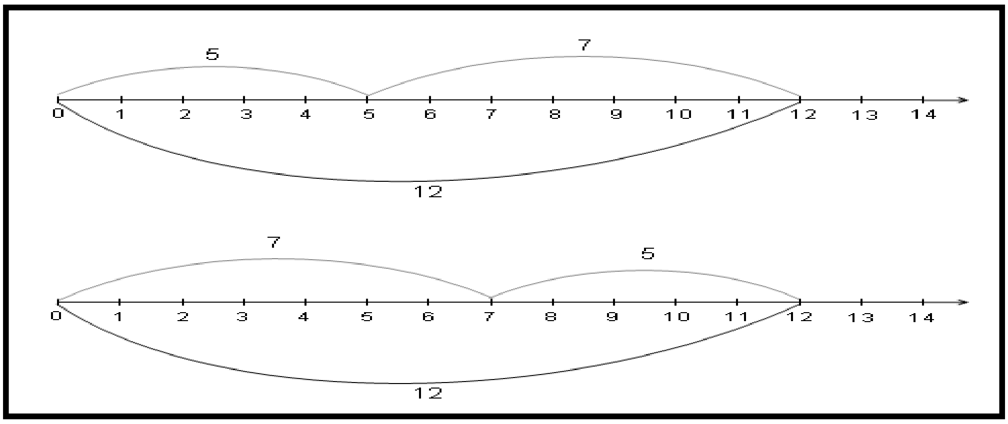
A construção do esquema com a devida análise propicia a conclusão, pelos estudantes e com a orientação do professor, de que *n* metros é o todo composto por três partes (8, *c* e 3). Ainda, estabelecem as seguintes relações: n> 8, n > c, n > 3 e n = 8 + c + 3, ou n = 11 + c. Assim, o todo é maior que as partes isoladamente, porém é igual à soma das partes.

Para desenvolver "conceitos matemáticos mais abstratos, é necessário intensificar as operações de abstração e generalização. Um meio para chegar a este fim consiste em exprimir o texto de um problema em termos matemáticos mais generalizados" (KALMYKOVA, 1991, p. 09). O conteúdo da tarefa 1.1.7 caracteriza-se pelo avanço, no processo de abstração e generalização, da relação parte-todo, ao exprimi-la na unidade das significações aritméticas (8 e 3), algébricas (*c* e *n*) e geométricas (esquema).

Tarefa 1.1.8: Traz para a análise o seguinte problema: uma dona de casa tinha 7 quilos de frutas na caixa e mais 5 quilos na cesta. Ela resolveu fazer um doce. Para tanto, é necessário comprar a mesma quantidade de açúcar. Quantos quilos de frutas a dona de casa tem? (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

Em função do desenvolvimento das demais tarefas do sistema em referência, é provável que as crianças sugiram a operação da adição por meio da reta numérica (7 + 5). Neste momento, o professor propõe a seguinte reflexão: por que a operação de adição? Em nenhum momento foi dito que o valor desconhecido é maior do que os valores apresentados no problema! O direcionamento para a reflexão, por meio do questionamento, ocorre porque o valor desconhecido é o todo, maior que as partes. Portanto, o todo é determinado pela soma das partes (7 quilos e 5 quilos), independentemente da ordem em que os números são operados (5 + 7 ou 7 + 5), conforme a ilustração 12 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012):

Ilustração 12 – Determinação do significado do todo



Fonte: Rosa (2012, p. 210).

Observa-se que o problema traz uma situação particular, vivenciada por uma dona de casa. Porém, a sua interpretação é realizada com base na relação universal própria do conceito da adição e subtração, isto é, todo e partes. Isso é o que possibilita ao estudante encontrar o todo com uma referência distinta (açúcar) das partes (frutas) que, apesar de se tratar da mesma grandeza, não causa desvio de atenção. A operação foi realizada com números referentes a uma quantidade específica de massa (grandeza). Esses números resultam da medição por meio de uma mesma unidade de medida (quilo), o que não ocorrerá na próxima tarefa, em que as unidades são diferentes.

Tarefa 1.1.9: São expostos dois recipientes vazios, iguais na forma e tamanho. Em um deles, o professor coloca duas xícaras grandes de líquido e, no outro, um copo pequeno. Ele registra no quadro somente os números 2 e 1 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

Na sequência, todo o líquido é transferido para um terceiro recipiente, igual aos outros dois, tanto no que se refere ao tamanho quanto à forma. O que se busca é o volume desse terceiro recipiente. A questão problematizadora da solução é: podemos determinar o volume do terceiro recipiente sem medi-lo novamente, apenas com base nos números registrados no quadro? (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012).

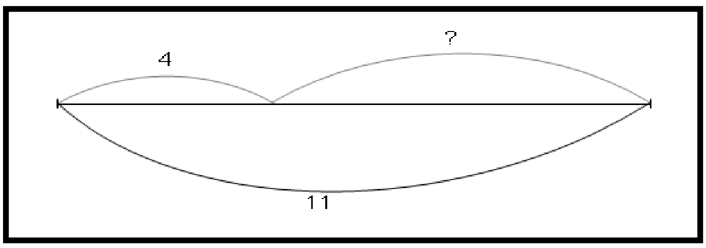
O previsto é que alguém responda, com base apenas nos números expostos, que há três medidas (duas xícaras grandes e um copo pequeno) de líquido no recipiente, sem considerar que as unidades de medidas são diferentes. Então, o professor propõe duas novas medições: primeiro, considera a xícara grande como unidade de medida e registra o resultado; depois, repete o mesmo procedimento, porém com o copo pequeno. Ele pede que os estudantes atentem aos dois resultados obtidos (diferentes): no terceiro recipiente não há, exatamente, três xícaras e nem três copos de líquido. A conclusão relaciona-se com a impossibilidade de se operar com números obtidos a partir de unidades de medidas diferentes (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012). Deste modo, $2x + 1c$ não é igual a $3xc$. Existem duas unidades ***x*** (xícara) e mais uma unidade ***c*** (copo). Como são unidades de medidas diferentes, torna-se impossível a operação com agregação de ambas.

Observa-se que as tarefas davydovianas atentam para as múltiplas possibilidades de ocorrências de situações-problema. São muitos os aspectos a serem considerados nesse processo. Para Talizina (1987), quando um estudante não consegue resolver um problema, geralmente o professor mostra como fazê-lo, ou simplesmente aconselha-o a pensar melhor. Cumprir esta orientação nem sempre é possível. A criança não sabe pensar sobre o problema, justamente por isso não foi resolvido, e “nem sempre a escola ajuda a pensar melhor” (OLIVEIRA, 1999, p. 94), ou ensina a interpretar um problema.

Isso se confirma com a afirmação de Davídov (1988) de que a escola, historicamente, não se preocupou em desenvolver o pensamento dos seus estudantes referente ao processo de interpretação. Em vez disso, centra-se na representação empírica, sensorial, da situação apresentada no problema. Atende, pois, ao princípio do caráter visual direto ou intuitivo, em vez do caráter objetal (DAVÍDOV, 1987). A tarefa seguinte traz um problema e seu processo de resolução de acordo com dois princípios contrapostos, como forma de diferenciá-los.

Tarefa 1.1.10: Mamãe trouxe 11 pepinos, 4 deles eram compridos, os restantes eram curtos. Quantos pepinos curtos mamãe trouxe? A tarefa deixa em aberto qualquer orientação de resolução, pois o professor não apresenta o esquema e realiza rapidamente a leitura do problema. É provável que os estudantes digam que a leitura acelerada dificulta a memorização dos dados. O professor admite a dificuldade, aguarda novas sugestões e, também, propõe a utilização do esquema. A leitura do problema é novamente realizada; porém, pausadamente, enquanto os estudantes o representam no esquema, conforme ilustração 13 (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012):

Ilustração 13 – Representação teórica do problema



Fonte: Rosa (2012, p. 219).

A conclusão, propiciada pela análise do esquema, é de que o valor desconhecido é uma das partes. Para identificá-la, subtrai-se a parte conhecida do todo (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012). Adota-se, pois, o método universal de análise das condições do problema, da produção do esquema e do plano de resolução. Este procedimento, ao ser generalizado, eleva substancialmente o desenvolvimento do pensamento ao nível teórico, diferentemente do que ocorre no ensino fundamentado nos princípios didáticos da escola tradicional.

Nos livros didáticos brasileiros, geralmente, a proposição para interpretação de problemas, no primeiro ano do Ensino Fundamental I, consiste em representar empiricamente a situação dada (ROSA, 2012). Nessa perspectiva tradicional, o mesmo problema anterior seria resolvido do seguinte modo (Ilustração 14):

Ilustração 14 – Representação empírica do problema

Fonte: ROSA (2012, p. 220).

A ilustração com desenhos ou situações do dia a dia leva, segundo Davýdov (1982), à omissão dos aspectos matemáticos do problema, bem como suas interconexões. O objeto de análise, no processo de interpretação, está dado diretamente ou, como diz Davýdov, empiricamente. Mesmo que a criança não precise desenhar os pepinos, mas imagine a situação dada, isto é, resolva o problema com base em uma imagem ideal dos pepinos, ainda assim, seria um processo empírico de resolução, em função do caráter meramente ilustrativo e externo. Outra conduta fundamentada nos princípios didáticos da escola tradicional é a representação dos objetos envolvidos no problema por meio de traços. Assim, para resolver o problema em análise, a criança é orientada a fazer 11 traços e riscar 4 deles: ~~||||~~|||||||.

Tal base de ensino de resolução de problemas aditivos e subtrativos traz restrições, entre elas, a de que cada situação não tem vinculação com algo geral, mesmo que se resolva por uma mesma operação. No caso do problema anterior, como resolvê-lo quando for uma quantidade maior? Como procederão as crianças? Vale ressaltar que esse tipo de pensamento, desenvolvido no primeiro ano no Ensino Fundamental I, perpetua até o Ensino

Superior. Wielewski (2005, p. 307), em sua tese de doutorado, ao analisar respostas dos estudantes da graduação sobre resolução de problemas, concluiu:

> Todos os estudantes iniciaram o problema recorrendo a uma representação visual e registrando nela as informações dadas no enunciado. Alguns eram detalhistas a ponto de desenhar as árvores, os pássaros e o peixe. Outros utilizavam segmentos para as árvores e um ponto para o peixe.

Libâneo (2004, p. 27) corrobora: “Se o ensino nutre a criança somente de conhecimentos empíricos, ela só poderá realizar ações empíricas”. Em contrapartida, a tarefa do pensamento teórico, segundo Davýdov (1982), consiste na elaboração dos dados da contemplação e da representação em forma de conceito e, com ele reproduzir o sistema de conexões internas que o geram, a fim de revelar sua essência e expressá-la no modelo.

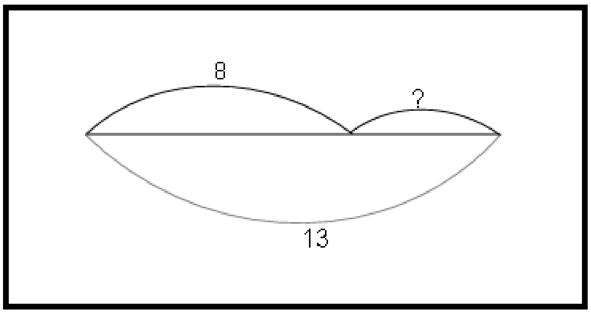
A essência do problema não se apresenta em sua forma imediata, por meio da representação dos pepinos ou dos risquinhos, mas mediatizada pelo esquema, “essa mediação é realizada pelo processo de análise, o qual trabalha com abstrações. Trata-se do método dialético de apropriação do concreto pelo pensamento científico através da mediação do abstrato” (DUARTE, 2000, p. 84). Tal abstração, na proposição davydoviana para o ensino de interpretação de problemas, consiste no esquema. Este, por sua vez, surge com base na análise da ação objetal com as grandezas. Gradativamente, a ação objetal é abstraída e o desenvolvimento da tarefa passa a ser mediatizado pelo esquema, no plano teórico.

Em Davýdov, o esquema representa a relação geneticamente essencial para a interpretação do enunciado do problema, do seu conteúdo, no sentido da determinação rápida da operação a ser realizada, a partir da relação todo-partes. A tarefa a seguir proporciona, aos estudantes, a diferenciação entre problema e história. E, também, leva-os à elaboração de problemas a partir de uma história.

Tarefa 1.1.11: Yuri tinha 13 nozes. Quando ele comeu 8 nozes, restaram 5. Quantas nozes Yuri tinha inicialmente? A tarefa estabelece que as crianças formulem, com base neste relato, três problemas diferentes e os resolvam por meio do esquema.

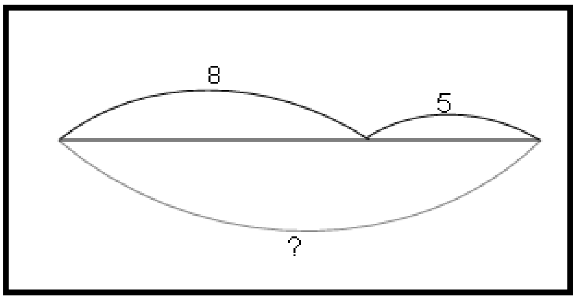
Não há valores desconhecidos no enunciado, todos estão dados. Trata-se de uma história e não de um problema. O professor sugere que o enunciado seja transformado em três problemas (Ilustrações 15, 16 e 17) e direciona as ações dos estudantes para que detectem, no processo de formulação das perguntas, a necessidade de escolherem o valor cujo significado será desconhecido. O valor desconhecido será representado, no esquema, com o sinal de interrogação (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012):

Ilustração 15 – Primeiro enunciado: Yuri tinha 13 nozes. Quando comeu 8 nozes, restaram quantas?



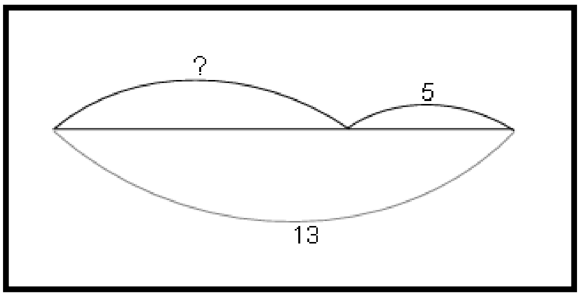
Fonte: ROSA (2012, p. 222).

Ilustração 16 – Segundo enunciado: Yuri comeu 8 nozes e restaram 5. Quantas nozes Yuri tinha inicialmente?



Fonte: ROSA (2012, p. 222).

Ilustração 17 – Terceiro enunciado: Yuri tinha 13 nozes. Restaram 5 nozes. Quantas ele comeu?

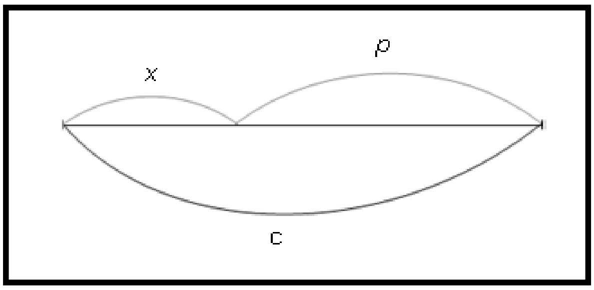


Fonte: ROSA (2012, p. 223).

A análise da localização do ponto de interrogação, no esquema, auxilia os estudantes na formulação da pergunta e no enunciado do problema (ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008; ДАВЫДОВ et al., 2012). Assim, de uma situação particular, são produzidos três problemas singulares.

O desenvolvimento das tarefas davydovianas possibilita a modelação, expressa no esquema, da relação universal para a interpretação de problemas sobre adição e subtração (Ilustração 18):

Ilustração 18 – Modelo universal



Fonte: ROSA (2012, p. 224).

O esquema (Ilustração 18) representa as seguintes inter-relações: a partir da soma das partes, determinamos o todo ($x + p = c$), e a subtração do todo por uma parte conhecida determina a outra parte desconhecida ($c - x = p$ e/ou $c - p = x$). Assim, temos a representação da relação universal para a resolução de problemas, modelada geometricamente (esquema) e algebricamente (por meio de letras).

Tal nível de abstração e generalização faz-se necessário porque, conforme Rubinstein (1960, p. 211), "resolver um problema no plano teórico significa resolvê-lo não só para o caso concreto [particular] dado, mas também para todos os casos da mesma natureza". Na especificidade do esquema em referência, para todos os casos de adição e subtração envolvendo a relação entre partes e o todo.

Revelar e expressar por meio de símbolos o "ser mediatizado das coisas, sua generalidade, é efetuar a passagem para a produção teórica da realidade" (DAVÝDOV, 1982, p. 303, tradução nossa). O autor é enfático ao afirmar que o ensino deve "mostrar francamente às crianças a essência abstrata das matemáticas, inculcar-lhes a faculdade de fazer abstrações e de aproveitar sua força teórica" (DAVÝDOV, 1982, p. 157, tradução nossa), em detrimento das limitações empíricas.

Em síntese, a variedade de movimentos adotados na apresentação do sistema de tarefas davydovianas para o ensino de interpretação de problemas não permite a generalização empírica (DAVÝDOV, 1982). Desde o início, as tarefas propõem a revelação da gênese de interpretação de problemas a partir da decomposição do todo em partes, bem como da relação entre as partes que compõem o todo. Tal orientação é condizente com o que propõe Kalmykova (1991, p. 10) em relação à análise a ser realizada na interpretação de um problema:

> No caso de um problema, [...] o valor procurado, a informação dada no conteúdo do problema e a relação entre eles não podem ser determinados através da análise separada dos diversos elementos, mas apenas através da sua combinação (que constitui um determinado conjunto); por outras palavras, para resolver bem um problema, têm que existir sínteses em nível de análise complexa.

A análise complexa, em Davýdov, implica na compreensão da relação universal. Ela possibilita a interpretação de qualquer problema de adição e subtração, mesmo no primeiro ano do Ensino Fundamental I. Tal relação é revelada a partir do estudo das grandezas discretas e contínuas (geral). O processo de construção da representação da relação universal culmina com a construção do esquema, composto por segmento de reta, arcos e letras.

A essência da relação interna, expressa no modelo, é fundamentada no movimento inverso das operações de adição e subtração. Deste modo, se as partes são conhecidas, para determinar o todo, adicionam-se as partes. Caso seja conhecido o todo e também uma das partes, para determinar o valor da outra parte, subtrai-se a parte conhecida do todo.

Com base na revelação da essência referente à interpretação de problemas, são apresentadas algumas tarefas singulares, que podem ser interpretadas por meio de um modelo universal. No esquema davydoviano, para a interpretação de problemas de adição e subtração, a análise é mediada pela objetivação da situação, idealizada ou desenhada, mas no plano teórico. Não há uma representação direta, empírica, dos dados do problema. Esta é mediada pelo esquema, que reflete as relações essenciais e suficientes para a interpretação do problema. Trata-se de uma expressão abstrata das relações essenciais, mas que não são captadas de forma elementar e primariamente sensorial.

O movimento que culmina com o modelo, em sua forma abstrata, inicia-se pelas ações objetais com as grandezas, passa pela modelação e, finalmente, o esquema constitui o modelo universal para a interpretação de novas situações particulares. Nesse processo, o professor desempenha o papel de orientador copartícipe que instiga os estudantes a elaborarem questões que contribuam com as reflexões coletivas e individuais para atingir o propósito da tarefa em desenvolvimento.

Assim, Davýdov e colaboradores apresentam o caráter novo dos conceitos em nível científico, diferentemente do princípio tradicional do caráter sucessivo, que conserva o teor empírico dos conhecimentos concernentes ao dia a dia, às situações extraescolares. De acordo com esse princípio:

> Na metodologia do ensino de aritmética se faz constar a possibilidade de organizar a instrução na escola como continuação natural e desenvolvimento do ensino pré-escolar, aproveitar com maior plenitude a experiência em relação às operações com grupos de objetos adquiridas pelas crianças antes de seu ingresso na escola, e seus conhecimentos iniciais sobre o número e o cálculo, o que permite desenvolver o ensino da matemática em estreita relação com a vida, desde o começo daquela (DAVÝDOV, 1982, p. 35, tradução nossa).

Tal metodologia também é respaldada pelo princípio da acessibilidade. Assim, apela-se para as características evolutivas da criança para justificar a limitação e a pobreza do ensino primário apoiado em imagens e representações elementares, conforme mencionamos no exemplo dos pepinos (Ilustração 14). Este princípio subestima as possibilidades da criança e ignora o papel que a educação desempenha no desenvolvimento (DAVÍDOV, 1987). Além disso, tem seu reflexo na ordem habitual da aritmética para a álgebra. A primeira é concentrada nos anos iniciais e a segunda é direcionada aos adolescentes (DAVÝDOV, 1982). Diferentemente da proposição davydoviana, que contempla, desde o primeiro ano escolar, as significações algébricas e aritméticas dos conceitos.

Na escola tradicional, a álgebra também é relegada a um segundo plano por ser considerada como de alto nível de abstração, algo considerado inatingível pelas crianças. Portanto, contradiz o seu princípio do caráter consciente, para o qual o pensamento deve emergir de uma imagem sensorial completamente definida e precisa, a ponto de se desenhar os objetos envolvidos nas situações de análise.

Em oposição a essa representação empírica, Davýdov e colaboradores propõem a modelação das propriedades internas referentes à conexão essencial e universal, que servem de fontes para interpretação de diferentes situações de sua aplicação, como é o caso da relação entre o todo e as partes reconstruída e modelada no decorrer das tarefas. Tais modelos refletem o que não está explícito na contemplação e, por isso, são considerados modelos teóricos.

1.2 SÍNTESE

Analisamos a expressão dos princípios didáticos na proposição de Davýdov e colaboradores para o processo de interpretação e resolução de problemas relacionados às operações de adição e subtração (ДАВЫДОВ et al., 2012; ГОРБОВ; МИКУЛИНА; САВЕЛЬЕВА, 2008) a partir das investigações realizadas por Rosa (2012) e Matos (2013). Os autores propõem uma sequência de tarefas para a interpretação de problemas a serem desenvolvidas por meio de ações que levam a criança ao desenvolvimento do pensamento teórico (DAVÝDOV, 1982).

As tarefas singulares apresentam-se com um conteúdo conceitual não em seu estado final e pronto, mas como possibilidade de elaboração em cada uma e no conjunto delas. Isso significa que a aprendizagem da interpretação de problemas, cuja resolução ocorre pela adição ou subtração, é algo que vem sendo produzido em um contexto de sistema conceitual desde o momento em que a criança adentra ao ensino escolar. Nesse momento, ela sente que está em um lugar educativo e de desenvolvimento intelectual diferente daquilo que foi vivido no ambiente familiar e pré-escolar. Essa diferença é sentida no modo de organização de ensino, no seu método e no conteúdo de estudo.

Resolver problemas aditivos e subtrativos traz uma ideia fixa, uma relação unânime, não somente para esse conceito, mas para a Matemática como um todo, que é a relação entre grandezas – base teórica do conhecimento matemático. No entanto, ela se peculiariza em cada novo conceito, como é o caso da relação todo-parte que universaliza o sistema indissociável adição/subtração/resolução de problemas. Essa unidade conceitual também traduz uma totalidade que se explicita nas inter-relações das significações aritméticas, geométricas e algébricas.

Ainda vale destacar que as tarefas propostas por Davýdov e colaboradores também envolvem situações do dia a dia, materiais manipuláveis, observáveis, entre outros. Porém, em sua análise e resolução não basta que as crianças observem e, de imediato, emitam a solução. Pelo contrário, elas solicitam a reflexão das relações entre as grandezas desses objetos, o que lhes proporciona a realização de abstrações teóricas e a síntese das múltiplas determinações que envolvem um sistema conceitual científico.

A formação dos conceitos científicos, quando orientada "de cima para baixo", possibilita, segundo Vygotski (1995), que a criança, posteriormente, opere com o conceito de maneira voluntária e consciente. É esse movimento, orientado de cima para baixo, para o processo de conscientização das características essenciais, que se objetiva na proposição davydoviana, como procuramos evidenciar na análise das onze tarefas singulares.

Enfim, Davýdov e colaboradores, em sua proposição de ensino para a introdução do processo de interpretação e resolução de problemas sobre adição e subtração, consideram o movimento que envolve as seguintes dimensões conceituais: geral, universal (relação essencial), particular e singular. Em síntese, em um movimento teórico orientado do geral para o singular mediado pelo particular. E o universal tomado como fio condutor deste processo.

Foi esse movimento, por meio do sistema de tarefas apresentado no decorrer deste capítulo, que foi desenvolvido nas três universidades. No próximo capítulo apresentaremos as compreensões das acadêmicas antes de terem acesso a essas reflexões e depois delas. A análise desses dois momentos foi mediatizada pelo processo de ensino e aprendizagem desencadeado pelas tarefas anteriormente apresentadas.

2 COMPREENSÕES INICIAIS E MANIFESTAÇÕES DE APRENDIZAGEM: UMA ANÁLISE A PARTIR DO MODO DE ORGANIZAÇÃO DE ENSINO DESENVOLVIDO NAS TRÊS INSTITUIÇÕES

> Às vezes nós tropeçamos com a opinião de que também na atualidade – dizem – o pensamento teórico segue apoiando-se no empírico e dir-se-ia que assenta sobre ele, conservando em qualidade de cimento. Isto é, a nosso parecer, uma interpretação errônea da correlação dos mesmos
> (DAVÝDOV, 1982, p. 310, tradução nossa).

Para investigar a aprendizagem das acadêmicas, sobre o modo de organização do ensino em Matemática, na Licenciatura de Pedagogia, consideramos o processo de ensino e aprendizagem no contexto da zona de desenvolvimento proximal, ou seja, "como faço para chegar lá?" (VYGOTSKI, 1993, p. 328). Com base na zona de desenvolvimento proximal, focamos no que as acadêmicas foram capazes de fazer com a orientação dos professores de Matemática na Licenciatura de Pedagogia. Para tanto, fez-se necessário analisar o nível de desenvolvimento inicial[15], referente ao primeiro dia de aula das acadêmicas e o nível de desenvolvimento proximal, com base na compreensão apresentada ao término dos trabalhos sobre resolução de problemas. Para este momento, as questões norteadoras foram: o que apresentam sobre o modo de organização do ensino sem orientação do professor? Que tipo de conteúdo e método as acadêmicas propõem e quais as possíveis implicações no desenvolvimento do pensamento de seus futuros alunos? Que tipo de abstração e generalização as acadêmicas manifestaram ao proporem a organização do ensino? Que tipo de pensamento desenvolver-se-ia nos estudantes de Ensino Fundamental I, a partir do conteúdo e método apresentados pelas acadêmicas?

Os professores consideraram o conhecimento inicial das acadêmicas como expressão do modo de organização do ensino vigente no Brasil. Este foi objeto de reflexão nas três instituições por meio da análise de livros didáticos e leituras de artigos que fazem a crítica, com base nos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. A investigação sobre o conhecimento inicial e aquele em processo de aprendizagem pelas acadêmicas foi realizada a

[15] Quando nos referirmos ao nível de desenvolvimento inicial, trata-se do nível em que as acadêmicas encontravam-se para realizarem sozinhas operações de resolução de problemas no primeiro dia de aula do semestre letivo. Estamos chamando de conhecimento inicial porque partimos do pressuposto de que não podemos classificar antecipadamente se esse conhecimento era empírico ou não, no sentido davydoviano. Assim, também, não podemos antever se as compreensões finais são expressão do pensamento teórico.

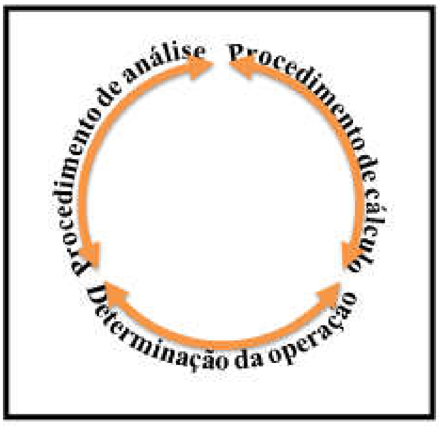
partir das respostas apresentadas por elas para a seguinte questão (Instrumento I, ilustração 1): como você ensinaria seus alunos a interpretarem e resolverem o seguinte problema: havia 5 xícaras de farinha no pote. Mamãe tirou 2 xícaras para fazer bolinhos. Quanto de farinha ficou no pote?

A fim de apreender o fenômeno em sua totalidade, buscamos, nos dados, subsídios que nos possibilitassem revelar os elementos que, interconectados, conformam a unidade de análise, a relação universal do objeto investigado. Isso porque uma investigação sustentada no materialismo dialético "inicia-se com o exame da diversidade sensorial concreta dos tipos particulares do movimento do objeto e dirige-se para a revelação de sua base interna universal" (DAVÍDOV, 1988, p. 173, tradução nossa).

A unidade de análise, composta pela relação universal do objeto de investigação, reflete as características internas do objeto de tal modo que apresente as interconexões dos elementos que a compõem. Nesse sentido, "subentendemos por unidade um produto da análise que, diferente dos elementos, possui todas as propriedades que são inerentes ao todo e, concomitantemente, são partes vivas e indecomponíveis dessa unidade" (VIGOTSKI, 2001, p. 08). Com essa concepção e diante da diversidade de respostas apresentadas pelas acadêmicas nos dois momentos centrais de coleta de dados, questionamo-nos: quais são as partes indecomponíveis subjacentes às proposições das acadêmicas para resolução de um problema matemático? Quais os elementos essenciais pertencentes à resolução de qualquer problema (adição, subtração, multiplicação, divisão, etc.) e que, portanto, devem ser considerados no modo de organização do ensino? Quais elementos constituem a relação universal do modo de organização do ensino sobre resolução de problemas, independentemente da lógica adotada (formal ou dialética)?

Tais perguntas nortearam o processo de revelação da unidade de análise no qual detectamos três elementos que, indissociavelmente, compõem a relação universal do objeto de pesquisa, tais como: procedimento de análise do problema, determinação da operação e procedimento de cálculo. Após a revelação dos elementos, procedemos à modelação da relação de interdependência entre eles. Trata-se da abstração essencial do objeto de investigação, já apresentada no texto introdutório da presente dissertação (Ilustração 19).

Ilustração 19 – Abstração essencial do objeto de investigação



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

A abstração essencial do objeto de investigação, modelada na ilustração 19, expressa a interconexão e a relação de interdependência dos elementos que a compõem. Assim, ao revelarmos a essência do objeto de investigação, concluímos o movimento de redução do concreto caótico ao abstrato. Depois, a fim de expormos os resultados, foi necessário ascender ao concreto novamente, uma vez que a "exposição do conhecimento científico realiza-se pelo procedimento de ascensão do abstrato ao concreto" (DAVÍDOV, 1988, p. 172, tradução nossa). Trata-se do mesmo concreto ponto de partida, mas como síntese.

No decorrer das aulas, os professores das três universidades abordaram a resolução de problemas com base na proposição davydoviana. Ao término, as acadêmicas responderam ao mesmo instrumento do primeiro dia de aula. Nesse segundo momento, alguns elementos teóricos foram contemplados, entretanto a essência do pensamento empírico ainda se fazia presente por trás da aparente resposta teórica. Esse fato ocorreu porque atualmente, em nosso país, o ensino de Matemática é predominantemente organizado a partir dos princípios da Teoria do Pensamento Empírico (ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012; HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016). É com base nesse pensamento que "o aluno chega ao conhecimento direto e imediato do objeto, só lhe possibilita apreender seus traços empíricos, de caráter externo, [...] não revelando suas conexões internas e essenciais" (LIBÂNEO; FREITAS, 2013, p. 336).

O desenvolvimento do pensamento empírico é reflexo do emprego da teoria empírica de generalização no ensino (DAVÝDOV, 1982; DAVÍDOV, 1988). Essa teoria exerce determinada influência no processo de aprendizagem e desenvolvimento dos estudantes, pois,

> o cultivo, na escola, do pensamento empírico é uma das causas objetivas de que o ensino escolar influencia fracamente no desenvolvimento psíquico das crianças, no desenvolvimento de suas capacidades intelectuais, porquanto o pensamento empírico origina-se e pode mais ou menos desenvolver-se fora da escola, já que suas fontes estão vinculadas à vida cotidiana das pessoas (DAVÍDOV, 1988, p. 06, tradução nossa).

Davýdov (1982), ao analisar o conteúdo e método, subjacentes à organização do ensino vigente na Rússia, na segunda metade do século XX, também constatou o predomínio do pensamento empírico nos estudantes. Sem desconsiderá-lo, alertou sobre a inefetividade para o desenvolvimento dos estudantes na contemporaneidade.

> É errôneo afirmar que o desenvolvimento das formas do pensamento, sob o aspecto de estruturas formais puras, é independente do conteúdo. Esta afirmação parte da falsa tese de que o desenvolvimento da mente infantil ocorre espontaneamente, como consequência da maduração biológica que vem com a idade, e que, devido a isso, o ensino não faz mais que 'conformar-se' às leis variáveis, biologicamente predeterminadas, do pensamento (SHARDAKOV, 1978, p. 17-18, grifo do autor).

Na organização do ensino no qual almejamos interferir no desenvolvimento do pensamento, é necessário considerar que "as particularidades da generalização, em unidade com os processos de abstração e formação de conceitos, caracterizam, [...] o tipo geral de pensamento do homem" (DAVÌDOV, 1988, p. 100, tradução nossa). Isto é, o tipo de pensamento desenvolvido, seja empírico ou teórico, depende do tipo de generalização, abstração e formação de conceitos, pois "ambos são muito diferentes em sua estrutura, apoiam-se em mecanismos diferentes" (REPKIN, 2014, p. 92). Como dito anteriormente, a Teoria do Pensamento Empírico, adotada na escola tradicional, tem seus fundamentos psicológicos e pedagógicos na lógica formal. Nesse sentido,

> a escola tradicional cultiva nas crianças somente um tipo de pensamento, em seu momento minuciosamente descrito pela lógica formal: o pensamento empírico. Para este, é característica uma relação cotidiana, utilitária para as coisas e por isto é contrário à valorização e compreensão teórica da realidade. **O pensamento empírico tem seus tipos específicos de generalização e abstração, seus procedimentos peculiares para formar os conceitos**, os que justamente **obstaculizam** a assimilação plena, pelas crianças, do conteúdo teórico dos conhecimentos [...] (DAVÍDOV, 1988, p. 05, tradução nossa, grifo nosso).

A apropriação da relação cotidiana e utilitária do conhecimento é necessária, mas, quando desenvolvida apenas de modo singular, obstaculiza a apropriação do conceito teórico. Aqui é importante ressaltar que o pensamento empírico não é ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento teórico, como entende o senso comum. Ao contrário, esse cria obstáculos para o efetivo desenvolvimento daquele.

A natureza do pensamento empírico é a vida cotidiana, extraclasse, dos estudantes, por isso, dispensa a escola, isto é, pode desenvolver-se fora dela (DAVÍDOV, 1988). Acreditamos que, “sem dúvida alguma, a experiência vital da criança deve ser utilizada no ensino, mas somente por via de sua reestruturação qualitativa dentro da forma, especial e nova para o aluno, do conhecimento científico teórico” (DAVÍDOV, 1988, p. 111, tradução nossa).

Em outras palavras, a experiência vital da criança pode e deve ser considerada, mas com olhar teórico, em que “a formação da generalização conceitual nas crianças constitui uma parte importante do fundamento sobre o qual se constroem o conteúdo e a forma de ensino” (DAVÍDOV, 1988, p. 103, tradução nossa).

Vale lembrar que qualquer ensino desenvolve capacidades cognitivas. Mas quais? O conteúdo e o método, na organização do ensino, são intencionalmente direcionados ao desenvolvimento de um tipo definido de pensamento (DAVÍDOV, 1988). Assim sendo, a que tipo de pensamento as proposições das acadêmicas são direcionadas? Na sequência, apresentamos a resposta para esse questionamento referente aos dois momentos centrais de coleta de dados. Trata-se da exposição do objeto de investigação por meio do procedimento de ascensão do abstrato ao concreto.

2.1 COMPREENSÕES INICIAIS DAS ACADÊMICAS

Para investigar as aprendizagens das acadêmicas foi necessário analisar as compreensões iniciais - como elas concebiam o modo de organização do ensino no início da disciplina relacionada à Educação Matemática. No primeiro dia de aula, do segundo semestre de 2015, as acadêmicas revelaram em suas respostas, sobre o modo de organização do ensino, alguns aspectos que nos possibilitam concretizar a unidade de análise abstraída anteriormente, tais como: ponto de partida do ensino; teor do experimento objetal; processo de generalização e abstração; procedimento de cálculo; e determinação do resultado. Para cada um desses componentes, selecionamos uma ou mais falas que expressam o teor geral das respostas apresentadas pelas acadêmicas.

2.1.1 Ponto de partida: caráter singular

O ponto de partida, no ensino tradicional, é do singular para o geral (DAVÝDOV, 1982). Portanto, é necessário propor vários problemas semelhantes para as crianças resolverem. A repetição da resolução resultará na generalização do que se repete no processo de resolução: “[...] Iria mostrar para eles inúmeras situações para que assim eles possam entender [...]” (A_2C_2). Observamos que a compreensão de resolução de problemas dá-se pelo processo comparativo de diversas situações singulares, que são classificadas. Ou seja, temos a classe dos problemas de adição, a classe dos problemas de subtração, etc. A repetição de diversos problemas semelhantes inseridos em uma determinada classe, como ponto de partida na organização do ensino, contempla apenas o caráter singular do conhecimento. A partir das diversas singularidades, semelhantes àquelas já vivenciadas pelas crianças em situações anteriores, o geral aparece como síntese.

Tal procedimento vai ao encontro do princípio do caráter sucessivo que conserva o teor empírico dos conhecimentos extraescolares (DAVÝDOV, 1982). Neste, o ensino é continuação natural do ensino pré-escolar. Repete-se a experiência adquirida pelas crianças antes de seu ingresso na escola sob a justificativa da importância de desenvolver o ensino da Matemática em estreita relação com a vida, desde o começo daquela. Vale alertar que o problema aqui não é a relação com a vida, não é o caráter singular, mas o movimento de abstração e generalização realizado, a análise superficial a partir das características externas.

2.1.2 Experimento objetal: reflexo das características externas

A aparência externa, sem a análise genética da origem, da essência, é geradora de sínteses equivocadas na formação das classes. Uma baleia, por exemplo, “do ponto de vista de sua aparência externa, situa-se mais próxima dos peixes do que dos mamíferos; mas, quanto à sua natureza biológica está mais próxima de uma vaca ou de um veado do que de uma barracuda ou de um tubarão” (VYGOTSKY, 2003, p. 82). Baleia é um mamífero marinho que respira pelos pulmões, e não pelas brânquias, como os peixes. A classificação da baleia como um mamífero só é possível a partir da análise genética, pois, apenas com base na sua aparência externa, sua classe seria a dos peixes.

O experimento objetal proposto pelas acadêmicas no primeiro dia de aula também limita-se à aparência externa: “[...] colocaríamos a quantidade de farinha no pote, após tirava [sic] a quantidade pedida e após pegava [sic] o que sobrou e colocava [sic] em xícaras para demonstrar quantas xícaras ficou de farinha no pote” (A_1C_1). A experiência objetal, em sua aparência externa, torna-se um fim em si mesmo. Há uma relação direta entre o experimento e a síntese a ser abstraída e generalizada: sempre que envolver a ação de tirar a operação a ser realizada será a de subtração no contexto de quaisquer problemas. Às crianças, cabe observar a ação da professora ou elas próprias desenvolverem o experimento, sem análise da relação interna, nos limites de uma situação singular.

Assim, segue-se o movimento do singular para o geral. Este é o que se repete em vários problemas. Cada problema

> toma-se aqui de maneira unilateral, só em sua semelhança com outros, sem revelar as condições de existência do objeto integral em sua especificidade. Em sua época, Hegel mostrou, engenhosamente, que esse pensamento abstrato encontra-se com maior frequência na vida. As pessoas pensam, predominantemente, em forma abstrata, separando aspectos isolados do objeto, que em uma ou outra relação resultam semelhantes a algum outro; estes momentos isolados são concedidos a todo o objeto como tal, sem pôr em evidência a vinculação interna de seus aspectos e particularidades. Pensar abstratamente é o mais fácil[16] (DAVÍDOV, 1988, p. 111-112, tradução nossa).

A determinação do geral leva as acadêmicas, por meio da percepção imediata das características externas, a atingirem a essência empírica. Essências como essas, "[...] tomadas em seu melhor sentido (em compreensão), são essências fixas, coaguladas. E cada 'essência' aparece ao exame como uma coleção de qualidades justapostas, exteriores, numa ordem de generalidade crescente" (LEFEBVRE, 1991, p. 142-143, grifo do autor). Nesse sentido, é "algo que se repete, estável, é o invariante definidor das diversas propriedades dos objetos da classe dada, isto é, constitui o essencial" (DAVÍDOV, 1988, p. 101, tradução nossa). As conexões internas não são reveladas, o conjunto de características externas, que se repetem, é tomado como essência, a partir dos indícios comuns.

2.1.3 Processo de generalização: comparação e separação do indício comum

Na Teoria do Pensamento Empírico, a generalização "consiste em que a criança, por meio da comparação, separa do grupo de objetos algumas propriedades (qualidades) repetidas" (DAVÍDOV, 1988, p. 100, tradução nossa). Isso implica na "redução do conteúdo do conceito aos dados sensoriais, à descrição do processo de formação do conceito só como mudança da forma em que se expressam os traços comuns do objeto" (DAVÍDOV, 1988, p. 105, tradução nossa).

Nessa perspectiva, o processo de formação do conceito surge por meio do "descobrimento e separação de qualquer indício comum entre os mais diversos objetos" (KOPNIN, 1978, p. 155). Conforme os indícios comuns e substanciais, "os objetos singulares

[16] "Hegel tem em conta aqui não qualquer abstração, mas a que interessava à lógica formal tradicional" (DAVÍDOV, 1988, p. 111-112, tradução nossa).

podem associar-se em determinado conjunto ou classe" (DAVÝDOV, 1982, p. 46, tradução nossa). Para tanto, fazem-se necessárias várias situações aparentemente semelhantes: "[...] levaria mais casos parecidos com este, para mostrar como é feito o processo de adição/subtração" (A_{22},C_2). Os objetos envolvidos no problema podem variar, pois são indícios insubstanciais. Variam também as ações que caracterizam a operação a ser realizada (tirar, apagar...), e conservam-se os números envolvidos no problema inicialmente. É no movimento de uma singularidade para outras singularidades que surge o geral empiricamente dado:

> Existem diversas formas de explicar esse problema [...] Uma forma de explicar seria utilizando objetos, desta forma eu mostraria 5 objetos depois **tiraria** 2 indicando que sobraram 3. Outra opção seria pedir que as crianças utilizassem seus próprios dedos da mão levantando os cinco dedinhos e depois **escondiam** 2 e veriam que sobrariam 3. Outro recurso seria pedir que uma criança fizesse 5 desenhos no quadro e outra criança **apagasse** 2, sobrando 3, ou poderia escrever a sequência no quadro 5 – 4 – 3 – 2 – 1 e apagar os números 5 e 4 e perguntando quantos sobraram. Em todas estas opções eu representaria no quadro o problema que estava sendo resolvido, ou seja, (5 – 2 = 3) ($A_{20}C_3$, grifos nossos).

Os variados problemas propostos por $A_{20}C_3$ abarcam indícios comuns e diferentes. Os comuns resultam das ações de tirar, esconder e apagar. E os diferentes consistem nos objetos e desenhos envolvidos. Orientações como estas proporcionaram ações como esconder, apagar, tirar, misturar, unir, juntar, riscar, acrescentar, aumentar, cortar, descontar, gastar, perder, etc., que são geradoras de generalização. Mas, com base na aparência externa, a conexão interna dessas diversas ações não é revelada.

A partir de tais ações são extraídos os indícios comuns que possibilitam a classificação dos problemas, como de adição, subtração, multiplicação, entre outros. Por exemplo, subjacentemente às ações de esconder, apagar, tirar, cortar, descontar, gastar, perder, etc., está o indício comum gerador da classe dos problemas de subtração. São ações diretamente perceptíveis.

As demais ações (unir, juntar, acrescentar e aumentar) formam outro conjunto, a classe dos problemas de adição. Desse modo, para a determinação da operação, quando realizamos a ação de tirar uma quantidade de farinha de outra, significa que se refere a um problema de subtração. O indício comum (a propriedade substancial) da classe na qual o problema singular, apresentado às acadêmicas está incluído, consiste na ação de tirar. Esta, no ensino tradicional, posteriormente, é designada com uma palavra. Assim, "o geral, neste caso, é o resultado da comparação de objetos singulares, de sua generalização em um conceito sobre uma ou outra classe de objetos. Aparece como resultado da ascensão do sensorial-concreto ao mental-abstrato, expresso na palavra” (DAVÍDOV, 1988, p. 111, tradução nossa). Neste processo, os termos, empírico e teórico, possuem a seguinte interpretação: “O primeiro é o sensorial-concreto e o segundo, o abstrato-geral, verbal” (DAVÍDOV, 1988, p. 111, tradução nossa). Portanto, “quanto mais alto é o nível de generalização, quer dizer, quanto maior o conjunto de diferentes objetos que entram na classe dada, mais abstrato e ‘teórico’ será o pensamento” (DAVÍDOV, 1988, p. 111, tradução nossa, grifo do autor).

Ou seja, quanto mais problemas singulares (sensorial-concreto/empírico) adentram em determinada classe, maior é o nível de generalização e, por conseguinte, mais abstrato e “teórico” será o pensamento, pois o nível de generalização, expresso na palavra, é tomado como ascensão do empírico ao “teórico”, “do sensorial-concreto ao mental-abstrato”. Porém, esse “teórico” está relacionado ao conteúdo do pensamento empírico (DAVÝDOV, 1982).

2.1.4 Processo de abstração: designação do indício comum pela palavra

Na lógica formal tradicional, o destaque dos indícios essenciais e designação destes com palavras “conduz a uma forma singular do pensamento: ao *conceito*” (DAVÝDOV, 1982, p. 48, tradução nossa, grifo do autor). Neste “se refletem as características comuns e essenciais dos objetos e fenômenos da realidade [...]. Todo conceito se forma, em nós, só em união com a palavra que lhe corresponde” (STROGOVICH, 1949 apud DAVÝDOV, 1982, p. 48, tradução nossa). Assim, a palavra pode conter na “forma abreviada um grupo de objetos sensorialmente-perceptíveis” (DAVÝDOV, 1982, p. 296, tradução nossa). Os elementos que constituem o conceito, na lógica formal, são:

> primeiro, a existência de características essenciais que permitem distinguir univocamente uma classe de objetos das demais; segundo, a expressão verbal do significado; e terceiro, este significado não está forçosamente relacionado com a presença de imagens diretas, e pode ter um caráter abstrato, inconcreto. O trânsito da percepção para o conceito através da representação equivale ao trânsito do sensorial concreto e singular para o mental, abstrato e geral (DAVÝDOV, 1982, p. 56, tradução nossa).

A “separação mental de uns atributos dos objetos e fenômenos, de abstraí-los com relação a quaisquer outros, chama-se *processo abstrativo* e seu resultado, abstração” (KONDAKOV, 1954 apud DAVÝDOV, 1982, p. 47, tradução nossa, grifos do autor). A abstração tomada como

> separação do indício comum, semelhante, sensorialmente perceptível do objeto é característica do enfoque empírico do pensamento, no qual a abstração é considerada forma original da experiência sensorial como a própria percepção ou noção, apenas com um número menor de indícios (KOPNIN, 1978, p. 160).

O indício comum, sensorialmente perceptível, a ser separado, no modo de organização do ensino proposto pelas acadêmicas, reduz-se à ação de tirar. O cálculo reflete a experiência sensorial com os objetos. Há uma correspondência direta entre a ação de tirar e o procedimento de cálculo:

> [...] Vou montar, se sua mãe tinha  cinco xícaras de farinha, ela tirou  duas, quando a mamãe "tira", a conta se torna menos, então vamos montar 5 – 2 = 3 ($A_{10}C_2$).
>
> [...] Explicaria que, quando tiramos algo, estamos diminuindo, ou seja, usamos o sinal de -, aí então colocaria a conta no quadro e, usando os objetos, realizaria. Mostraria os 5 objetos dentro do pote e logo tiraria 2, depois pediria para que ajudassem a contar quantos restaram no pote (A_7C_3).
>
> Mostraria em forma de desenho as cinco xícaras a eles, e iria perguntar qual forma que poderíamos usar para resolver este problema, adição, subtração, multiplicação ou divisão. A partir das respostas deles iria explicar que, como foi tirado, devemos usar a subtração para chegar no [sic] resultado ($A_{19}C_3$).

As respostas manifestam um vínculo direto entre a ação de retirar e a palavras "menos", "diminuir" ou "subtração". As palavras "menos" e "diminuir", no senso comum, são tomadas como sinônimos do conceito de subtração. Neste caso, o movimento da operação de subtração está diretamente dado aos órgãos sensoriais (visão) por meio da ação de retirar. A pergunta que fica: é necessário ir à escola para que as crianças vivenciem experiências como essa?

Na análise comparativa da diversidade de problemas, separam-se os indícios comuns sobre subtração (ou outra classe) e, posteriormente, designa-se com a palavra. Esta reflete a essência empírica. A síntese é, ao constar no texto a palavra-chave "tirar", trata-se de um problema de subtração. Assim, é "resultado de uma síntese de percepções e representações de fenômenos e objetos homogêneos" (DAVÝDOV, 1982, p. 25, tradução nossa).

> No processo de ensino, a palavra do professor organiza a observação dos alunos, indicando com exatidão o objeto da observação, orienta a análise para diferenciar os aspectos essenciais dos fenômenos daqueles que não o são e, finalmente, a palavra-termo sendo associada aos traços distinguidos, comuns para toda uma série de fenômenos, converte-se em seu conceito generalizador (DAVÍDOV, 1988, p. 102-103, tradução nossa).

Os indícios ou traços comuns "sendo o resultado da comparação e de sua fixação na palavra, sempre é [são] algo abstrato, imaginável" (DAVÍDOV, 1988, p. 102, tradução nossa), porém diretamente ligado a uma imagem ou ação direta. O movimento da percepção à resolução do problema equivale à passagem do perceptível direto ao abstrato, do experimento objetal à determinação da operação por meio da palavra-chave. Há, pois, um elemento mediador, mas este não traduz a essência do objeto.

Portanto, cabe a pergunta: "Que função cumpre a generalização conceitual que surge nesta passagem?" (DAVÍDOV, 1988, p. 102, tradução nossa). A lei essencial, denominada por regra em Davídov (1988), é a imagem ideal que permite a sua repetição em outras situações comuns. Essa é a função da generalização. "Por isso é necessário saber 'ver' este comum em cada caso concreto e único" (DAVÍDOV, 1988, p. 102, tradução nossa, grifo do autor). Para desenvolver essa capacidade de saber "ver", utilizamos os mais diversos objetos e experiências para a determinação de algo comum. Mas,

> a experiência pedagógica nos ensina que o ensino direto de conceitos sempre se mostra impossível e pedagogicamente estéril. O professor que envereda por esse caminho costuma não conseguir senão uma assimilação vazia de palavras, um verbalismo puro e simples que estimula e imita a existência dos respectivos conceitos na criança, mas na prática, esconde o vazio. Em tais casos, a criança não assimila o conceito, mas a palavra capta mais de memória que de pensamento e sente-se impotente diante de qualquer tentativa de emprego consciente do conhecimento assimilado (VIGOTSKI, 2001, p. 247).

A classe é vista como "noção geral, algo morto, abstrato" (KOPNIN, 1978, p. 155). Assim como é um equívoco colocar a baleia na classe dos peixes, também é classificar os problemas nos quais em seu enunciado aparece a palavra "tirar" na classe dos problemas sobre subtração, visto que nem sempre a orientação por palavras-chave determina a correta operação do problema. Por exemplo: João tem 13 anos. Joaquim é 6 anos mais novo. Qual é a idade de Joaquim? Se a determinação da operação for guiada pela palavra "mais", ocasionará a incorreta operação que soluciona este problema. A abstração (a palavra-chave) que orienta a determinação da operação, nesta teoria, não reflete a relação essencial que possibilita a identificação correta da operação. Além disso, o cálculo se confunde com o procedimento objetal externamente dado.

2.1.5 O cálculo por meio do procedimento objetal

A maioria dos professores que ensinam Matemática nos Anos Iniciais defende a utilização de riscos para representar os objetos no procedimento de cálculo (ROSA, 2012; GALDINO, 2016). É um comportamento fossilizado no senso comum educacional, pois

> [...] são as formas psicológicas petrificadas, fossilizadas, originadas em tempos remotíssimos, nas etapas mais primitivas do desenvolvimento cultural do homem, que se conservaram de maneira surpreendente, como vestígios históricos em estado pétreo e ao mesmo tempo vivo na conduta do homem contemporâneo (VIGOTSKI, 1995, p. 89, tradução nossa).

A utilização dos riscos, no procedimento de cálculo, foi desenvolvida pela humanidade por volta de aproximadamente 35.000 anos a. C. (GALDINO, 2016) e persiste atualmente no modo de organização de ensino:

> Faria de risquinhos, iria conversar com a criança para pegar um papel e lápis para escrever cinco risquinhos no horizontal em forma das xícaras. Depois pedirei [sic] para a mesma riscar na vertical dois riscos, então pedirei [sic] novamente para ela dizer quantos riscos ficaram. Significa a forma de xícaras de farinha que ficaram no pote (A_3C_2).

Tal cálculo que reflete, diretamente, o procedimento com a farinha foi extraído da aparência do problema singular. As quantidades também são representadas por objetos, tal como faziam os primitivos com as pedrinhas para representar as ovelhas que havia em seu rebanho (MOURA; SFORNI; ARAÚJO, 2011):

> Primeiro colocaria o problema no quadro, depois escreveria os valores 5 – 2 = 3. [...] levaria tampinhas de garrafa pet, fazendo com que os alunos manuseassem o material para entender por que que 5 – 2 = 3, como se faz para subtrair e assim provavelmente os alunos saberiam resolver o problema (A_5C_2).

Tanto os riscos quanto as tampinhas representam uma determinada quantidade no contexto das grandezas discretas, enquanto a grandeza considerada no problema é contínua: o volume. Mas a aparência externa da ação de retirar xícaras obscurece a grandeza envolvida. Além disso, o procedimento de cálculo inerente ao conceito de subtração não é contemplado, pois o resultado é obtido por meio da contagem do que sobrou e não por meio da operação da subtração.

2.1.6 Resultado: obtido a partir da contagem de grandeza discreta

Conforme dito no decorrer deste trabalho, a grandeza contínua é concebida apenas em seu teor discreto. As cinco xícaras de farinha não são concebidas no pote, no todo, mas separadamente: uma xícara ao lado da outra, um risco ao lado do outro, um objeto ao lado do outro... Ignora-se, pois, o caráter contínuo da grandeza envolvida. Não se considera a xícara como unidade de medida do volume de farinha. A relação de multiplicidade e divisibilidade implícita na afirmação de que havia cinco xícaras de farinha no pote não é captada.

> [....] Vamos contar quantas xícaras cheias de farinha sobraram. E chegamos à conclusão que ainda restou [sic] no pote 3 xícaras de farinha (A_7C_1).
>
> [...] Com outras 3 xícaras iríamos conferir o total do conteúdo, no qual seria o resultado do problema. Em seguida montaria de forma numérica (5 – 2 = 3), que vimos na prática pode ser visto na forma numérica (A_3C_3).

O resultado é extraído do experimento objetal utilizado no procedimento de análise do problema que, consequentemente, acarretou na determinação do resultado do algoritmo cinco menos dois (5 – 2) a partir da grandeza discreta apenas. O número três (3) é resultado da verificação dos objetos que sobram na ação de retirar, apagar, esconder, etc. Nesse sentido, cada número é colocado em correspondência direta à quantidade de objetos soltos.

2.1.7 Síntese

Enfim, nas proposições apresentadas pelas acadêmicas no primeiro dia de aula a essência é estática. Sendo assim, não possibilita a revelação do movimento interno da operação de subtração e, portanto, não é passível de transformação, na qual seria possível revelar a interconexão com a adição. Por consequência, para o ensino de resolução de problemas sobre adição será necessário todo esse movimento novamente, porém totalmente sem estar vinculado a ele, pois se trata de outra classe, diferente daquela peculiar aos problemas de subtração. Desse modo, não é possível revelar as conexões internas, visto que o ensino é fragmentado e linear, no movimento orientado do singular para o geral, tomado como aquilo que é igual, explícito nos diversos casos singulares.

Nesse modo de organização do ensino, o professor orienta a observação e a análise comparativa para a revelação dos indícios comuns, substanciais e separa-os dos insubstanciais, para, por fim, designá-los com a palavra (associada aos indícios comuns de determinada classe). Esta se converte na generalização empírica, na qual “os alunos gradualmente são levados às generalizações por meio da observação e do material concreto dado visualmente e captado sensorialmente” (DAVÍDOV, 1988, p. 103, tradução nossa). Sob as bases desses fundamentos empíricos, o modo de organização do ensino orienta-se pelos princípios da lógica formal, tradicional. Consequentemente, o pensamento realizado por via de abstrações e generalizações, sob esta lógica, forma conceitos empíricos.

> A coincidência observa-se aqui, em primeiro lugar, na interpretação do geral só como o igual ou semelhante no grupo de objetos; em segundo lugar, na interpretação do essencial só como traço distintivo da classe de objetos; em terceiro lugar, na descrição da transição da percepção à representação e logo ao conceito (DAVÍDOV, 1988, p. 103, tradução nossa).

Na Teoria do Pensamento Empírico, o **procedimento de análise** ocorre a partir das características externamente dadas nos problemas, unicamente no contexto do experimento objetal. As generalizações ocorrem por meio da identificação e separação dos indícios comuns, que se repetem na diversidade de problemas parecidos. Deste procedimento gerou o indício comum, orientador da **determinação da operação**. Das ações realizadas no experimento objetal, como retirar, designou-se a palavra-chave que subsidia o tipo de operação correspondente para resolução do problema (subtração). Por conseguinte, o **procedimento de cálculo**, realizado ainda no contexto do experimento, é predominantemente com base na grandeza discreta. O resultado da operacionalização aritmética decorre da contagem de um em um objeto.

Vale salientar que, subjacentemente às respostas apresentadas no primeiro dia de aula, há predomínio da Teoria do Pensamento Empírico, compatível ao que propõe a escola tradicional. Portanto, as múltiplas determinações geradoras das compreensões iniciais derivam dos fundamentos da lógica formal.

2.2 PERMANÊNCIA DA COMPREENSÃO INICIAL E INDÍCIOS DE APRENDIZAGEM

Nas aulas posteriores, os professores titulares das disciplinas, nas três instituições, deram início ao conteúdo previsto nos programas. No momento em que cada professor concluiu as reflexões sobre resolução de problemas é que propusemos, novamente, o instrumento de coleta de dados. Durante esse período não demos retorno das respostas apresentadas inicialmente, também não explicitamos que o mesmo procedimento de coleta de dados seria repetido em um segundo momento. Os professores concluíram as reflexões sobre resolução de problemas em períodos distintos.

O conteúdo e o método que nortearam as reflexões sobre resolução de problemas tiveram como base a proposição davydoviana de ensino (ROSA, 2012; MATOS, 2013).

Assistimos a todas as aulas das disciplinas relacionadas à Educação Matemática, ao longo do semestre, nas três instituições. Nesse período, registramos as ações de aula no diário de campo e gravações em áudio e vídeo. O acompanhamento do processo foi crucial para que pudéssemos compreender as respostas apresentadas no segundo momento. Como no primeiro momento, as respostas contemplam: o ponto de partida do ensino; o teor do experimento objetal; o processo de generalização e abstração; o procedimento de cálculo; e a determinação do resultado.

2.2.1 Ponto de partida: caráter geral

O caráter geral como ponto de partida na organização do ensino possibilita as condições de revelação dos elementos que constituem a relação essencial de resolução de problemas, base interna do objeto de ensino, a partir do experimento objetal. Isso porque "o conteúdo objetal do conceito põe-se em evidência unicamente no processo pelo qual se descobrem as condições de sua origem" (DAVÍDOV, 1988, p. 108, tradução nossa). Ele marca o início do procedimento de redução do concreto caótico à abstração essencial e constitui a primeira ação de ensino davydoviana.

Embora as acadêmicas não tenham elaborado uma situação em caráter geral, apresentaram indícios de que começariam a organização do ensino por este viés, conforme explicita $A_{15}C_3$: "[...] Como já aprendemos em outras aulas, já sabemos sobre os problemas em seu caráter geral, particular e singular, já sabemos o que é um segmento e a reta numérica. Vamos então resolver este problema". Nesse excerto, a acadêmica relata, aos seus possíveis estudantes, que em aulas anteriores o movimento geral-particular-singular fora desenvolvido. Nessa manifestação há indicativos de que a acadêmica $A_{15}C_3$ supostamente tomaria, como ponto de partida para o ensino de resolução de problemas, o caráter geral. Porém, há um equívoco sobre o caráter singular, ao manifestar que após o ensino, "em seu caráter geral-particular-singular", resolveria com os estudantes o problema, visto que se trata de um problema singular, portanto, faz parte do movimento geral-particular-singular, não vem depois.

Uma vez apropriado teoricamente, o objeto de ensino pode ser aplicado nas situações singulares emergentes do dia a dia. Como concreto pensado, os problemas singulares superam o utilitarismo de natureza empírica. O conteúdo e método teórico possibilitam o trânsito, da essência, nas diversas realidades singulares e não apenas em uma só. O movimento geral-particular-singular, orientado pela relação universal, possibilita a explicação do “para que serve isso professora?”, uma vez que, durante o experimento objetal, a essência é revelada, inclusive a partir da resposta para este questionamento.

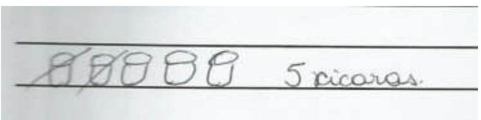
2.2.2 Experimento objetal: reflexo das relações internas

A utilização de objetos manipulativos, no processo de ensino, não é desconsiderada na Teoria do Pensamento Teórico. Segundo Davídov (1982, 1988), o experimento objetal é importante no processo cognitivo da criança, desde que possibilite condições necessárias para revelar os elementos que constituem a relação universal, ou seja, a relação essencial. Contudo, não é qualquer característica dos objetos que são consideradas, mas aquelas que constituirão a essência, como as grandezas, por exemplo:

> Para interpretar e resolver este problema, eu iria trazer para aula um pote de farinha e xícaras, e **ir comparando as grandezas** e mostrando quando **acrescentar e quando retirar** farinha, após dar noção aos alunos do **geral**, iria introduzir números, dando valor às xícaras (1, 2, 3, 4, 5, ...). Para que o aluno entenda o problema, que subtrai 5 – 2 (A_2C_1, grifos nossos).

É importante ressaltar que, no segundo momento, embora sejam contemplados alguns resquícios de elementos teóricos, ainda predomina o pensamento empírico. Assim como no primeiro momento, a grandeza contínua é tomada apenas como discreta, não se considera a unidade discreto-contínuo. A comparação entre grandezas, anunciada por A_2C_1, perde-se no momento em que a xícara deixa de ser considerada como unidade de medida e é adotada apenas como unidade de contagem discreta, assim como faz $A_{16}C_2$:

Ilustração 20 – Representação do experimento objetal empírico



Fonte: Resposta apresentada por $A_{16}C_2$, 2015.

Isso ocorre porque a concepção do conceito de número ainda é empírica (ROSA, 2012). A centralidade na xícara enquanto objeto desvia o foco inclusive da farinha e, consequentemente, da relação essencial, entre a grandeza volume e a unidade de medida xícara. Vimos que em vários excertos a xícara é considerada como objeto de contagem e não enquanto unidade de medida. Se a gênese teórica do conceito de número fosse apropriada, seria suficiente uma única xícara, utilizada como unidade de medida do volume de farinha.

Em seu modo de organizar o ensino, a acadêmica A_2C_1 manifesta a intenção de utilização dos objetos envolvidos no problema (pote de farinha e xícaras) e a operação de comparação entre grandezas no âmbito geral (comparando as grandezas e mostrando quando acrescentar e quando retirar). Trata-se de algumas das condições que possibilitam revelar a relação essencial para interpretação de problemas. Mas, vale reafirmar que, embora o ponto de partida seja geral, o singular (quantidade de xícaras) resulta do procedimento empírico.

Na Teoria do Pensamento Teórico, o experimento objetal também é considerado. No entanto, o que gera a classificação dos tipos de problemas não são as situações singulares expressas diretamente aos órgãos dos sentidos, na sua base sensível, por meio das ações com os objetos, e sim a relação interna, essencial. Segundo Leontiev (1978, p. 91),

> a imagem consciente, a representação, o conceito tem uma base sensível. Todavia, o reflexo consciente da realidade não se limita ao sentimento sensível que dele se tem. Já a simples percepção de um objeto não o reflete apenas como possuindo uma forma, cor, etc., mas também como tendo um significado objetivo e estável determinado, como, por exemplo, alimento, instrumento, etc. Por consequência, deve existir uma forma particular de reflexo consciente da realidade, qualitativamente diferente da forma sensível imediata do reflexo psíquico próprio dos animais.

Nesse sentido, o experimento objetal na Teoria do Pensamento Teórico supera por incorporação o experimento realizado na Teoria do Pensamento Empírico, ao refletir não apenas as características externas, como também possibilita a reflexão das relações internas, essenciais no processo de revelação da relação universal. Ou seja, o pensamento teórico é “o processo de idealização de um dos aspectos da atividade objetal-prática, a reprodução, nela, das formas universais das coisas, de seu meio e de suas leis” (DAVÍDOV, 1988, p. 125, tradução nossa). O processo de idealização incide no movimento constituído pelas seis ações de ensino davydoviana, do plano objetal ao abstrato, do plano externo ao mental. Para tanto, Davídov (1988) recorre a V. Bíbler ao apresentar tais condições:

> 1) o objeto de conhecimento é colocado mentalmente em condições nas quais sua essência pode ser revelada com especial determinação; 2) a coisa dada se converte em objeto das posteriores transformações mentais; 3) neste mesmo experimento se integra mentalmente o meio, o sistema de relações, em que dito objeto está localizado. [...] só neste sistema singular se encontra a sua revelação como o seu conteúdo (DAVÍDOV, 1988, p. 125-126, tradução nossa).

Estas condições do experimento mental “formam a base do pensamento teórico, que opera mediante conceitos científicos” (DAVÍDOV, 1988, p. 126, tradução nossa). A relação interna, revelada inicialmente no experimento objetal, é elevada ao plano mental. O experimento objetal caracteriza-se por não ser um fim em si mesmo, mas revelador de dados que constituem a essência do conceito teórico. A partir da revelação da essência é possível modificar as suas múltiplas propriedades e realizar as transformações em nível mental. A relação universal materializa-se em um modelo e este constitui elemento mediador nas transformações particulares e para determinação da operação correta do problema, no plano teórico.

O caminho percorrido até a revelação da essência é o do sensorial ao plano mental, assim como no empírico. A diferença se apresenta no conteúdo da essência, se resulta do comum extraído das características externas ou do comum extraído das relações internas. Ou seja, se consiste naquela relação interna comum para todos os problemas de adição e subtração, por exemplo. O modelo universal "passa da contemplação viva ao pensamento abstrato e deste à prática, o conduz à conquista do conhecimento verdadeiro" (DAVÍDOV, 1988, p. 22, tradução nossa). Para a conquista de tal conhecimento verdadeiro, no problema em análise, o foco é o volume de farinha, sua relação com a unidade de medida (xícara):

> Ensinaria na forma objetal. Iria utilizar um objeto de medida e um recipiente, colocaria a quantidade de 5 xícaras (5 unidades de medida) e entregava [sic] a curiosidade para saber quanto restou no recipiente após eu ter retirado 2 xícaras, mas não usaria números ainda (A_5C_1).

A_5C_1 explica que apresentaria o todo em um único recipiente, diferentemente do primeiro momento, onde havia necessidade de as cinco xícaras serem apresentadas separadamente uma da outra. A constituição do todo, por meio da ação de colocar cinco xícaras em um único recipiente é diferente da ação de levar cinco xícaras para representar esse mesmo todo. Assim, não se perde o caráter contínuo da grandeza e a possibilidade de refletir sobre as duas partes que constituem esse todo no contexto do problema (o que restou no pote e o quanto mamãe tirou). Além disso, é importante destacar que a preocupação de A_5C_1 era refletir sobre essa relação, em seu caráter mais geral, e não tanto com os números propriamente ditos. Os números resultariam da necessidade de expressar a resposta singular ao problema, tal como ocorre na proposição davydoviana.

De acordo com o princípio do caráter novo, na Teoria do Pensamento Teórico, ou ainda em consonância com a zona de desenvolvimento proximal, os estudantes têm que chegar à escola e aprender o novo, aquilo que não sabem, mas têm condições de aprender, para analisar, interpretar e transformar a realidade. Como atender a esses princípios teóricos a partir da organização proposta por A_5C_1?

Trata-se da aprendizagem que gera o desenvolvimento. Com base nesse princípio, "a escola deve ensinar a pensar, isto é, desenvolver ativamente os fundamentos do pensamento contemporâneo, para o qual é necessário organizar um ensino que impulsione o desenvolvimento" (DAVÍDOV, 1988, p. 03, tradução nossa). Por consequência, a organização do ensino determina o tipo de pensamento desenvolvido pelos estudantes, se empírico ou teórico.

Uma das finalidades dos professores das três instituições, na formação docente, é propiciar às acadêmicas a reflexão de que "a tarefa da escola contemporânea não consiste em dar às crianças uma ou outra soma de fatos conhecidos, mas sim em ensinar-lhes a orientar-se independentemente na informação científica e em qualquer outra" (DAVÍDOV, 1988, p. 03, tradução nossa). Nesse sentido, "é indispensável partir de fundamentos histórico-sociais mais amplos, que correspondam realmente ao processo integral de realização do desenvolvimento psíquico do homem e suas capacidades" (DAVÍDOV, 1988, p. 03-04, tradução nossa).

Dominar os conteúdos mais atuais que adentram a nossa sociedade contemporânea é o que se espera do homem moderno. A formação de conceitos teóricos

> abre aos estudantes o caminho para dominar os fundamentos da cultura teórica atual. [...] A essência do pensamento teórico consiste no que se trata de um procedimento especial com o que o homem enfoca a compreensão das coisas e os acontecimentos por via da análise das condições de sua *origem e desenvolvimento*. Quando os estudantes estudam as coisas e os acontecimentos desde o ponto de vista deste enfoque, começam a pensar teoricamente (DAVÍDOV, 1988, p. 06, tradução nossa, grifos do autor).

Os objetos envolvidos no experimento eram os mesmos considerados no primeiro momento: pote, farinha, xícara. Porém, o procedimento com estes, agora, é diferente. O foco é para a reflexão sobre a origem da relação todo-partes. A análise das condições de origem e desenvolvimento dos conceitos permite a revelação das conexões internas passíveis de serem abstraídas e generalizadas.

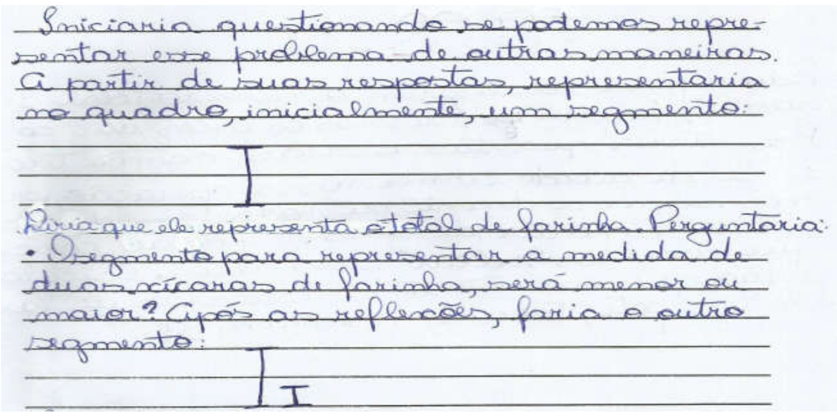
2.2.3 Processo de abstração e generalização

Durante a exposição da análise do primeiro momento consideramos a generalização e a abstração separadamente, tal como se apresentavam nas respostas das acadêmicas. Aqui, porém, esses dois processos ocorrem simultaneamente, um depende e contribui para o desenvolvimento do outro.

> A abstração e a generalização substanciais aparecem como dois aspectos de um processo único de ascensão do pensamento ao concreto. Graças à abstração, o homem separa a relação inicial de certo sistema integral e, na ascensão mental em direção a ela, conserva a sua especificidade. Simultaneamente esta relação inicial atua, no princípio somente como relação particular porém nesse processo de generalização, o homem pode descobrir, neste estabelecimento das conexões sujeitas à lei desta relação com os fenômenos singulares, seu caráter geral como base da unidade interna do sistema integral (DAVÍDOV, 1988, p. 151, tradução nossa).

Na especificidade da Matemática, a partir do experimento objetal, o processo de abstração é possível pelas mediatizações dos elementos algébricos e geométricos. São eles que possibilitam a expressão da relação essencial, em nível de abstração máxima, por meio do modelo universal. Trata-se do processo necessário de revelação teórica dos dados para posterior operação mental. Por isso, requer a reprodução integral do sistema de conexões internas que lhe deram origem, por meio da relação todo-partes, na especificidade de resolução de problemas. O pensamento teórico "é a área dos fenômenos objetivamente inter-relacionados, que conformam um sistema integral, sem o qual e fora do qual estes fenômenos só podem ser objetos de exame empírico" (DAVÍDOV, 1988, p. 129, tradução nossa). Assumindo o caráter geral, a acadêmica $A_{14}C_3$ contempla elementos geométricos na organização do ensino:

Ilustração 21 – Abstração inicial dos elementos que compõem a relação universal


Iniciaria questionando se podemos representar este problema de outras maneiras. A partir de suas respostas, representaria no quadro, inicialmente, um segmento:

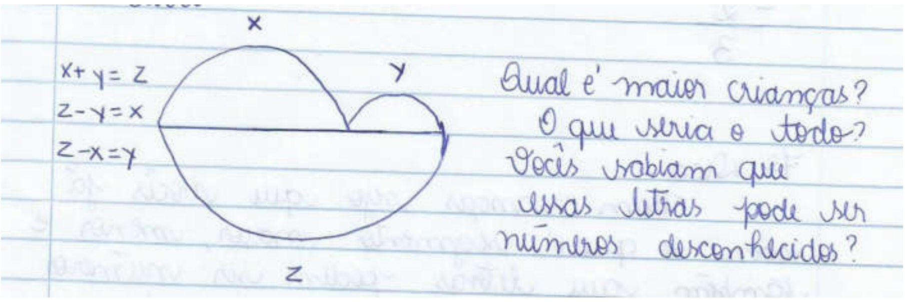
Diria que ele representa o total de farinha. Perguntaria:
• O segmento para representar a medida de duas xícaras de farinha, será menor ou maior? Após as reflexões, faria o outro segmento:

Fonte: Resposta apresentada por $A_{14}C_3$, 2015.

$A_{14}C_3$ apresenta a relação entre o volume total e uma das partes, por meio da representação geométrica. Os dois segmentos de reta representam a medida do volume. Marca assim, o início da abstração. Ou seja, o problema não foi transformado em geral, mas a resolução foi subsidiada por elementos na sua forma geral. Posteriormente, novos elementos são contemplados no processo de revelação dos dados que constituem a relação essencial: arcos e letras. O foco é para as inter-relações reveladoras do conteúdo teórico e a representação da lei a ser modelada. Embora o valor do todo seja desconhecido, o valor de uma das partes é explicitado por $A_{14}C_3$.

Diferentemente de como $A_{17}C_3$ expressa, o valor do todo e das partes é representado por uma letra. As letras marcam a introdução das significações algébricas. Os valores aritméticos das medidas são desconhecidos, por isso a representação é genérica. Nessa direção, de introdução dos elementos algébricos, a acadêmica $A_{17}C_3$ explicita o seguinte:

Ilustração 22 – Abstração máxima da relação universal



Fonte: Resposta apresentada por $A_{17}C_3$, 2015.

Nenhuma acadêmica evidenciou o movimento de unir as partes com a representação geométrica. Também, não introduziram os arcos antes da modelação. Para que se constituam em elementos mediadores, os símbolos algébricos e geométricos devem ser introduzidos durante o processo de modelação e não como produtos deste.

A $A_{17}C_3$ acelera o processo de abstração e generalização. Apresenta em um mesmo momento os arcos, as letras, a modelação da relação universal e a transformação desta em três modelos algébricos particulares. Nesse momento, o que a $A_{17}C_3$ realiza não é uma ação com o objeto, mas com o "modelo do objeto" (REPKIN, 2014, p. 98). Para o autor em referência, um modelo

> nos permite acompanhar as conexões em mudança entre esses aspectos do objeto em sua forma pura e, consequentemente, verificar nossas suposições sobre as propriedades internas, a estrutura interna e regularidades do objeto em sua forma pura. São essas ações com o modelo que no final nos permitem revelar a conexão interior que anteriormente não foi considerada. O modelo torna-se um portador da forma do objeto, uma cristalização do conhecimento que temos de sua estrutura interna. É uma espécie peculiar de abstração e não o próprio objeto. Mas essa abstração está relacionada com o objeto, ancorada no modelo e, portanto, permite-nos agir. Em outras palavras, ações com o modelo nos levam de fato à descoberta do princípio geral que está faltando em nossa experiência. Agora é necessário nos convencermos de que o que nós encontramos não é uma dependência circunstancial, mas realmente um princípio generalizado de ação. Alterando as propriedades que encontramos, podemos prever de acordo com elas a alteração da ação (REPKIN, 2014, p. 98).

A partir da base universal, constituída pela relação todo-partes expressa no esquema, foram deduzidos, por $A_{17}C_3$, três modelos particulares que subsidiam a interpretação das diversas situações singulares. Isso ocorreu porque:

> A abstração e a generalização de tipo substancial encontram sua expressão no conceito teórico que serve de procedimento para deduzir os fenômenos particulares e singulares de sua base universal. Graças a isso, o conteúdo do conceito teórico são os processos de desenvolvimento dos sistemas integrais (DAVÍDOV, 1988, p. 152, tradução nossa).

De acordo com Davídov (1988, p. 128, tradução nossa), "os diferentes sistemas de símbolos (materiais e gráficos) podem converter-se em meios para estabelecer padrões e, com isso, idealizar os objetos materiais em meios de transição destes ao plano mental". O estabelecimento de padrões constitui a modelação dos elementos da relação essencial, revelada inicialmente no experimento objetal. O modelo possibilita "idealizar os objetos materiais, em meios de transição destes ao plano mental" (DAVÍDOV, 1988, p. 128, tradução nossa).

Com base nos resultados obtidos durante mais de duas décadas de pesquisa com crianças, em sala de aula, Davýdov (1982, p. 433-434, tradução nossa) concluiu que o "simbolismo literal, as correspondentes fórmulas literais e a interconexão das mesmas, consolidativo das propriedades fundamentais das grandezas, são inteiramente acessíveis às crianças". Tais propriedades dão origem ao modelo universal, elemento mediador para interpretação e posterior determinação da operação.

2.2.4 Determinação da operação

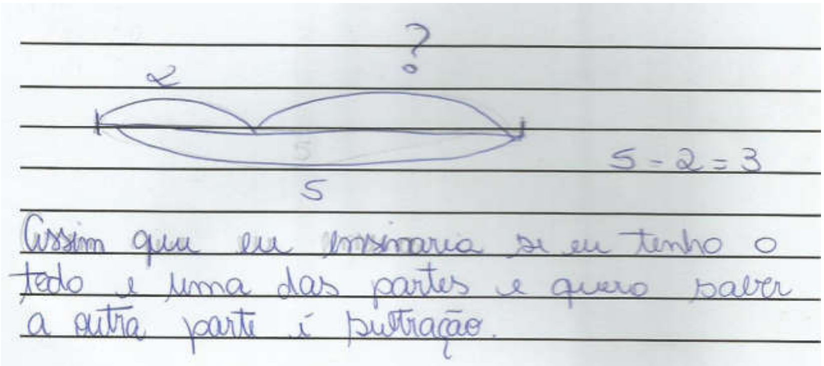
Na Teoria do Pensamento Empírico a ação de retirar, posteriormente designada pela palavra, consistiu em elemento mediador para a determinação da operação: a palavra "retirar" indicava que a operação era de subtração. A diversidade de problemas também é apresentada no modo de organização do ensino fundamentada na Teoria do Pensamento Teórico. Porém, é a relação interna, revelada durante o experimento objetal com as grandezas, e subsequentemente modelada, que possibilita a determinação da operação.

> As condições internas e externas do pensar estão relacionadas entre si. As externas são as iniciais, mas atuam por mediação das internas. A indissolúvel interconexão entre as condições externas e as internas da atividade mental constitui a base da teoria do pensamento. O pensamento é determinado pelo objeto, mas tal determinação não é direta, imediata, mecânica, mas sim que se realiza de maneira mediada através de um processo de análise, síntese, generalização e transformação dos dados sensoriais de partida nos que as propriedades essenciais do objeto não se apresentam em seu aspecto puro. Temos, pois, que a cognição vá fazendo um restabelecimento mental da realidade objetiva cada vez mais completo, mais

> profundo e multifacetado partindo dos dados sensoriais que surgem a consequência da ação que o objeto exerce sobre o homem (RUBINSTEIN, 1978, p. 71).

Vale reafirmar o que já mencionamos anteriormente. O empírico não é ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento teórico. Este o supera por incorporação ao considerar, desde o ponto de partida, o objeto não apenas em sua aparência sensível, mas em sua essência. Esta corresponde à relação todo-partes que, por sua vez, constitui o nexo interno. Logo, o movimento inverso entre as operações de adição e subtração constitui a relação interna essencial, expressa no modelo geométrico e as transformações algébricas particulares. Dessa forma, "esta comparação de conceitos opostos, mas relacionados entre si ajuda a compreender melhor as diferenças. Entre conceitos com ligações, têm que se estabelecer relações e devem-se organizar em determinado sistema" (KALMYKOVA, 1991, p. 13). Nesse sentido, é a partir do modelo da relação universal todo-partes, em cuja base estão os movimentos de adição e subtração, que a determinação da operação é realizada, conforme explicita as proposições da acadêmica $A_{11}C_2$:

Ilustração 23 – O modelo como elemento mediador para determinação da operação

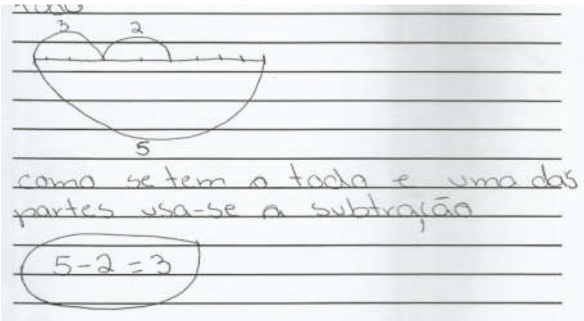


Fonte: Resposta apresentada por $A_{11}C_2$, 2015.

Embora o esquema de $A_{11}C_2$ não tenha sido reproduzido durante o processo de abstração e generalização, a acadêmica manifesta que este possibilita a interpretação e a determinação da operação do problema. Vale a ressalva de que esse modelo da relação universal possibilita determinar a operação não apenas de subtração, mas também de adição, independentemente das palavras-chave. A síntese é: se conhecemos o todo e uma parte, e desconhecemos a outra parte, a operação a ser realizada é subtração. Se conhecemos ambas as partes, para determinar o todo, a operação é adição.

Nem todas as acadêmicas apropriaram-se do esquema geométrico representativo da relação universal, algumas apresentaram erros na constituição da relação entre o todo e as partes:

Ilustração 24 – Erro na constituição do esquema

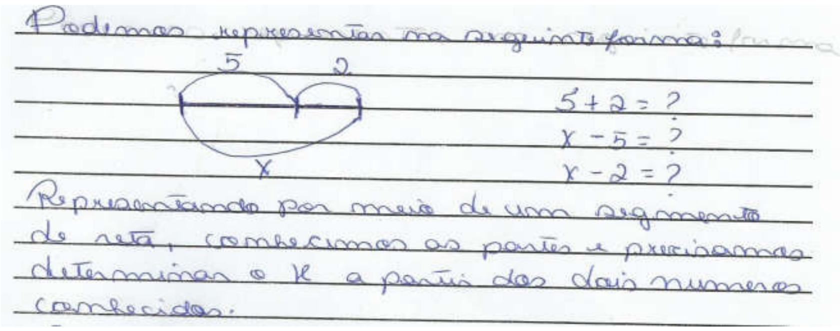


Fonte: Resposta apresentada por A_4C_2, 2015.

Para A_4C_2 as duas partes não constituem o todo. Nesse caso, a soma das partes (3 + 2) é menor que o todo (5), ao passo que deveria haver uma igualdade.

Também houve casos em que ocorreu apropriação da constituição do esquema, mas no momento da interpretação sobre quais dos elementos do problema representavam as partes e o todo, equivocaram-se:

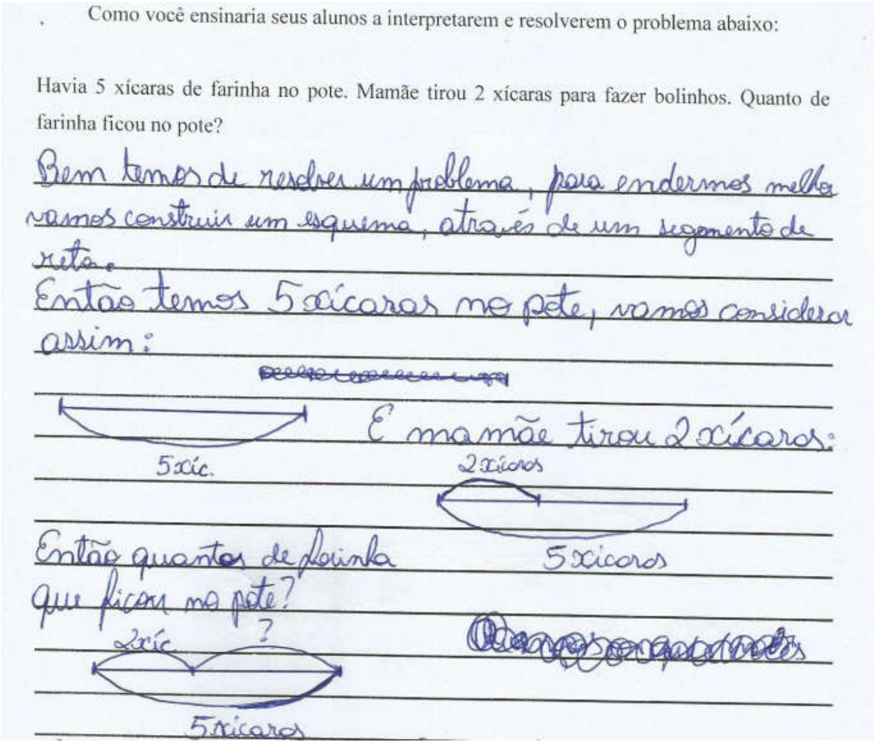
Ilustração 25 – Equívoco na identificação do todo e das partes



Fonte: Resposta apresentada por A_1C_3, 2015.

A_1C_3 considerou o todo (5) como uma parte. O que também resulta num equívoco de interpretação da relação todo-partes. Portanto, é importante considerar que o esquema, por si só, não é garantia de êxito na determinação da operação, se os dados do problema não forem adequadamente interpretados. A_2C_3 faz a indicação de construção do esquema para subsidiar a interpretação do problema:

Ilustração 26 – Construção do esquema


Como você ensinaria seus alunos a interpretarem e resolverem o problema abaixo:

Havia 5 xícaras de farinha no pote. Mamãe tirou 2 xícaras para fazer bolinhos. Quanto de farinha ficou no pote?

Bem temos de resolver um problema, para endermos melhor vamos construir um esquema, através de um segmento de reta.
Então temos 5 xícaras no pote, vamos considerar assim:

5 xíc.

E mamãe tirou 2 xícaras:

2 xícaras
5 xícaras

Então quantas de farinha que ficou no pote?

2 xíc. ?
5 xícaras

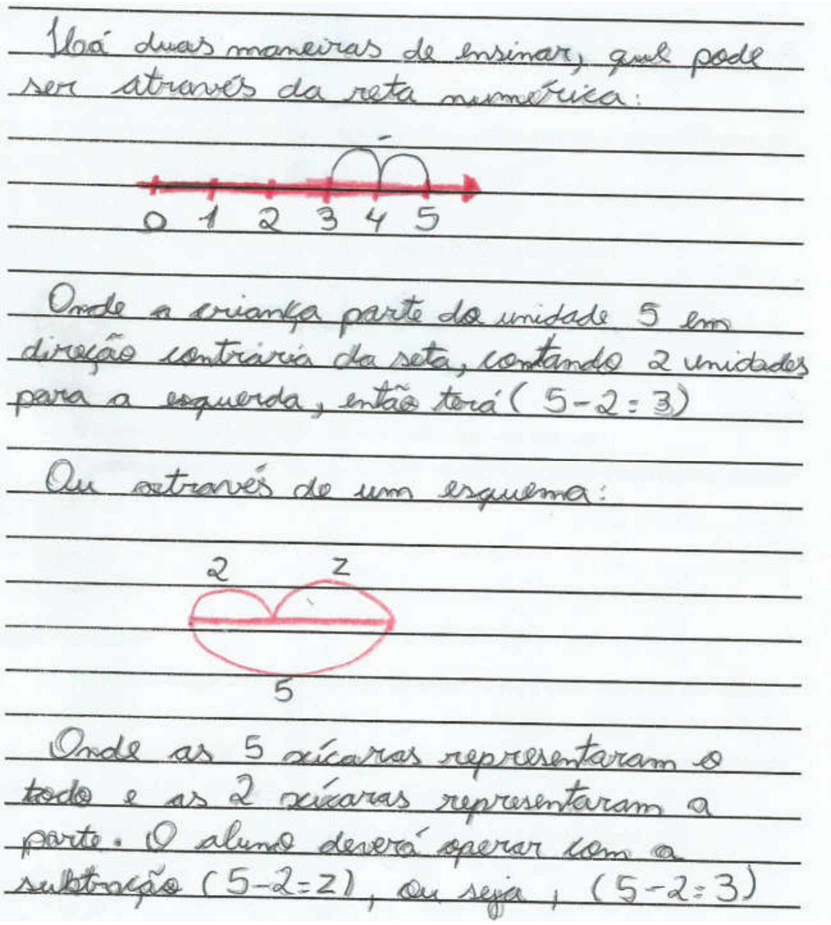
Fonte: Resposta apresentada por A_2C_3, 2015.

Poderíamos concluir que A_2C_3 manifesta que se apropriou do “modelo”. Porém, na simulação de como ajudar o aluno a resolver o problema, tornou-se mecânico. Trata-se muito mais de uma indicação dos passos a seguir do que um processo de elaboração conceitual. Enfim, assemelha-se ao procedimento tecnicista do tipo: para resolver um problema devemos: 1º, fazer um segmento; 2º, fazer o arco, etc. No entanto, entendemos que o pensamento teórico também exige uma sequência previamente organizada. E a proposição apresentada por A_2C_3 contempla alguns elementos teóricos.

Embora o problema seja uma situação singular, A_2C_3 toma como base a relação universal para interpretar o problema e, consequentemente, determinar a operação adequada. Faz uma interpretação teórica do problema, mediada por elementos geométricos e aritméticos, mas não contempla a representação algébrica do valor desconhecido por meio de uma letra.

Também houve quem considerou a reta numérica como elemento mediador para a interpretação do problema:

Ilustração 27 – Utilização da reta numérica para interpretação do problema



Fonte: Resposta apresentada por $A_{20}C_3$, 2015.

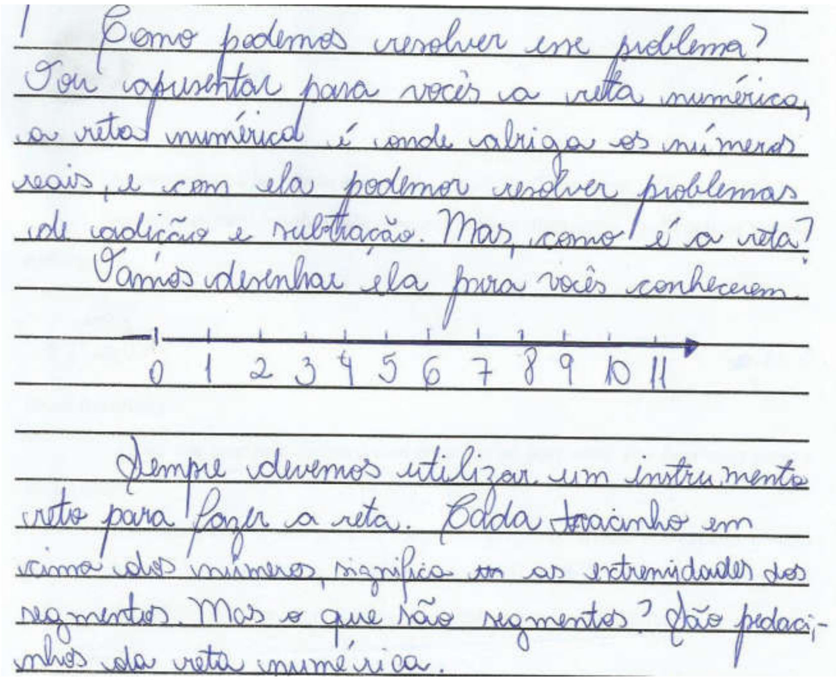
Para a acadêmica $A_{20}C_3$, tanto o esquema quanto a reta numérica são elementos mediadores no processo de interpretação e resolução do problema. Na verdade, o esquema subsidia a interpretação e determinação da operação e não a reta numérica, pois ele é válido para qualquer valor, por maior que ele seja. Trata-se de um esquema geral. Na reta numérica, por sua vez, é inviável representar valores maiores. Esta possibilita apenas a introdução do cálculo e, consequentemente, o resultado do problema.

2.2.5 Introdução do cálculo e determinação do resultado: na reta numérica

Na análise do primeiro momento, apresentamos separadamente o procedimento de realização do cálculo e a determinação do resultado. No segundo momento, a maioria das respostas considera esses dois elementos a partir da reta numérica, por isso optamos por apresentar em um único item.

Diferentemente da Teoria do Pensamento Empírico, em que o procedimento de cálculo deu-se predominantemente a partir da contagem discreta dos objetos durante sua manipulação, na Teoria do Pensamento Teórico, a operacionalização inicial é realizada no lugar geométrico do número, a reta numérica (ROSA, 2012). Se antes a ideia de contagem predominava em detrimento do movimento operacional de subtração, agora este é contemplado na reta numérica. Nesta há um lugar definido para representar o valor das infinitas medidas decorrentes da relação entre grandezas, sejam elas discretas ou contínuas. Em outras palavras, a reta numérica é o contexto matemático dos números reais, tal como explica A_6C_3:

Ilustração 28 – Introdução da reta numérica


1 Como podemos resolver esse problema?
Vou apresentar para vocês a reta numérica,
a reta numérica é onde abriga os números
reais, e com ela podemos resolver problemas
de adição e subtração. Mas, como é a reta?
Vamos desenhar ela para vocês conhecerem.

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

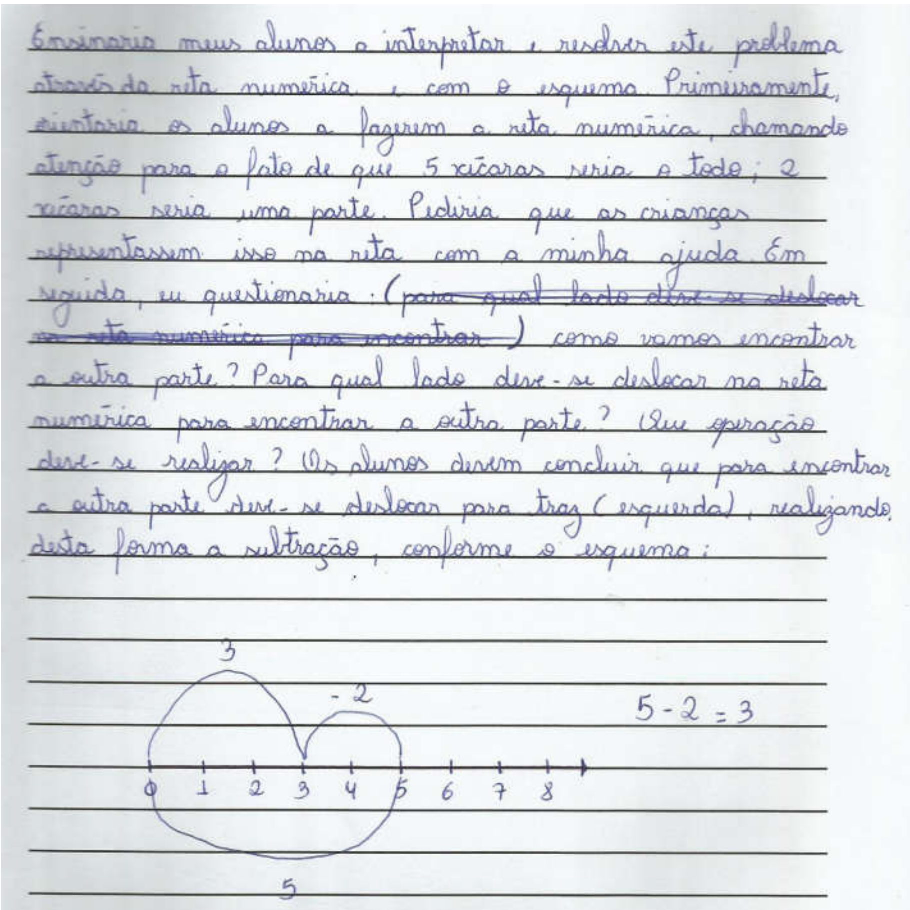
Sempre devemos utilizar um instrumento
reto para fazer a reta. Cada tracinho em
cima dos números, significa ~~tn~~ as extremidades dos
segmentos. Mas o que são segmentos? São pedaci-
nhos da reta numérica.

Fonte: Resposta apresentada por A_6C_3, 2015.

A_6C_3 manifesta preocupação em não apenas utilizar a reta numérica para o cálculo, mas, antes disso, de refletir sobre os elementos que constituem sua estrutura. Isso porque, a partir de tal compreensão, é possível realizar as operações básicas de adição, subtração, multiplicação e divisão[17]. Vejamos o caso da subtração explicitado por A_2C_2:

[17] É importante alertar que, na proposição davydoviana, o cálculo na reta numérica é apenas com os números menores. A operacionalização com os números maiores ocorre no algoritmo (SILVEIRA, 2015; CRESTANI, 2016; GALDINO, 2016).

Ilustração 29 – Operacionalização na reta numérica



Ensinaria meus alunos a interpretar e resolver este problema através da reta numérica e com o esquema. Primeiramente, orientaria os alunos a fazerem a reta numérica, chamando atenção para o fato de que 5 xícaras seria o todo; 2 xícaras seria uma parte. Pediria que as crianças representassem isso na reta com a minha ajuda. Em seguida, eu questionaria: (~~para qual lado deve-se deslocar na reta numérica para encontrar~~) como vamos encontrar a outra parte? Para qual lado deve-se deslocar na reta numérica para encontrar a outra parte? Que operação deve-se realizar? Os alunos devem concluir que para encontrar a outra parte deve-se deslocar para traz (esquerda), realizando desta forma a subtração, conforme o esquema:

Fonte: Resposta apresentada por A_2C_2, 2015.

A interpretação e resolução do problema são mediadas pelo esquema e pela reta numérica, respectivamente (A_2C_2). A explicitação, pela acadêmica, sobre a direção a ser tomada para determinar a parte desconhecida supera a ação de tirar como guia da operação de subtração e sustenta-se na compreensão teórica da operacionalização com o conceito de número positivo.

No esquema davydoviano, para a interpretação de problemas de adição e subtração, a análise é mediada pela objetivação da situação real, mas no plano teórico. Não é uma representação direta, empírica, dos dados do problema. Esta é mediada pelo esquema, que reflete as relações essenciais e suficientes para a interpretação do problema. É uma expressão abstrata das relações essenciais, mas que não são captadas de forma elementar e primariamente sensorial.

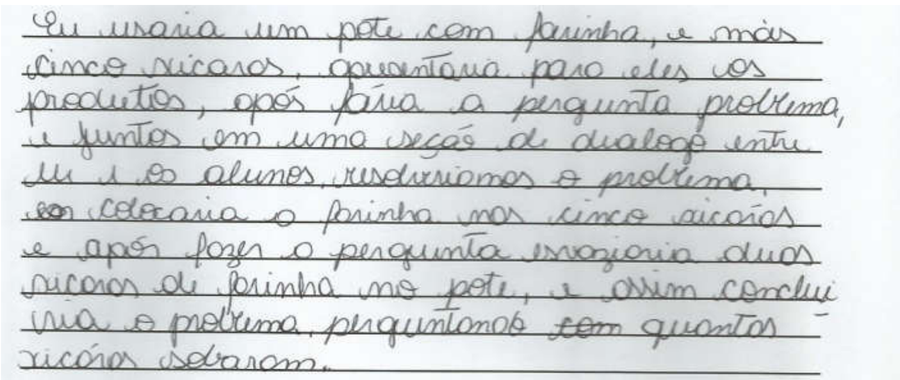
Em outras palavras, a essência não se apresenta em sua forma imediata, por meio da representação dos potes e das xícaras, mas mediatizada pelo modelo universal, “essa mediação é realizada pelo processo de análise, o qual trabalha com abstrações. Trata-se do método dialético de apropriação do concreto pelo pensamento científico através da mediação do abstrato" (DUARTE, 2000, p. 84). Tal abstração, na proposição davydoviana para o ensino de interpretação de problemas, consiste no modelo. Este, por sua vez, surge com base na análise da ação objetal com as grandezas. Gradativamente, a ação objetal é abstraída e o desenvolvimento da tarefa passa a ser mediatizado pelo modelo e culmina na operacionalização na reta numérica.

A pergunta "para qual lado deve-se deslocar na reta numérica?" (A_2C_2) permite a discussão que desencadeará a elaboração da conclusão do problema. A contagem um a um na reta numérica também é possível, mas a ideia é que isso não ocorra. As partes e o todo devem ser representados em sua totalidade. O ponto de chegada do arco consiste na resposta para o cálculo (5 – 2 = 3). A operação (5 – 2 = 3), aqui, já não reflete apenas a aparência (o pote de farinha, as duas xícaras de farinha que foram retiradas e o que sobrou), mas a essência, válida para qualquer situação na qual o todo mede cinco (5) unidades, a parte conhecida mede dois (2) e outra três (3). Independentemente da grandeza envolvida (quantidade discreta, comprimento, área...).

Tal nível de abstração e generalização faz-se necessário porque, conforme Rubinstein (1960, p. 211), "resolver um problema no plano teórico significa resolvê-lo não só para o caso concreto [singular] dado, mas também para todos os casos da mesma natureza". O modelo universal e da reta numérica são válidos para outros casos também. Isso porque revelar e expressar por meio de símbolos o "ser mediatizado das coisas, sua generalidade, é efetuar a passagem para a produção teórica da realidade" (DAVÝDOV, 1982, p. 303, tradução nossa).

Contudo, é relevante frisar que algumas acadêmicas continuaram com o procedimento empírico semelhante àquele apresentado no primeiro momento, como segue:

Ilustração 30 – Permanência do procedimento empírico


Eu usaria um pote com farinha, e mais cinco xicaras, apresentaria para eles os produtos, após faria a pergunta problema, e juntos em uma seção de dialogo entre eu e os alunos, resolveriamos o problema, eu colocaria a farinha nas cinco xicaras e após fazer a pergunta esvaziaria duas xicaras de farinha no pote, e assim concluiria o problema, perguntando ~~tem~~ quantas xicaras sobraram.

Fonte: Resposta apresentada por A_4C_1, 2015.

Com a inclusão da seção de diálogo, A_4C_1 pensa que está superando o ensino tradicional. No entanto, o conteúdo e o procedimento de resolução do problema permanecem empíricos. Não é suficiente mudar apenas a relação entre professor e estudantes. É necessário, também, repensar o conteúdo e o método subjacentes ao movimento de abstração e generalização desenvolvido, o que em apenas um semestre de formação não é possível.

2.2.6 Síntese

No segundo momento, subjacente à maioria (61%) das respostas das acadêmicas, **o procedimento de análise** contempla a universalidade, com base nas interconexões essenciais reveladas inicialmente no experimento objetal e, posteriormente, elevadas ao plano abstrato. Os nexos internos revelados são modelados no contexto das significações geométricas e algébricas. O modelo constitui a abstração essencial e é elemento mediador que possibilita interpretar e **determinar a operação** correspondente. Este permite a interpretação, no plano teórico, dos infinitos problemas singulares, no contexto aritmético. O **procedimento de cálculo** é realizado, inicialmente, na reta numérica. Nesta é possível operacionalizar não apenas com as medidas das grandezas discretas, mas também das medidas oriundas das grandezas contínuas.

2.3 CONCEPÇÕES DAS ACADÊMICAS SOBRE SUAS RESPOSTAS

Além de uma nova organização do ensino solicitada às acadêmicas (Instrumento I), após os estudos sobre resolução de problemas, também propusemos, para finalizar o processo de coleta de dados, o instrumento II:

Faça uma análise comparativa entre as respostas que você apresentou no primeiro dia de aula e as que você apresentou hoje. São semelhantes? São diferentes? Em que consistem as semelhanças e/ou diferenças?

Permeou a análise das respostas, apresentadas pelas acadêmicas (Instrumento II), a seguinte questão norteadora: quais indícios, na concepção das acadêmicas, são reveladores da aprendizagem sobre os elementos que constituem a relação essencial da pesquisa, a interconexão entre: procedimento de análise - determinação da operação - procedimento de cálculo?

A partir dos elementos teóricos e das tarefas desenvolvidas em sala de aula, nas três universidades (Capítulo 1), as acadêmicas responderam novamente ao instrumento I, como vimos na seção 2.2 deste capítulo e, também, responderam ao instrumento II, sobre suas análises comparativas entre as compreensões que apresentaram no primeiro dia de aula e as compreensões após os estudos. Aqui, fica evidente o que as acadêmicas consideram que avançaram em relação ao conhecimento inicial. Nesse caso, suas respostas explicitam, a partir da intervenção didática realizada pelos três professores, os conhecimentos apropriados. Portanto, há possibilidade de elas incluírem tais conhecimentos no modo de organização do ensino após a formação desse curso durante a efetiva docência. Assim como incluíram ao responderem novamente ao instrumento I.

Sobre experimento objetal, as acadêmicas concluem que inicialmente apresentaram de forma direta, independente, e com fim em si mesmo. Ou seja, o experimento objetal por si só representava o procedimento de análise, a determinação da operação e o procedimento de cálculo. “Tal constatação empírica não fornece por si mesma um conhecimento do ‘em que’ e do ‘por que’, exatamente nisso é que se transforma a coisa dada” (DAVÍDOV, 1988, p. 129, tradução nossa) e que só acontece nos conceitos teóricos. Após a intervenção didática realizada pelos professores, elas deram outro sentido ao experimento objetal.

Vimos, anteriormente, que o experimento objetal é ponto de partida tanto no ensino tradicional como no ensino desenvolvimental. A diferença é que no ensino tradicional o foco da análise é para a aparência externa apenas. No ensino desenvolvimental, sem desconsiderar a aparência externa, o foco da análise é para as relações internas. Na revelação das conexões internas de um conceito, as características externas são secundárias. Assim como revela $A_{14}C_3$:

> Na primeira resposta, pensei em levar farinha, xícaras e pote para a sala. Na segunda, não coloquei isso na proposta, mas as operações foram feitas comparando partes e todo, e realizando a operação na reta, usando conhecimento teórico ao invés de empírico. Acredito que as duas propostas podem se complementar em alguns aspectos, mas que a segunda proposta, em se tratando de desenvolver o pensamento teórico, foi bem superior.

$A_{14}C_3$ indica partir do pressuposto de que não é substancial levar os instrumentos, xícara e a farinha, pois a reprodução desta situação, em sala de aula, não seria algo novo para a criança. Por isso, a necessidade de levar o novo, as reflexões teóricas. Ou seja, a partir das reflexões que observamos ao longo do processo de ensino e aprendizagem, constatamos que

$A_{14}C_3$ incorpora o experimento objetal, por entender que a criança já tem desenvolvido a partir de situações do dia a dia, e o supera por meio dos elementos teóricos. A partir da necessidade de refletir teoricamente, as acadêmicas repensaram seu modo de organização do ensino, o que reflete substancialmente no procedimento de análise do problema, na determinação da operação e no procedimento de cálculo.

A escola "deve ensinar aos alunos a pensar, isto é, desenvolver ativamente os fundamentos do pensamento contemporâneo, para o qual é necessário organizar um ensino que impulsione o desenvolvimento" (DAVÍDOV, 1988, p. 3 tradução nossa). E "os pedagogos devem ter isto em conta" (DAVÍDOV, 1988, p. 6, tradução nossa). Nesse sentido, as acadêmicas relatam que no segundo momento tiveram a necessidade de incluir a ação investigativa no modo de organização do ensino, conforme apresenta A_5C_1:

> Percebi que [...no primeiro dia de aula...] iria mostrar o desenho com a resposta inclusa, de forma empírica. Já no segundo, instiguei a curiosidade do aluno. As duas respostas foram totalmente diferentes. O aluno iria chegar à resposta rapidamente, sem pensar [...]. Já a resposta que foi dada por último chega mais perto da proposta de Davýdov, que instiga a investigação e não respostas mecanizadas.

As acadêmicas apresentam indícios "da compreensão da atividade coletiva como um caminho para a atividade individual e o desenvolvimento do ensino a partir de situações de investigação, ou seja, subsidiadas por situações desencadeadoras, capazes de mobilizar os sujeitos para a apropriação de novos conceitos" (RIBEIRO, 2011, p. 128-129). Já que,

> o pensamento das crianças, embora tenha alguns traços em comum, não é idêntico ao pensamento dos cientistas, artistas, teóricos da moral e do direito. As crianças não criam conceitos, as imagens, os valores e as normas de moralidade social, mas apropriam-se deles no processo da atividade de estudo. Mas, nesse processo as crianças realizam ações mentais, semelhantes às ações pelas quais estes produtos da cultura espiritual foram historicamente elaborados (DAVÍDOV, 1988, p. 174, tradução nossa).

As ações mentais substanciais são condições e meio na produção do conhecimento teórico. Estas ocorrem no processo de ensino e aprendizagem tanto das acadêmicas como dos seus possíveis estudantes. Nesse sentido, identificamos reflexões sobre a importância das ações mentais no objeto de ensino pelas acadêmicas. Nestas, manifesta-se a tomada de consciência do processo de aprendizagem de seus estudantes. Além disso, "a proposição de situações em que os estudantes são colocados em atividade de pensar procedimentos ou métodos mais adequados, também evidencia indícios da compreensão de como é que se ensina e, por conseguinte, como é que o estudante aprende" (RIBEIRO, 2011, p. 143).

Uma das reflexões sobre as ações mentais na organização do ensino de interpretação e resolução de problemas incidiu na determinação da operação que no primeiro dia de aula estava condicionada à identificação da palavra-chave "tirar". Posteriormente, a relação essencial expressa no esquema ("modelação geométrica" - $A_{18}C_3$) foi apropriada e, logo, incorporada ao modo de organização do ensino:

> Não há semelhança entre o problema que resolvi na primeira vez, pois ao escrever dessa vez tinha subsídios de como trabalhar os problemas com as crianças, qual método os faria compreender, qual tipo de operação usar, sem precisar de uma palavra-chave ou ficar esperando desenhar os objetos para poder contar. Tem diferença, pois dessa vez percebi a importância e o quanto ajuda a criança quando se trabalha reta numérica, ou o modelo universal. Então nesse segundo momento utilizei essas bases que aprendi para auxiliar meus alunos. Utilizei reta numérica para ajudar a solucionar o problema e a modelação geométrica para mostrar como podemos saber a operação que vamos usar ($A_{18}C_3$).

Quando $A_{18}C_3$ afirma que "dessa vez tinha subsídios de como trabalhar os problemas com as crianças", está fazendo referência à sua filha, com quem desenvolveu alguns elementos apropriados durante a aprendizagem da docência. Inclusive, gravou um vídeo no qual a menina, com seis anos de idade, brincava de escolinha e explicava aos seus alunos imaginários a reta numérica. Tal brincadeira de faz de conta aconteceu após ver a mãe gravando alguns vídeos, nos quais simulava aulas de Matemática para atender a uma das tarefas da disciplina.

A mudança na qualidade na determinação da operação interferiu na compreensão do procedimento de cálculo. Nesse contexto, além do que dissemos até então, A_2C_2 explicita a mudança de compreensão sobre como proceder à operacionalização com os números do problema:

> Foi muito diferente a forma como ensinei meus alunos a resolver o problema. Pois no primeiro problema utilizei materiais concretos, como 'os 5 copos e retiraria 2', ou seja, os mesmos não iriam pensar, só iriam diminuir. Já na outra resposta obtive uma outra ideia de ensinar os mesmos, pois tive na sala de aula [curso de Pedagogia] um entendimento melhor de como ensinar meus alunos a pensar, a fazer perguntas. Com a utilização da reta numérica e como os movimentos para frente e para trás, acabariam resolvendo de forma mais fácil. Então primeiro ensinaria o que é uma reta numérica, do que ela é composta: álgebra, geometria, aritmética. Portanto, as respostas são totalmente diferentes, ou seja, acabam não tendo nenhuma semelhança por causa das experiências que obtive até agora em sala de aula (A_2C_2).

A manifestação de que ensinaria o que é uma reta numérica e que ela é composta por álgebra, geometria e aritmética indica uma correlação entre o que são as três significações matemáticas do conceito de número. Além da necessidade de introduzir a reta numérica no modo de organização do ensino, as acadêmicas evidenciam a necessidade da compreensão teórica do conceito para se operar com ele, conforme o excerto:

> Durante as aulas de Matemática percebi que isso não basta [experimento objetal], o aluno precisa compreender a relação de números e grandezas, precisa saber de onde vêm os números e que existem mais números entre um e dois. Diante disso, na segunda resposta introduzi a reta numérica para que os alunos entendam a relação entre o todo e as partes. E que para frente soma-se e para trás subtrai. E que se temos um todo e uma parte, precisamos encontrar a outra parte ($A_{15}C_2$).

A indicação de que "para frente soma-se e para trás subtrai" demonstra que $A_{15}C_2$ compreendeu o movimento operacional teórico dos conceitos de adição e subtração com números naturais. Os conceitos de adição e subtração, na proposição davydoviana,

> são introduzidos com base na relação todo-partes das grandezas, na interconexão entre as significações aritméticas, algébricas e geométricas. Além disso, a proposição davydoviana contempla o movimento entre as propriedades operacionais, o que nos leva pressupor a existência do teor teórico-científico (ROSA; DAMAZIO; ALVES, 2013, p. 74).

A aprendizagem de elementos teóricos, como a reta numérica, fica evidente na fala da acadêmica A_8C_2: "Quando resolvi o primeiro problema nem imaginava que poderia ser usada adição, subtração na reta, aliás, nem imaginava que isso existia." A reta numérica foi um dos elementos teóricos que mais chamaram a atenção das acadêmicas, pois algumas delas manifestaram desconhecê-la. Quando determinado professor questionou-as sobre qual é o lugar geométrico do número, o silêncio pairou.

Conforme observamos, durante o processo de ensino e aprendizagem, a reta numérica foi um elemento marcante nos três cursos. Isso porque este elemento teórico possibilitou uma melhor compreensão, por parte das acadêmicas, sobre o conceito de número e sua operacionalização. É importante ressaltar que a maioria das acadêmicas incluiu a reta no modo de organização do ensino apresentado após as reflexões realizadas nas disciplinas. O motivo dessas incorporações é explicado pelas acadêmicas, tal como representa o excerto de A_1C_2:

> No primeiro dia, a [sic] forma como eu ensinaria os alunos a resolverem o problema se destacou bastante o construtivismo (concreto) e o empirismo (desenhos). Hoje, eu ensinaria de acordo com as proposições de Davýdov com base na Teoria Histórico-Cultural, ou seja, utilizei todos os conhecimentos que adquiri no decorrer das aulas, pois percebi que desta forma os alunos aprendem com significado e compreensão. Portanto, as duas respostas são diferentes, não há nenhuma semelhança entre ambas, já que hoje utilizei a reta numérica, o esquema, os arcos, e a subtração na reta.

Além disso, em uma das instituições, o estágio de docência (nos três primeiros anos do Ensino Fundamental I) foi realizado no mesmo semestre da disciplina de Matemática e todas as acadêmicas desenvolveram a reta numérica com as crianças em seus estágios. É uma inclusão interessante. Porém, a proposição davydoviana não se resume à inserção da reta numérica no modo de organização do ensino. Há um movimento de generalização e abstração correspondente aos princípios da lógica dialética que, nos limites de tempo da disciplina no curso de Pedagogia e do estágio de docência, é impossível desenvolver. Mas, conforme Ribeiro (2011, p. 109),

> essas novas aquisições refletem a incorporação de elementos produzidos no contexto dos grupos, a partir das situações de ensino organizadas pelo professor. Nessa perspectiva, o sentido pessoal sobre o ensino, fundado em conhecimentos iniciais das estudantes, foi dando lugar a novas significações representativas de um processo de tomada de consciência dos sujeitos sobre o desenvolvimento da Matemática e de seu ensino e aprendizagem.

Davídov (1988, p. 3, tradução nossa) diz que “nem todos os pedagogos reconhecem a possibilidade de levar à prática um ensino tal que desenvolva as capacidades dos estudantes”. Atrevemo-nos a questionar: por que alguns pedagogos não reconhecem essa possibilidade? Ousamos responder que o conteúdo e o método empíricos, desenvolvidos ao longo da Educação Básica, não permitem que os pedagogos reconheçam a possibilidade de levar à prática um ensino que promova o desenvolvimento das capacidades teóricas dos estudantes. Por isso, a necessidade de se repensar a formação inicial. Embora seja pouco tempo, os resultados indicam que ao longo de um semestre letivo algumas aprendizagens ocorrem, pois as acadêmicas refletiram e transformaram alguns aspectos apresentados no modo de organização do ensino inicial.

As acadêmicas compreenderam que o desenvolvimento do pensamento teórico dependente, inclusive, do modo de organização do ensino. Em vários excertos apresentados nesta seção, a principal autorreflexão entre as compreensões iniciais e após a intervenção didática incidiu no tipo de conteúdo e método adotados. Segundo Ribeiro (2011, p. 122), “na perspectiva teórica da atividade, tomar o conteúdo como elemento principal da ação educativa pode ser um importante ponto de partida para explicitar um modo de organizar o ensino”.

> Com efeito, as crianças e jovens vão à escola para aprender cultura e internalizar os meios cognitivos de compreender e transformar o mundo. Para isso, é necessário pensar – estimular a capacidade de raciocínio e julgamento, melhorar a capacidade reflexiva e desenvolver as competências do pensar. A didática tem o compromisso com a busca da qualidade cognitiva das aprendizagens, esta, por sua vez, associada à aprendizagem do pensar. Cabe-lhe investigar como ajudar os alunos a se

> constituírem como sujeitos pensantes e críticos, capazes de pensar e lidar com conceitos, argumentar, resolver problemas, diante de dilemas e problemas da vida prática (LIBÂNEO, 2004, p. 5).

Além de refletirem substancialmente sobre o modo de organização do ensino, elas revelam sobre qual base responderam ao instrumento I no primeiro dia de aula: “A primeira resposta foi feita a partir do ensinamento que vivenciei. Foi como eu aprendi a resolução de problemas” (A_2C_3). Para Ribeiro (2011, p. 107), excertos como o desta acadêmica, sobre a própria análise do modo de organização do ensino inicial,

> Subentende[m] certa acomodação acerca de operar mudanças no modo de pensar o ensino. Evidencia[m] entender a aprendizagem sobre o ensino como uma imitação de quem foi o professor. Desse modo, o registro da estudante tende a uma naturalização de que se ensina tal como se aprendeu [...].

Por isso, as compreensões iniciais das acadêmicas foram consideradas, pelos três professores, como resultado do modo atual de organização do ensino brasileiro e a proposição davydoviana foi indicada como possibilidade de superação das limitações apresentadas.

Após a intervenção didática dos professores, A_2C_3 reflete sobre o modo de organização do ensino que apresentou inicialmente, e afirma: “A segunda resposta foi feita a partir do conhecimento adquirido nos estudos, assim refletindo a prática pedagógica matemática. Então as respostas são diferentes em relações [sic] aos argumentos e explicações”. Como esclarecem Freitas e Limonta (2012, p. 77):

> O ensino desenvolvimental, como proposto por Davydov, pode ajudar os professores a pensarem o planejamento e o desenvolvimento do ensino, quando se considera primordialmente que a aprendizagem dos diversos objetos da cultura é o que, ao mesmo tempo, constitui, impulsiona e desenvolve a atividade de pensamento.

Nessa direção as acadêmicas refletiram sobre suas compreensões iniciais e algumas possibilidades de superação, conforme apresenta $A_{20}C_3$:

> São completamente diferentes. A resposta da prova 1 apresenta um forte caráter tradicional, onde o problema só pode ser resolvido associado a objetos ou as próprias mãos das crianças. Quando realizei a prova 1 não conhecia uma reta numérica e as únicas possibilidades que vinham eram pelas quais eu aprendi. E hoje, analisando a minha resposta da prova 1, vejo quão pobre [sic] são as maneiras que aprendemos, nos prendemos a expressões que se forem mudadas na questão seguinte já se tornam impossíveis de resolver. Eu não conseguia pensar em uma possibilidade que não fosse ‘crianças levantem 5 dedinhos da mão porque agora eles representaram carrinhos’. Como escrevi antes, tenho muito a aprender, mas estou achando incrível como que [sic] em apenas 3 aulas de Matemática mudei tantos conceitos. A única semelhança que vejo entre as duas respostas foi a utilização da subtração para representar (5-2=3). Na prova 1 não pensei em utilizar letra para

> representar um valor desconhecido, na verdade não pensei nem que tinha o tal valor desconhecido. Só pensei que, se tenho 5 e tiro 2, fico com 3. Acredito ter melhorado bastante minha resposta e maneira de raciocinar para resolver um problema e espero desenvolver cada vez mais habilidades.

Atualmente, do modo de organização do ensino brasileiro resulta um procedimento de cálculo no qual os estudantes, em sua maioria, são incapazes de efetuar as operações básicas sem o auxílio dos dedos ou traços (GALDINO, 2016). Entendemos que os seres humanos precisam compreender que podem contar dedos e traços. A crítica incide na dependência destes para efetuar o cálculo, como se este fosse inacessível ao plano mental. A dependência dos dedos na contagem é, muitas vezes, inevitável. Muitas crianças já chegam à escola contando nos dedos, porém cabe à escola superar o nível inicial de desenvolvimento, uma vez que este obstaculiza a aprendizagem do conceito de número e sua correspondente operacionalização em nível teórico (ROSA, 2012). De acordo com Davídov (1988, p. 130, tradução nossa):

> Nas dependências empíricas, a coisa isolada aparece como uma realidade autônoma. Nas dependências descobertas pela teoria, a coisa aparece como meio de manifestação de outra dentro de certo todo. Tal trânsito de coisa a coisa, a superação da especificidade da coisa durante sua conversão em outra, isto é, sua conexão interna, aparece como objeto do pensamento teórico. Este sempre lida com coisas reais, dadas sensorialmente, mas alcança o processo de sua mútua passagem, de sua relação dentro de certo todo e na dependência dele. K. Marx escreveu que '[...] é obra da ciência reduzir os movimentos visíveis puramente aparentes aos movimentos reais e interiores [...]'.

Mas, o que gerou a mudança no modo de organização de ensino proposto pelas acadêmicas no primeiro dia de aula e após as reflexões realizadas pelos três professores? Acreditamos que seja o modo de organização de ensino desenvolvido, tal como mencionamos anteriormente.

Em síntese, no primeiro capítulo apresentamos como Davýdov propõe o modo de organização do ensino sobre resolução de problemas, a partir das pesquisas realizadas por Rosa (2012) e Matos (2013) e, consequentemente, como foi desenvolvido nos três cursos. No presente capítulo refletimos sobre como pensavam e pensam as acadêmicas sobre essa temática. Agora, cabe a nós responder qual é a nossa compreensão a respeito, conforme procederemos na sequência.

3 OBJETIVAÇÃO DOS FUNDAMENTOS DA TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL NO MODO DE ORGANIZAÇÃO PARA O ENSINO DE INTERPRETAÇÃO E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

> [...] a estruturação moderna das disciplinas escolares (inclusive, para os primeiros anos) deve propiciar a formação, nos estudantes, de um nível mais alto de consciência e de pensamento que aquele ao qual se orienta a organização até agora vigente no processo de estudo na escola. Propomos que o nível requerido é o da consciência e do pensamento teóricos modernos [...] (DAVÍDOV, 1988, p. 99, tradução nossa).

E nós, como ensinaríamos aos nossos alunos interpretarem e resolverem este problema: havia 5 xícaras de farinha no pote. Mamãe tirou 2 xícaras para fazer bolinhos. Quanto de farinha ficou no pote?

No presente capítulo elaboramos um modo de organização do ensino de Matemática, tal como solicitamos às acadêmicas. Trata-se da síntese das múltiplas aprendizagens efetuadas ao longo do processo investigativo iniciado no curso de especialização em Educação Matemática no ano de 2011.

Vislumbramos o desenvolvimento do pensamento teórico contemporâneo, a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. Perseguimos o seguinte questionamento: "O quê", "como" e sobre qual base constitui-se o desenvolvimento do pensamento teórico contemporâneo? "O saber contemporâneo pressupõe que o homem domine o processo de origem e desenvolvimento das coisas mediante o pensamento teórico, que estuda e descreve a lógica dialética" (DAVÍDOV, 1988, p. 6, tradução nossa). A lógica dialética "estuda os problemas do movimento do homem para o conhecimento verdadeiro" (DAVÍDOV, 1988, p. 22, tradução nossa).

Orientamo-nos por dois referenciais de mesma base teórica: de Moura (1996), no contexto da Atividade Orientadora de Ensino, e Davýdov (DAVÝDOV, 1982; DAVÍDOV, 1988), na tarefa de estudo desenvolvida por seis ações. Elaboramos e sistematizamos um modo de organização do ensino sobre interpretação e resolução de problemas de adição e subtração, tal como propusemos para as acadêmicas no instrumento I. Assim, realizamos um esforço para explicitar e objetivar os fundamentos da teoria Histórico-Cultural.

Moura (1996), com o objetivo de proporcionar o desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, criou o conceito de Atividade Orientadora de Ensino a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural e da Teoria da Atividade. Davýdov (1982), apoiado nos mesmos fundamentos teóricos, propôs um modo geral de organização do ensino e o adota, prioritariamente, no âmbito do processo de desenvolvimento dos conceitos matemáticos. Ao partirem da mesma base teórica, Moura e Davýdov sistematizam modos gerais semelhantes em sua essência. Portanto, nosso pressuposto é de que tais proposições complementam-se mutuamente. No presente capítulo, nossas reflexões centram-se nas relações entre ambas, e tomamos como referência uma situação desencadeadora de aprendizagem – como propõe Moura (1996) – referente à interpretação e resolução de problema sobre adição e subtração. A partir daí, elaboramos um conjunto de tarefas de estudo pertinentes a cada uma das seis ações, conforme orienta a organização de ensino davydoviana, fundamentadas no pressuposto de que "uma tarefa de estudo não é introduzida de fora (aprender daqui até lá), mas 'cresce a partir da' análise de uma situação" (REPKIN, 2014, p. 98, grifo do autor).

Na concepção de Davídov (1988, p. 174, tradução nossa), um conceito "[...] constitui simultaneamente o reflexo do ser e o procedimento da operação mental. Naturalmente, aos conhecimentos (conceitos) empíricos correspondem ações empíricas (ou formais) e aos conhecimentos (conceitos) teóricos correspondem ações teóricas (ou substanciais)". Desse modo, "o conceito é o resultado da abstração do singular e do particular, do descobrimento do universal no singular e da fixação deste último em nosso pensamento" (STERNIN, 1960, p. 272, tradução nossa).

Conforme mencionamos, optamos pelo conceito de subtração. A fim de contemplar sua totalidade, focamos no processo de interpretação e resolução de problemas. Assim, o presente capítulo é expressão do nosso pensamento sobre o conceito em referência. Neste, apresentamos o movimento de abstração e generalização, guiado pela relação universal, nas dimensões geral, particular e singular.

O presente capítulo traduz nosso anseio de elaborar um modo de organização do ensino com base na perspectiva de desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes, em conformidade com Moura (1996) e Davýdov (1982). Essa preocupação justifica-se, uma vez que é a Teoria Histórico-Cultural que fundamenta os documentos curriculares no estado de Santa Catarina, contexto geográfico de realização da presente pesquisa. Sendo assim, traz a expectativa de propiciar subsídios para a organização do ensino de modo teórico pelos professores que assumem os pressupostos da proposta do referido estado. E, dessa forma, superar o que apontam Sforni e Galuch (2006, p. 220):

> Na falta de estudos acadêmicos que se proponham a discutir encaminhamentos para o trabalho com os conteúdos na educação básica, duas formas de ensino continuam predominantes no contexto escolar. Uma, na qual os conhecimentos das várias áreas são ensinados conforme estão sistematizados e apresentados nos livros didáticos, reservando-se momentos 'extras' para atividades diferenciadas, de cunho cultural, movidas, geralmente, por aspectos lúdicos. Outra, que prioriza saberes supostamente úteis para a formação do pensamento crítico e, conseqüentemente, para o exercício da cidadania. Nesta, os conteúdos clássicos acabam sendo valorizados tão-somente mediante a possibilidade de servirem a tal formação. Essas duas formas de ensino, divergentes entre si, não resultam de pesquisas orientadas pela abordagem Histórico-Cultural. (grifo dos autores)

Atualmente, a educação escolar brasileira apresenta resultados insatisfatórios, como revelam, por exemplo, as avaliações realizadas pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (FERNANDES, 2016). Mesmo com sinalizações de alguns avanços, ainda permanece entre os piores resultados do mundo, referentes à Educação Matemática. Esse desempenho é consequência do tipo de pensamento desenvolvido nos estudantes brasileiros (ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012; HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016). Alguns pesquisadores (SFORNI, 2003; ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012; MATOS, 2013; HOBOLD, 2014) têm detectado, no conteúdo curricular referente ao ensino de Matemática, o predomínio de conceitos empíricos. De acordo com Davídov (1988), o conteúdo empírico, como base do ensino, gera, também, métodos empíricos de organização do ensino.

> Certos princípios didáticos, métodos de estruturação das disciplinas e procedimentos metodológicos particulares são fundamentados sobre a teoria empírica da generalização aceita pela psicologia pedagógica tradicional. **Surge a pergunta de como o emprego desta teoria se reflete nos resultados do ensino escolar e nas peculiaridades da atividade mental** das crianças que estudam segundo os programas geralmente aceitos (DAVYDOV, 1982, p. 124, tradução e grifo nossos).

Os princípios de ensino que promovem o desenvolvimento do pensamento empírico resultam de um método que adota como base princípios da lógica formal (DAVÍDOV, 1988). Assim, "a escola, [...] principalmente por inadequação de conteúdo e método, tem dificuldade em tornar o conhecimento significativo para aqueles que por ela passam" (SFORNI, 2003, p. 01-02).

Nas ementas de cursos de Pedagogia, é comum a preocupação "com o porquê ensinar, o que pode contribuir para evitar que os conteúdos se transformem em meros receituários. Entretanto, só de forma muito incipiente registram o quê e como ensinar" (GATTI; BARRETO, 2009, p. 121). Esses autores, ao analisarem projetos pedagógicos de 71 cursos de Pedagogia, constataram que:

> O grupo das didáticas específicas, metodologias e práticas de ensino (o 'como' ensinar) representa 20,7% do total, e as disciplinas voltadas aos conteúdos a serem ensinados nas séries iniciais do ensino fundamental constituem apenas 7,5% do conjunto. Por essas indicações torna-se evidente que **os conteúdos específicos das disciplinas a serem ministradas em sala de aula nas escolas não são objeto dos cursos de formação inicial docente** [...] (GATTI; BARRETO, 2009, p. 121, grifo nosso).

Além de possibilitar a reflexão sobre *o porquê*, *o quê* e *como*, nossa pretensão, no presente capítulo é, também, refletir sobre qual base e para que ensinar, a fim de analisarmos possibilidades de se repensar a organização do ensino com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes e do próprio professor. Isso porque

> **o pensamento teórico não surge e nem se desenvolve na vida cotidiana das pessoas, ele se desenvolve somente em tal instrução, cujos programas se baseiam na compreensão dialética do pensamento.** É exatamente este ensino que tem o caráter desenvolvimental (desenvolvente) (DAVÍDOV, 1999, p. 07, tradução nossa, grifos nossos).

Nessa perspectiva dialética, o pensamento teórico resulta de tipos específicos de abstração, generalização e formação de conceitos científicos, por meio do movimento de redução do concreto caótico à abstração, e posterior ascensão deste ao concreto em nível superior, pensado. O conteúdo correspondente aos conceitos científicos e na indissociabilidade com o método caracteriza-se como movimento dialético entre a conexão geral-particular-singular, conduzido pela lei universal. Esse movimento fundamenta o modo de organização do ensino, e gera aprendizagem e desenvolvimento do pensamento teórico. Mas, se partimos do pressuposto que a aprendizagem dos (as) acadêmicos (as) do curso de Pedagogia, fundamentada na Teoria Histórico-Cultural, possibilita que estes se apropriem e incluam alguns elementos teóricos conceituais no modo de organização do ensino, que elementos teóricos são estes? Como organizar o ensino a fim de promover a aprendizagem de conceitos científicos e o desenvolvimento do pensamento teórico no contexto de reflexões brasileiras sobre a Teoria Histórico-Cultural?

Para responder a esse questionamento, inicialmente estudamos os fundamentos filosóficos, psicológicos e epistemológicos da Teoria Histórico-Cultural. Posteriormente, sistematizamos a resposta que obtivemos por meio da elaboração de uma situação desencadeadora de aprendizagem: história virtual referente a um problema que envolve os conceitos de adição e subtração.

Durante a sistematização, vislumbramos a possibilidade de superação, no modo de organização do ensino, daquilo que Zankov (1984) constatou em sua época, na Rússia, e que se aproxima da nossa realidade atual (ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012; HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016):

> Na prática escolar de ensino predomina a realização de exercícios sobre a base de modelos previamente estabelecidos. Este procedimento de ensino dá resultados desde que o estudante assimile com rapidez o exercício, assim pode determinar o tipo a que pertence. Contudo, este procedimento dificulta o processo mental independente dos estudantes, que resultam impotentes quando se encontram com um problema não corrente (ZANKOV, 1984, p. 160).

Os modelos previamente estabelecidos são desenvolvidos somente em situações singulares e não possibilitam uma generalização de caráter universal. Uma organização nestas bases, em que o processo de generalização e abstração ocorre a partir de uma reunião de vários problemas singulares, expressa um processo de ensino fragmentado e linear. Nesse caso, primeiro apresenta-se um conceito e, na sequência, outro que, na maioria das vezes, não tem relação com o anterior, e, assim, sucessivamente. No que se refere à resolução de problemas, por exemplo, o foco é no resultado, em detrimento do seu processo de interpretação e operacionalização, o que conduz ao desenvolvimento do pensamento empírico (MATOS, 2013). Por outro lado, segundo Vigotski (2000) e Davídov (1982), a boa formação é aquela em que a aprendizagem se adianta ao desenvolvimento do pensamento dos estudantes, com teor teórico.

Ao organizar o ensino, a partir do método que prevê como ponto de partida o caráter geral do conceito no problema desencadeador, é possível revelar a relação essencial, pois "o geral, como forma e norma de atividade para os indivíduos, aparece no estudo como primário com respeito aos fenômenos particulares que a ele vem unido" (DAVÝDOV, 1982, p. 305, tradução nossa). Moura, no contexto da Atividade Orientadora de Ensino, propõe situações desencadeadoras de aprendizagem, que ocorrem por meio de diferentes recursos metodológicos: jogos infantis, história virtual do objeto de ensino e situações emergentes do cotidiano. Por sua vez, Davýdov propõe a organização do ensino por meio de tarefas de estudo, que requerem seis ações, as quais apresentaremos adiante.

As duas proposições desencadeiam um movimento de abstração e generalização, que parte do geral para o singular (problema desencadeador em que os valores aritméticos são dados) mediado pelas manifestações particulares elaboradas a partir da transformação do modelo universal. Já que "no conhecimento teórico consolida-se o **nexo** da relação geral efetiva com suas diversas manifestações, o nexo do geral com o particular" (DAVÝDOV, 1982, p. 361, tradução nossa, grifo do autor).

O processo de abstração e generalização ocorre com o auxílio de um sistema de símbolos constituído por significações aritméticas, algébricas e geométricas inter-relacionadas no movimento de redução do concreto ao abstrato, bem como de ascensão do abstrato ao concreto. O movimento de redução e ascensão e suas significações só são objetivados a partir de um ensino organizado com tal finalidade (DAVÝDOV, 1982).

O professor, ao organizar o ensino intencionalmente por meio de ações, orienta-se por objetivos de ensino-aprendizagem. Nesse sentido, a necessidade do conhecimento a ser desenvolvida pelos estudantes deve ser direcionada pelo professor.

> Assinalando a necessidade de incluir no processo de ensino dos estudantes de menor idade a solução autônoma de tarefas cognoscitivas, M. Skatkin fala, ao mesmo tempo, da possibilidade de utilizar eficazmente na escola a chamada exposição de caráter problemático dos conhecimentos. Sua essência consiste em que o professor não somente comunica às crianças as conclusões finais da ciência, como também que em certo grau reproduz o caminho de seu descobrimento ('embriologia da verdade'). Aqui o professor 'demonstra aos alunos o caminho do pensamento científico, obriga-os a seguir o movimento dialético do pensamento para a verdade, faz algo como co-partícipes da busca científica'. A exposição de caráter problemático está estreitamente ligada com o emprego no ensino do método investigativo (SKATKIN, 1971 apud DAVÍDOV, 1988, p. 169, tradução nossa).

Ensinar é a atividade principal do professor que, entre outras necessidades, há a organização do ensino, para desenvolver o pensamento teórico dos estudantes. A fim de contribuir para este tipo de desenvolvimento, Moura (2001, p. 155) propõe a Atividade Orientadora de Ensino, "que se estrutura de modo a permitir que os sujeitos interajam, mediados por um conteúdo negociando significados, com o objetivo de solucionar coletivamente uma situação-problema". Procuramos relacionar, nessa perspectiva, com a organização de ensino proposto por Davýdov e colaboradores. Nela, o conteúdo e o método para o ensino dos conceitos matemáticos, no contexto da tarefa de estudo, estão organizados metodologicamente por seis ações desenvolvidas durante a resolução de um sistema de tarefas singulares. As seis ações são:

> 1. Transformação dos dados da tarefa de estudo com a finalidade de revelar a relação universal do objeto;
> 2. Modelação da relação universal na forma objetal, gráfica e literal;
> 3. Transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades em forma pura;
> 4. Resolução de um sistema de tarefas singulares que podem ser resolvidas a partir das transformações do modelo;
> 5. Controle da realização das ações anteriores;
> 6. Avaliação da apropriação do procedimento universal como resultado da solução da tarefa de estudo dada (DAVÍDOV, 1988, p. 181, tradução nossa).

Em nossa pesquisa, essas ações foram contempladas no processo de desenvolvimento do problema desencadeador. As quatro primeiras possibilitam a reprodução do movimento de redução do concreto ao abstrato e ascensão do abstrato ao concreto. Esse movimento tem como fio condutor a relação universal do objeto de ensino. As duas últimas ações, avaliação e controle, são desenvolvidas durante as quatro primeiras, mais enfaticamente na passagem de uma ação para outra. No decorrer do texto apresentamos uma única tarefa apenas para exemplificar seu teor avaliativo e de controle do processo de ensino e aprendizagem.

3.1 SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM

As reflexões teóricas apresentadas nesta dissertação são alicerçadas nos estudos realizados nas disciplinas do Mestrado em Educação da UNISUL e no interior de dois grupos de pesquisa: o GPEMAHC e TEDMAT. Estes compõem o núcleo catarinense do GEPAPe. Nossa contribuição, no contexto das discussões realizadas no GEPAPe, emerge da articulação entre a Atividade Orientadora de Ensino sistematizada por Moura e a tarefa de estudo, constituída por seis ações, apresentada por Davýdov. Isto é, a partir de uma situação desencadeadora de aprendizagem sistematizamos um modo geral de resolução de um problema desencadeador de aprendizagem, com base na proposição davydoviana.

No texto introdutório, apresentamos o principal instrumento de coleta de dados que consistia em um problema singular: havia 5 xícaras de farinha no pote. Mamãe tirou 2 xícaras para fazer bolinhos. Quanto de farinha ficou no pote?

Este é um problema singular, visto que todos os valores são apresentados aritmeticamente. Ao iniciar a organização do ensino por um problema singular, corremos o risco de priorizar o desenvolvimento do pensamento empírico, tal como indicam os resultados da presente investigação. Isso porque a base da organização do ensino para a resolução do referido problema de subtração incide na observação, na reprodução da situação externamente dada, o que reflete apenas as propriedades empíricas do objeto de ensino e, assim, inicia-se e permanece na representação objetal, singularmente dada (DAVÝDOV, 1982). Nesse caso, a generalização ocorre por meio da resolução de vários problemas aparentemente semelhantes. Pois

> o divórcio entre o ensino dos conceitos e o exame das condições nas quais se originam, deriva-se legitimamente da teoria da generalização empírica, segundo a qual o conteúdo dos conceitos é idêntico ao que inicialmente se dá na percepção.

> Nela se examina somente a transformação da forma subjetiva deste conteúdo: a passagem de sua percepção imediata ao 'subentendido' nas descrições verbais. Nesta teoria está ausente o problema da origem do conteúdo dos conceitos. Em relação ao método de ensino das matemáticas elementares isto implica, por exemplo, que o professor proponha às crianças, para realizar diferentes operações, um conjunto de unidades já separadas, representadas em forma de 'figuras numéricas'. Como e de que premissas não numéricas surgiram, como se formou historicamente o conteúdo do conceito de número, tudo isto fica fora de exame. A criança começa a familiarizar-se imediatamente com os resultados do processo que teve lugar na história do conhecimento. Em troca, se o professor revela explicitamente as condições de origem do número, as próprias crianças podem descobrir um conteúdo objetal tal deste conceito que não coincidirá com as propriedades das 'figuras numéricas'. O conteúdo objetal do conceito põe-se em evidência unicamente no processo pelo qual se descobrem as condições de sua origem (DAVÍDOV, 1988, p. 113-114, tradução nossa, grifos do autor).

No sentido de revelar as condições de origem e desenvolvimento do ensino de interpretação e resolução de problemas que envolvem as operações de adição e subtração, fundamentamo-nos na perspectiva de Moura e Davýdov. Segundo eles, é possível organizar o ensino de interpretação e resolução de problemas cuja generalização ocorra a partir, também, das conexões internas, sem se limitar ao processo de repetição visual e fidedigna do enunciado como ponto de partida e chegada. O pressuposto é de que:

> [...] o homem deve tomar em consideração não somente as propriedades externas dos objetos, mas também as conexões internas que permitem mudar suas propriedades e fazer-los passar de um estado a outro. Não se podem colocar em manifesto estas relações enquanto não se realiza a transformação prática dos objetos ou sem ele, uma vez que somente neste processo ditas relações se revelam (DAVÍDOV, 1988, p. 116, tradução nossa).

Para tanto, nossa sugestão, ao nos fundamentarmos na Teoria Histórico-Cultural, propõe que a reflexão, sobre as propriedades externas e a revelação das conexões internas, ocorra a partir de uma situação desencadeadora de aprendizagem de caráter geral. Nesse sentido, transformamos o problema singular em um problema desencadeador, no contexto de uma história virtual, conforme apresentamos na ilustração 31:

Ilustração 31 – O geral no movimento geral-particular-singular

História virtual: **Toquinho e suas habilidades de confeiteiro**

Em um dia chuvoso, Toquinho, um ratinho muito brincalhão, decidiu brincar de confeiteiro. Pensou: - Farei um bolo de chocolate e, para saboreá-lo, convidarei meus amiguinhos. Iupi! Exclamou muito contente.

Em seguida, teve outra ideia:

- Posso fazer dois bolos! Um menor para meus amigos e outro para minha família. Assim, terei duas oportunidades para testar a receita e saber a opinião da bicharada sobre minhas habilidades de confeiteiro.

Após separar os ingredientes do bolo menor, que oferecerá aos amigos, Toquinho precisa separar os demais ingredientes para fazer o outro bolo. Ele quer utilizar todo o resto de farinha que sobrou no recipiente.

Mas, deparou-se com um problema:

- Oh, não! Meu pote com farinha estava cheio, mas depois que retirei um pouco para o primeiro bolo, não sei quanto sobrou. E agora?! Não posso deixar de fazer o bolo para minha família! Como saberei a medida do volume de farinha que restou no pote?

Problema desencadeador: como podemos ajudar Toquinho a determinar a medida do volume de farinha que restou no recipiente?

Fonte: Elaboração nossa (2016) com base na história virtual "O ratinho Toquinho e o bolo de chocolate" apresentada por Moya (2015).

Na sequência, apresentamos o conteúdo e o método que podem ser considerados no modo de organização do ensino a partir dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural. Nossa intenção, com a elaboração da situação desencadeadora de aprendizagem (Ilustração 31), é refletir sobre a possibilidade de revelar a relação universal para resolução de problemas sobre adição e subtração.

A sugestão é que o enredo da história virtual seja reproduzido com os estudantes, inclusive com a utilização dos recipientes e da farinha. Assim, a superação da necessidade vivenciada pelo personagem passa pela reflexão sobre a relação interna entre as partes e o todo de farinha, isto é, pela relação universal, uma vez que "a interiorização não consiste na simples transição da atividade objetal externa ao plano interior da consciência que existe anteriormente, e sim na formação deste próprio plano” (DAVÍDOV, 1988, p. 30, tradução nossa).

As hipóteses de solução e suas respectivas justificativas (tanto iniciais como no processo) são apresentadas pelos estudantes, no coletivo, a partir da reflexão sobre como proceder para resolver o problema, já que

> o tipo geneticamente inicial de apropriação é a participação do indivíduo na realização coletiva, socialmente significativa, de atividade, organizada de maneira objetal-externa. Graças ao processo de interiorização, o cumprimento desta atividade converte-se em individual e os meios de sua organização, em internos. Uma particularidade importante da atividade tanto externa como interna do homem é seu caráter objetal, porque o sujeito coletivo e individual da atividade, no processo de satisfação das necessidades, transforma a esfera objetal de sua vida (DAVÍDOV, 1988, p. 11, tradução nossa).

No decorrer da teatralização, outras questões podem surgir. A sugestão é para que as reflexões sejam orientadas pelo professor em direção à possibilidade de suprir a necessidade vivenciada pelo personagem, tal como expressa o problema desencadeador. Ressaltamos que, para a criança, não é suficiente apenas ouvir a história, pois a base de todo o conhecimento é a prática-objetal (DAVÝDOV, 1982).

Durante o experimento objetal, a grandeza volume é a base para o processo de reflexão sobre o significado da questão norteadora. Esta, por sua vez, trata da necessidade de determinar a medida do volume de farinha que restou no recipiente. Nesse sentido, qual operação matemática pode subsidiar a resolução desse problema? Como identificar a operação adequada? Qual a relação universal que possibilita tal identificação? Como orientar os estudantes para que sejam sujeitos autônomos na interpretação e resolução de quaisquer problemas, sem precisar perguntar ao professor se é “de mais” ou “de menos”...?

Vale salientar que nossa preocupação é o desenvolvimento do pensamento teórico, que ocorre no processo de idealização da reprodução da relação essencial, universal, a partir do experimento objetal (DAVÍDOV, 1988). Assim, o ponto de partida para o desenvolvimento do pensamento teórico é o experimento objetal em seu contexto geral. Neste experimento, os elementos que constituem a relação universal do conceito são revelados. Posteriormente, a relação é modelada nas formas objetal, gráfica e literal. E, finalmente, o modelo é transformado para posterior solução de um sistema de tarefas singulares. Mas, qual a relação universal cuja reprodução e idealização orientam o movimento de apropriação teórica do conceito? E como se dá esse movimento? Quais as condições necessárias para a revelação da essência?

De acordo com os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, a revelação da relação universal do conceito inicia-se no movimento de redução do concreto ao abstrato (DAVÝDOV, 1982). Nesse movimento, ao partir do experimento objetal, por meio da reconstituição teatral do enredo, os dados que constituem a essência são revelados. Estes, inicialmente são caóticos, isto é, concreto ponto de partida. A revelação dos dados constitui a primeira ação de estudo davydoviana.

> Os dados parecem, ao princípio, desconexos, para encontrar a relação entre eles e a resposta exigida, é necessário escolher determinado número de elementos intermediários e analisá-los de maneira precisa. Isto exige uma análise especial dos dados, do resultado procurado e das relações existentes entre eles (KALMYKOVA, 1991, p. 10).

A relação interna, revelada no experimento objetal, é abstraída, gradualmente, por meio de um sistema de representações geométricas e algébricas, conforme apresentaremos a seguir, em um sistema de tarefas no contexto das seis ações davydovianas.

3.2 RESOLUÇÃO DA SITUAÇÃO DESENCADEADORA DE APRENDIZAGEM

Qual procedimento adotar? O de redução do concreto ao abstrato? O de ascensão do abstrato ao concreto? Ou seriam ambos? O próprio Davídov responde a essas questões ao afirmar que:

> Embora os processos de redução e ascensão encontrem-se em unidade, o principal é a ascensão, que expressa a natureza do pensamento teórico. O movimento para o concreto, como finalidade principal, determina os procedimentos da atividade do pensamento, dentro dos quais a 'redução' aparece apenas como momento subordinado, como meio para alcançar essa finalidade (DAVÍDOV, 1988, p. 148, tradução nossa, grifo do autor).

Como se dá o movimento de redução e ascensão na organização do ensino, de modo que a redução seja meio para alcançar a ascensão? Qual é o ponto de partida? Conforme anunciado anteriormente, o ponto de partida é o experimento objetal, pois

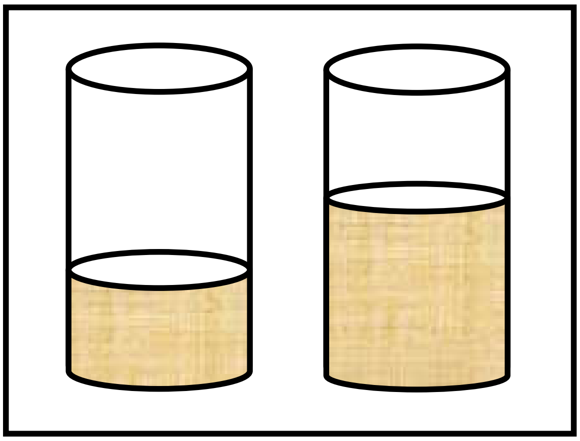
> as fontes do pensamento teórico encontram-se no processo mesmo do trabalho produtivo. Este pensamento sempre está internamente ligado com a realidade dada em forma sensorial. Exatamente o pensamento teórico (e de nenhuma maneira o empírico) realiza em plena intensidade as possibilidades cognoscitivas que a prática objetal-sensorial, recriadora em sua essência experimental das ligações universais da realidade, abre perante o homem. **O pensamento teórico idealiza os aspectos experimentais da produção dando-lhes, inicialmente, a forma de experimento cognitivo objetal-sensorial e, depois, de experimento mental, realizado em**

> **forma de conceito e por meio deste.** Obviamente, no processo de desenvolvimento histórico da produção material e espiritual, foi necessário um tempo considerável para que o pensamento teórico adquirisse soberania e sua forma atual (DAVÍDOV, 1988, p. 132, tradução e grifo nossos).

No experimento objetal, ocorre a revelação dos dados componentes do problema: o volume inicial de farinha (todo), a parte retirada para o primeiro bolo e a que sobrou para o segundo. Portanto, a análise inicial centra-se nesses três dados que constituem o problema desencadeador.

A título de exemplificação, na ilustração a seguir (Ilustração 32), dispomos de dois recipientes caracterizadores da representação objetal: um com a farinha retirada para o primeiro bolo e o outro com o restante.

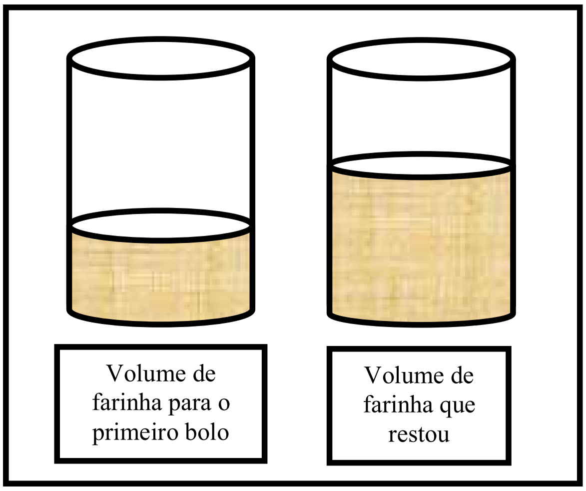
Ilustração 32 – Representação objetal: identificação dos dados



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Para iniciar a análise, questionamos: qual recipiente contém o volume de farinha separado para fazer o primeiro bolo? E qual corresponde ao restante? De acordo com a história virtual, o primeiro bolo, a ser oferecido aos amigos, será menor, portanto o recipiente apropriado é aquele com menos farinha. Consequentemente, o recipiente com maior volume representa a farinha que restou (Ilustração 33).

Ilustração 33 – Representação objetal: conclusão da análise dos dados



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Alertamos que "trabalhar com objetos reais enquanto se desenvolvem os conceitos abstratos é uma etapa necessária da aprendizagem. Mas se dura demasiado pode dar-se uma influência negativa sobre a generalização [...]" (KALMYKOVA, 1991, p. 15). Além disso, "o problema desencadeador ou a situação-problema deve impregnar-se da necessidade que levou a humanidade à construção do conceito e favorecer uma generalização que supere a experiência sensorial" (MORETTI, 2014, p. 34). Isto porque "o conhecimento científico tem justamente que passar da descrição dos fenômenos à revelação da essência como nexo interno dos mesmos, através do estudo da constituição e funcionamento dos objetos e fenômenos" (SFORNI, 2003, p. 05).

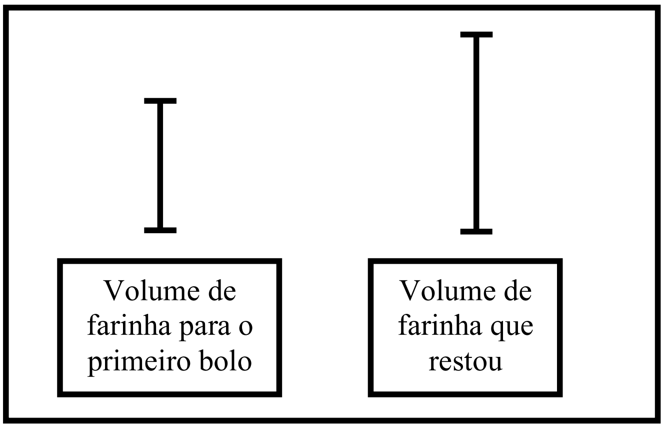
Também, é importante considerar que "nos conceitos científicos, o geral domina sobre o particular" (DAVÝDOV, 1982, p. 224, tradução nossa). O movimento, que se inicia do geral, é substancial para que as significações geométricas e algébricas sejam introduzidas para a modelação da essência, da relação universal.

> [...] A maioria dos professores apressa-se a consolidar o hábito de resolver problemas de um tipo particular, e dedica muito pouco tempo a explicações detalhadas do processo de resolução dos problemas em geral. Por isso, os alunos que aprendem com lentidão não conseguem muitas vezes recordar o raciocínio que conduz à solução. E embora consigam resolver problemas de um tipo particular, não conseguem modificar o método de resolução em condições novas: isto é, os seus conhecimentos formalizam-se (KALMYKOVA, 1991, p. 23-24).

A formalização, a partir de casos particulares, resulta da generalização empírica. A generalização teórica, por sua vez, ocorre a partir da revelação e transformação da relação universal no movimento orientado do geral para o particular e singular (ROSA, 2016). As ações de revelação e transformação da essência constituem "o ato de sua compreensão e explicação" (DAVÍDOV, 1988, p. 126, tradução nossa). Mas, para que a revelação da relação universal ocorra em nível teórico é necessário antes abstrair seus elementos identificados no experimento objetal. Trata-se do movimento de redução do concreto ao abstrato. Desse modo, no exemplo vivenciado por Toquinho, faz-se necessário criar condições que superem o experimento objetal. Para tanto, a medida dos volumes será representada por meio das significações geométricas.

Como representar geometricamente os volumes de farinha dos recipientes da ilustração 33? Uma das possibilidades de resposta é por meio de segmentos de reta.[18] Assim, o segmento que corresponde à medida do volume de farinha do recipiente da esquerda deve ser maior, menor, ou igual ao segmento que corresponde à medida do recipiente à direita? De acordo com a conclusão realizada durante o experimento objetal (Ilustração 33), um recipiente tem mais volume de farinha que o outro e, portanto, os segmentos que representam tais medidas dos volumes terão medidas de comprimentos também diferentes, conforme ilustração 34:

Ilustração 34 – Abstração inicial da representação dos dados por meio de segmentos



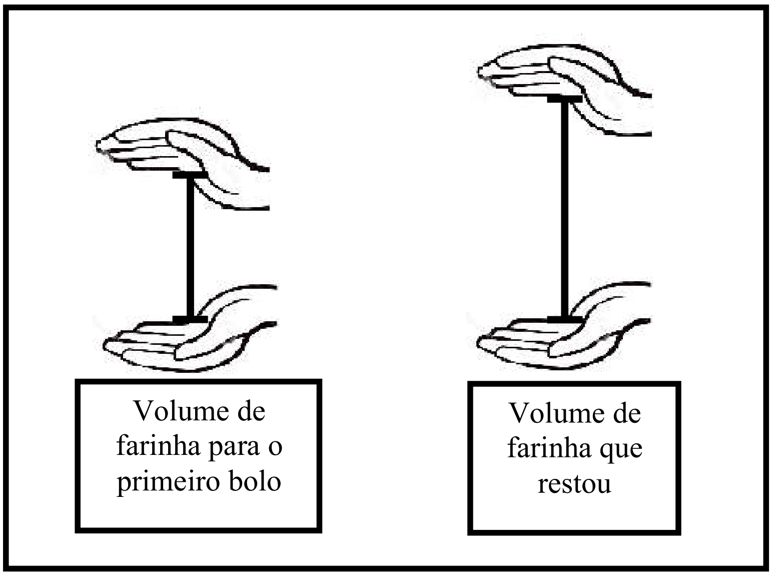
Fonte: Elaboração nossa, 2016.

No entanto, a representação das medidas dos volumes por segmentos não é suficiente. Qual a medida do volume de farinha que restou? Qual a medida do volume de farinha que foi separada para o primeiro bolo? Como se trata de uma reflexão de ordem geral, os números aritméticos ainda são desconhecidos. Por enquanto, a informação abstraída do experimento objetal é que há um volume maior e outro menor, cujas medidas foram

[18] Ressaltamos que o segmento de reta representa a medida desconhecida dos volumes de farinha e não a altura destes.

representadas por meio de segmentos, isto é, com início e fim delimitados, como indicam as mãos na ilustração 35:

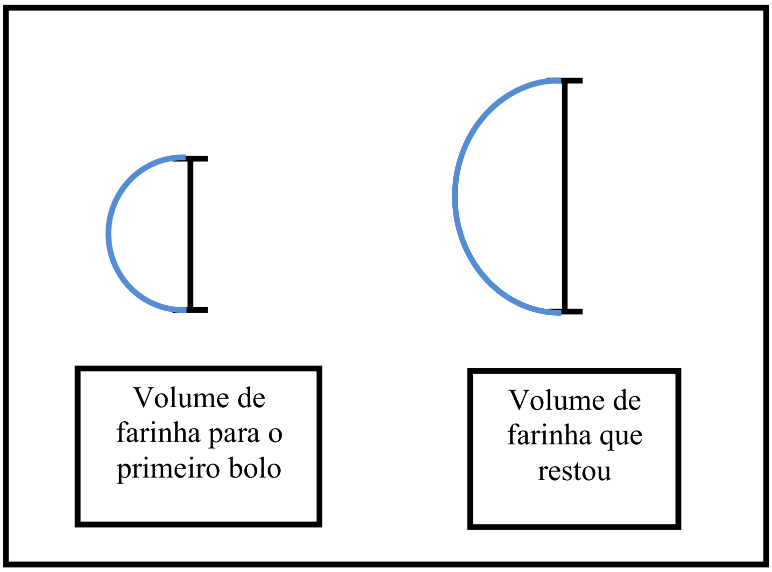
Ilustração 35 – Reflexão sobre a abstração inicial dos dados



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

O gesto com as mãos explicita o início e o fim dos segmentos e, consequentemente, das medidas dos volumes em análise. Porém, ele pode ser substituído por elementos teóricos, por exemplo, por arcos (Ilustração 36):

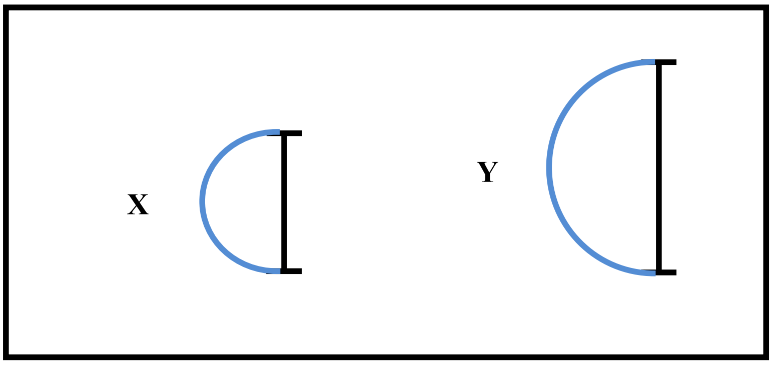
Ilustração 36 – Abstração da representação dos dados por meio de segmentos e arcos



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Os arcos evidenciam, no segmento, o início e o fim da medida do volume. Mas, quanto mede cada volume? Aritmeticamente, ainda não é possível responder a essa pergunta. Em Matemática, quando um valor é desconhecido pode ser representado por uma letra (ROSA, 2012). Trata-se da introdução das significações algébricas, conforme ilustração 37.

Ilustração 37 – Abstração máxima da representação dos dados por meio de letras



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

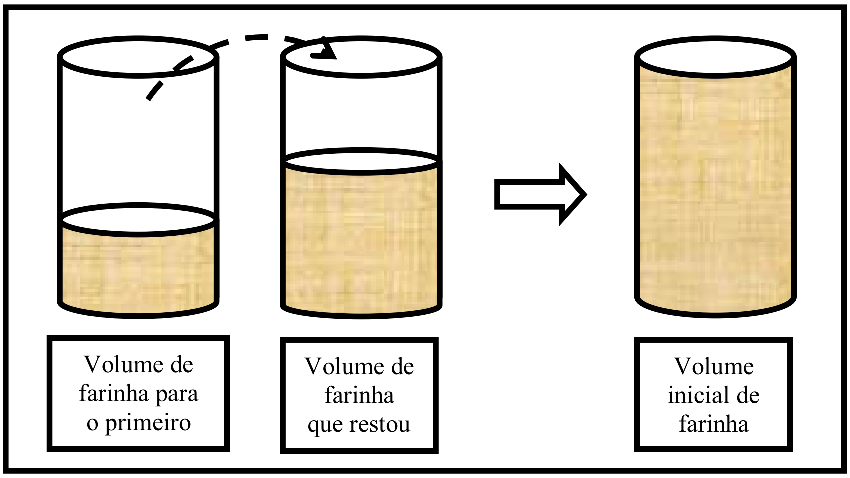
Pela ilustração 37, o volume de farinha reservado para o primeiro bolo mede X e o que restou mede Y. A desigualdade, observada, inicialmente, no plano objetal e, posteriormente, abstraída por meio de elementos geométricos (segmentos e arcos) sofre nova abstração com o auxílio das letras. Os números X e Y podem ser comparados: qual número é maior? Qual é menor? Constata-se, visualmente, pela análise da ilustração 37, que X é menor que Y ($X < Y$) e, por conseguinte, Y é maior que X ($Y > X$). Os valores X e Y representam a medida dos volumes de farinha, primeiramente dados. Mas não só, em função da abstração teórica podem ser aplicados a qualquer situação na qual uma medida é maior que outra. X e Y correspondem às partes de outro valor (o volume inicial de farinha). Em outras palavras, o significado é que eles são partes que compõe um todo. Este é o terceiro elemento que irá constituir a relação universal.

Esse movimento traduz a primeira ação de estudo davydoviana, transformação da representação dos dados nas formas gráfica e literal com a finalidade de revelar a relação universal. Sendo assim, é decorrente do ponto de partida (o problema desencadeador em caráter geral) que faz parte do procedimento de redução do concreto caótico ao abstrato. As sucessivas abstrações, até atingir a abstração máxima dos dados (algebricamente representada), foram mediadas por elementos geométricos (segmento de reta e arcos). Contudo, esse movimento não é linear, mas marcado por microciclos. Nesse sentido, fazem-se necessárias algumas retomadas ao plano objetal.

Na sequência, desenvolveremos a segunda ação, que diz respeito à modelação da relação universal na forma objetal, gráfica e literal. No presente estudo, trata-se da modelação da lei essencial (universal) do objeto em análise (interpretação e resolução de problemas sobre adição e subtração). Para tal, os dados foram revelados na primeira ação de estudo (todo e partes). Por meio do procedimento de abstração, o objeto de conhecimento foi colocado em condições de modelação da sua essência.

Para análise da conexão entre os elementos, que constituem a relação essencial, focaremos no significado do todo. Voltemos a uma informação contida na história virtual: "Meu pote com farinha estava cheio, mas depois que retirei um pouco para o primeiro bolo, não sei quanto sobrou". Isto significa dizer que o volume menor de farinha estava no recipiente com o volume maior e, portanto, os dois volumes juntos compõem o recipiente cheio que Toquinho tinha inicialmente, conforme pode ser observado na ilustração 38:

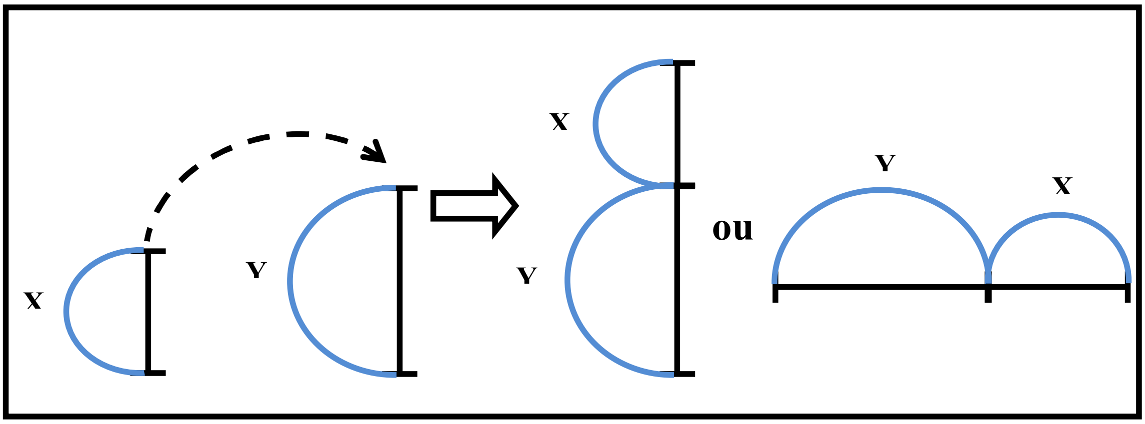
Ilustração 38 – Modelação objetal da relação universal



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

O procedimento de juntar as partes para compor o todo inicial, realizado no experimento objetal (Ilustração 38), marca o início da modelação universal que será abstraída por meio de segmentos, arcos e letras, constituintes da modelação gráfica e literal. Para tanto, faremos nos segmentos a operação de antes com os volumes (Ilustração 38). Como procedemos com os segmentos? De que forma eles serão posicionados de modo que representem o todo? Na ilustração 39, expomos duas possibilidades de respostas para este questionamento.

Ilustração 39 – Início da modelação gráfica e literal da relação universal

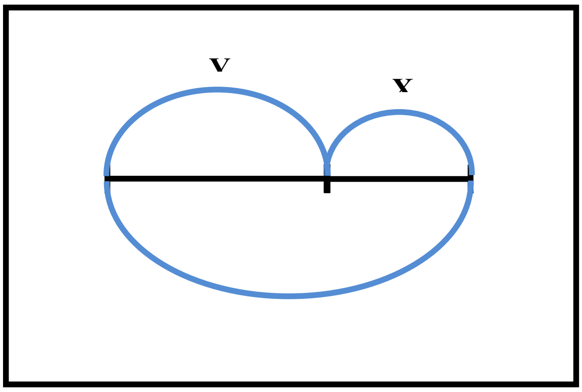


Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Na representação geométrica da operação da grandeza, os segmentos foram unidos a partir de uma de suas extremidades (Ilustração 39). Isso significa dizer que as partes que representam as medidas dos volumes de farinha para o primeiro e o segundo bolo foram unidas. Assim, o volume inicial, o todo, foi constituído.

A título de exemplificação, optamos pela representação horizontal (Ilustração 40), por entendermos que facilita a sua relação com a reta numérica, que também será representada, horizontalmente, nas tarefas posteriores para a operacionalização aritmética da grandeza.

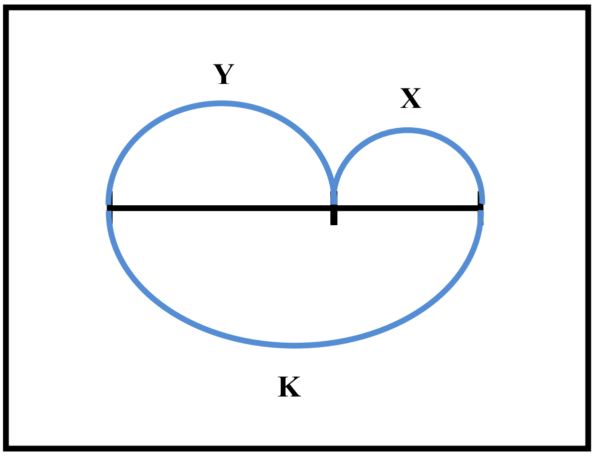
Ilustração 40 – Continuidade da modelação gráfica e literal da relação universal



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

A medida do volume total, que corresponde às duas partes unidas (Y e X), foi representada pelo arco maior (Ilustração 40). O volume inicial é constituído pela união dos volumes correspondentes ao primeiro e segundo bolos. Em Matemática, a união ocorre no contexto da operação de adição, na qual o todo é composto pela soma das partes. Mas, qual o valor da medida do todo? Por ser desconhecida, representaremos por uma letra, que, aleatoriamente, optamos por K (Ilustração 41).

Ilustração 41 – Abstração máxima do modelo universal



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

A ilustração 41 mostra que foi atingida a abstração substancial, geneticamente inicial, base para a interpretação de qualquer problema particular sobre adição e subtração. Concomitantemente, ocorre a generalização substancial, que “se realiza por via da análise de determinado todo com a finalidade de descobrir sua relação geneticamente inicial, essencial, universal, como base da unidade interna deste todo” (DAVÍDOV, 1988, p. 152, tradução nossa).

Na especificidade da situação desencadeadora em análise, Y e X são as partes que compõem o todo K. Ou, K é o todo composto pela adição das partes Y e X. A partir do modelo universal, é possível identificar qual das medidas é o todo (K) e quais são as partes (Y e X). O valor Y é uma das partes e menor que K (Y < K). Do mesmo modo, o valor X é outra parte, também menor que K (X < K). Portanto, as partes, separadas, são menores que o todo e, juntas, formam o todo. Essa relação indissociável constituída pelas partes e pelo todo permite a transformação do modelo na terceira ação de estudo para a resolução de problemas singulares na quarta ação. Na análise, para além da aparência dos recipientes com farinha, revelamos os elementos que constituem a relação interna das partes com o todo. É importante frisar que o modelo universal (Ilustração 41) é válido para qualquer grandeza, não apenas volume.

Até aqui perseguimos o movimento de redução do concreto caótico ao abstrato (da revelação dos dados que compõem a relação universal ao modelo abstrato dessa relação).

No entanto, de acordo com os fundamentos da Teoria Histórico-Cultural, também é necessário ascender do abstrato ao concreto em nível superior ao ponto de partida (do modelo da relação universal às tarefas singulares mediadas pelas particularidades).

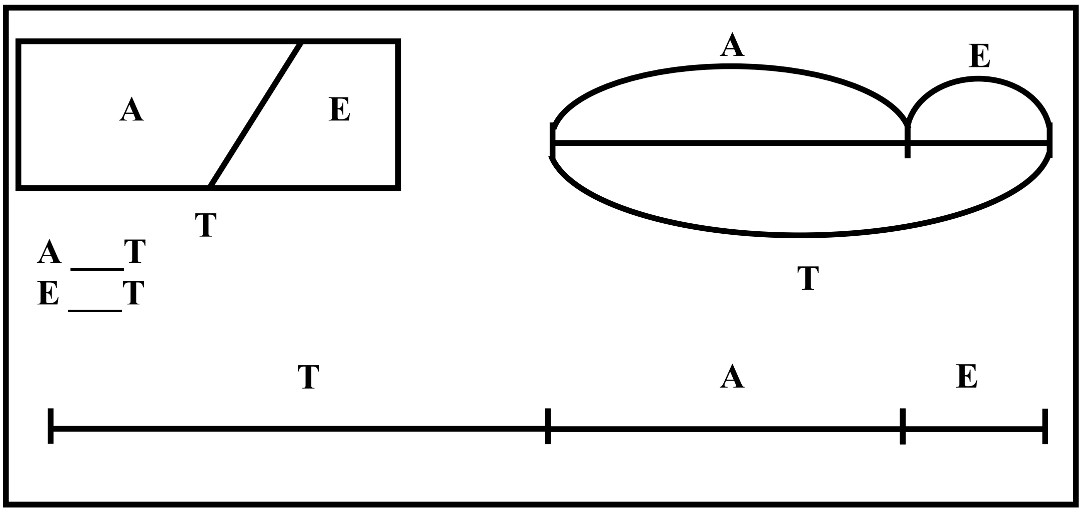
> A formação do conceito teórico opera-se no trânsito do geral ao particular [...]. E justamente nos trânsitos as manifestações particulares no estabelecimento das conexões do geral primário com suas manifestações tomam corpo e se revela o conceito (a teoria) correspondente (DAVÝDOV, 1982, p. 368, tradução nossa).

Nesta direção é que seguiremos para as particularidades. A partir da relação essencial, abstraída e modelada geométrica e algebricamente, manifestações particulares serão analisadas, conforme as transformações do modelo. Isso porque “a transformação do que a natureza dá é um ato de superação de sua imediatez” (DAVÍDOV, 1988, p. 116, tradução nossa).

A transição de uma ação à outra é marcada, na proposição davydoviana, pelas ações de controle e avaliação, que possibilitam, ao professor, refletir sobre o processo de ensino e aprendizagem. Uma situação que poderia ser proposta na transição da segunda para a terceira ação, fora do contexto da história virtual em análise, mas com foco na relação essencial todo-partes, é a seguinte tarefa (Ilustração 42):

Tarefa – Compare as áreas de medidas A, E e T. Em seguida, escolha a representação geométrica correspondente:

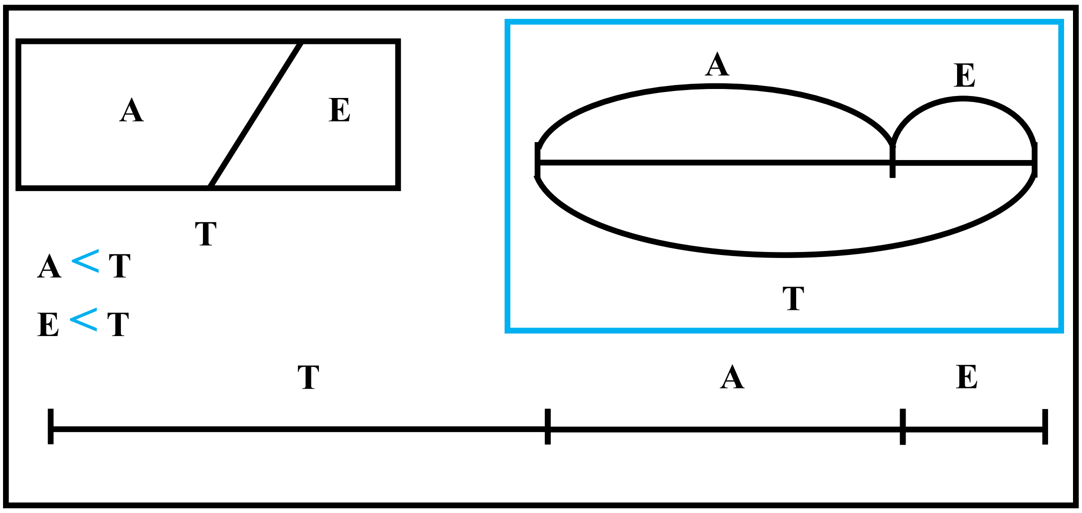
Ilustração 42 – Tarefa correspondente às ações de controle e avaliação



Fonte: Elaboração nossa (2016), com base em Давыдов et al. (2012, p. 91).

A área T é composta por duas partes (A e E). Os resultados da comparação entre os valores são: A < T e E < T. Em sala de aula, se as crianças escolherem a representação geométrica correta, a sugestão davydoviana é que o professor defenda a incorreta, a segunda representação, com o argumento de que o valor T também é maior que A e maior que E. A resposta esperada, por parte dos estudantes que efetivamente se apropriaram das reflexões antecedentes é que, neste caso, T torna-se uma parte de algum inteiro. Por isso, não corresponde à relação das medidas A, E e T, em que os valores A e E são partes que constituem o todo T. Portanto, a representação geométrica correta é a destacada em azul na ilustração 43.

Ilustração 43 – Resposta correta da tarefa correspondente às ações de controle e avaliação



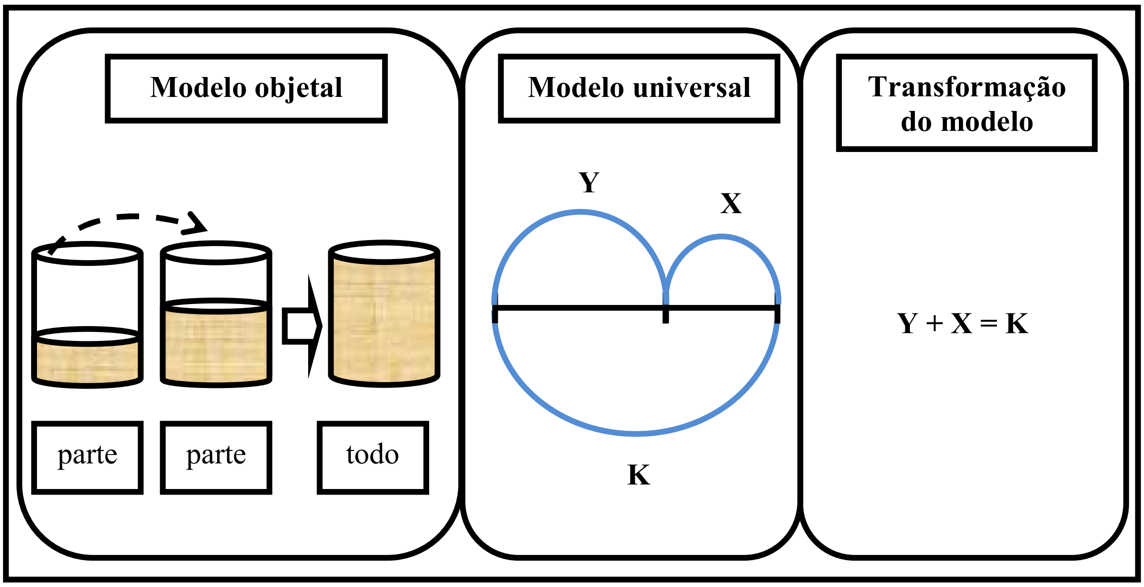
Fonte: Elaboração nossa (2016), com base em Давыдов et al. (2012).

As ações de avaliação e controle possibilitam, ao professor, a tomada de decisão sobre a retomada das reflexões. Elas permitem que se leve adiante o processo de resolução da situação desencadeadora de aprendizagem. Isso será explicitado na terceira ação de estudo: transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades em forma pura (algebricamente). Para tanto, tomaremos como elemento mediador o modelo abstrato da relação universal (Ilustração 41). Este reflete não só a aparência externa, mas, também, a conexão interna, a lei que reflete a relação essencial da situação desencadeadora em análise.

> O processo de ascensão do abstrato ao concreto do princípio de ação descoberto, finalmente, leva à solução da tarefa. Obtemos um conceito concreto no resultado final. Um conceito é uma lei que descreve o modo de ação com um objeto e provê sua materialização: porque, com base em quais propriedades do objeto, devemos agir com ele de tal modo (REPKIN, 2014, p. 98).

A partir da análise do modelo abstrato da relação universal, torna-se possível a constatação de que para determinarmos o valor do todo, quando os valores das partes são conhecidos, a operação adequada é a adição. Isso significa que na especificidade da situação desencadeadora em referência, ao se adicionar as partes referentes aos volumes de farinha para o primeiro (X) e o segundo bolo (Y), determina-se o volume do todo (K), inicialmente existente no recipiente (Y + X = K), conforme a ilustração 44.

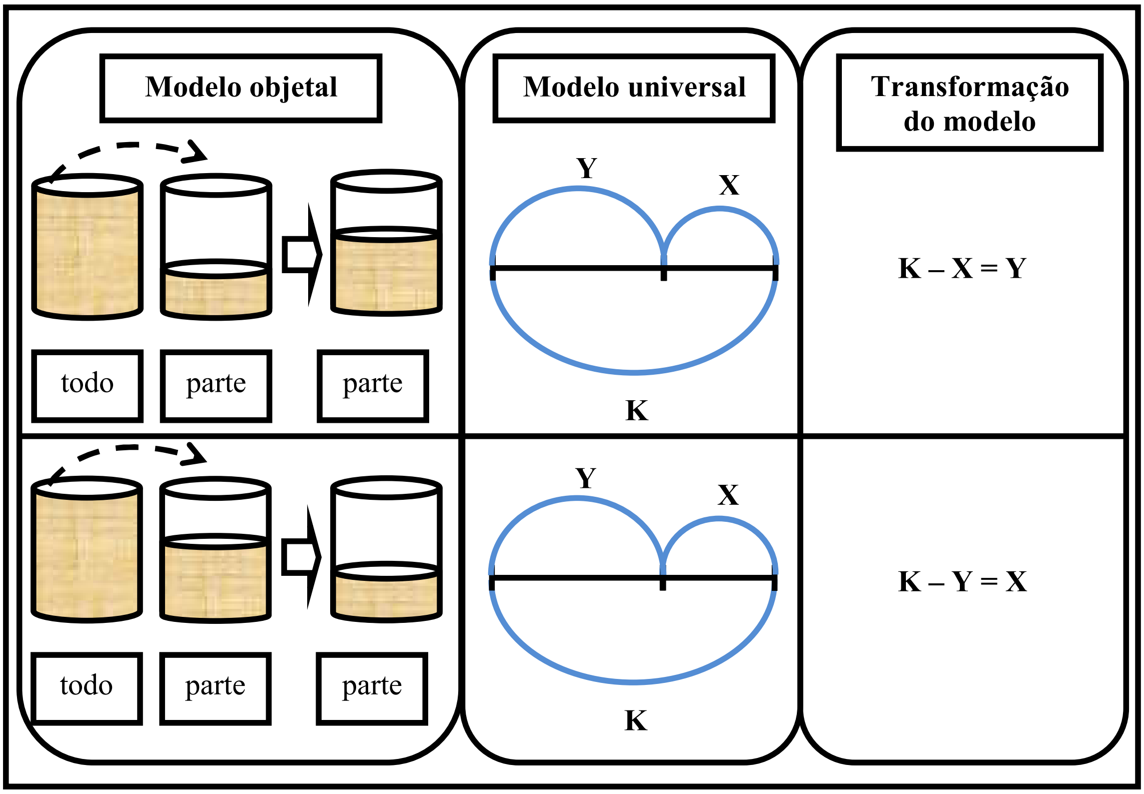
Ilustração 44 – Primeira transformação do modelo abstrato da relação universal



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

A ilustração 44 expressa a primeira transformação do modelo abstrato da relação universal. Além disso, destacamos a função do modelo universal, como elemento mediador desse processo, desde as reflexões realizadas no plano objetal na primeira ação de estudo. O mesmo ocorre nas demais transformações, porém agora a partir da operação inversa, a subtração (Ilustração 45).

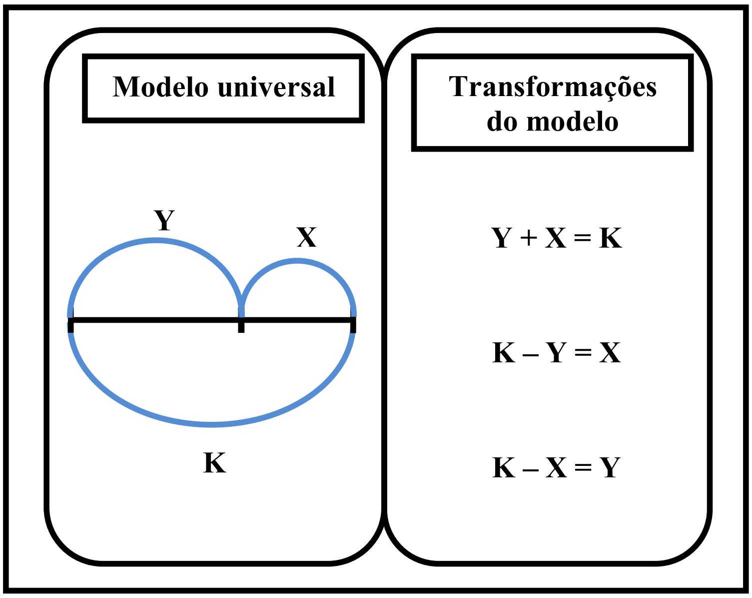
Ilustração 45 – Segunda e terceira transformações do modelo abstrato da relação universal



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Na primeira transformação (Ilustração 44), para determinar o valor do todo utilizamos a operação da adição. Agora (Ilustração 45), para determinar uma das partes desconhecidas, a operação correspondente é a subtração. Assim, quando o valor da medida do volume inicial era K e foi retirado um tanto para o primeiro bolo (X) sobrou Y (K - X = Y). De modo análogo, procede-se para determinar a outra parte (K - Y = X). Em síntese, as três transformações possíveis são (Ilustração 46):

Ilustração 46 – O particular no movimento geral-particular-singular



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

O particular "expressa a universalidade e condiciona o modo de ser da singularidade. Assim, a importância da particularidade na análise de um fenômeno está no fato de que ela representa mediações que elucidam os mecanismos que intervêm decisivamente no modo de ser da singularidade" (PASQUALINI; MARTINS, 2015, p. 366).

O modelo abstrato da relação universal, a abstração substancial, possibilitou a dedução dos três modelos particulares. Isso porque "a abstração e a generalização de tipo substancial encontram sua expressão no conceito teórico que serve de procedimento para deduzir os fenômenos particulares e singulares de sua base universal" (DAVÍDOV, 1988, p. 152, tradução nossa). Com a dedução dos três modelos particulares, a partir da base universal, concluímos a terceira ação de estudo davydoviana.

Na sequência, passaremos à reflexão que trata da singularidade mediada pela particularidade, conforme prevê a quarta ação davydoviana: resolução de um sistema de tarefas singulares que podem ser resolvidas a partir das três transformações do modelo. Para tanto, propusemos três problemas singulares (Ilustração 47), entre muitos outros possíveis, no contexto da história virtual (Ilustração 31), a partir dos três modelos particulares que envolvem os valores 2, 3 e 5, tal como no problema singular apresentado para as acadêmicas no instrumento I de coleta de dados:

Ilustração 47 – O singular no movimento geral-particular-singular

1) **Para** K - Y = X

   Toquinho pretende fazer dois bolos com as 5 xícaras de farinha que há em um recipiente. Separou um pouco para o primeiro bolo e restaram 3 xícaras. Quantas xícaras de farinha o ratinho Toquinho separou?

2) **Para** K - X = Y

   Toquinho pretende fazer dois bolos com as 5 xícaras de farinha que há em um recipiente. Separou 2 xícaras para o primeiro bolo. Com o restante fará um bolo maior. Quantas xícaras de farinha restaram para o segundo bolo?

3) **Para** Y + X = K

   Toquinho pretende fazer dois bolos com toda a farinha que há em um recipiente.

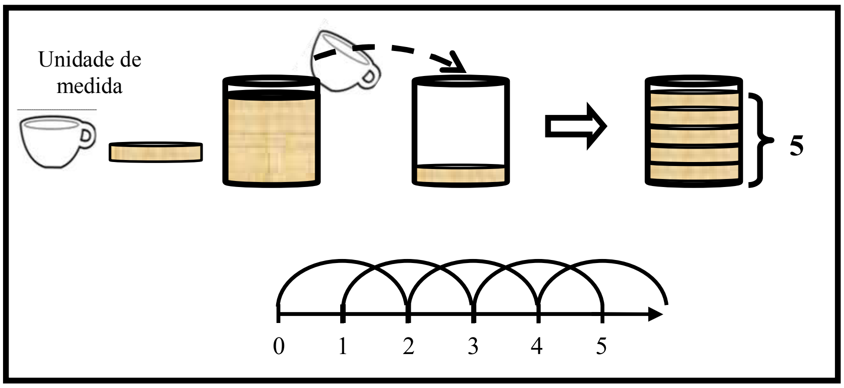
   Separou 2 xícaras para o primeiro bolo e 3 para o segundo. Quantas xícaras de farinha havia inicialmente no recipiente?

Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Dentre os três problemas singulares apresentados anteriormente (Ilustração 47), o segundo simula muitas situações singulares que podem ser vivenciadas pelo ratinho Toquinho em consonância com o problema desencadeador proposto (Ilustração 31). Por isso, vamos tomá-lo como exemplo para explicar o processo de resolução aritmética no contexto da reta numérica.

Primeiro procederemos à contagem da quantidade de xícaras de farinha que o ratinho Toquinho tinha inicialmente no recipiente. Para cada xícara retirada marca-se um arco na reta numérica, até atingir a última xícara (Ilustração 48).

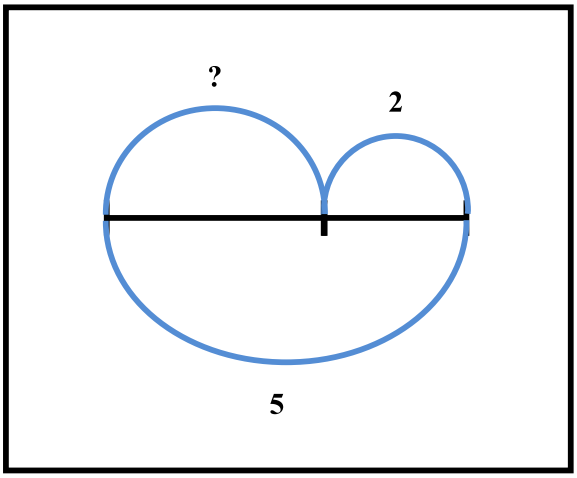
Ilustração 48 – Introdução da reta numérica



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

A unidade de medida que utilizamos para a medição do volume de farinha foi a xícara. Como o volume é uma grandeza contínua, podem ocorrer infinitas situações nas quais não tenhamos um número inteiro de unidades. Eis aqui a origem dos números racionais. A delimitação do valor aritmético do todo depende do campo numérico que se pretende abordar. Na especificidade deste, optamos por abordar o Conjunto dos Números Naturais. Ao todo, são 5 unidades. De acordo com o enunciado do problema, Toquinho retirou 2 xícaras de farinha para fazer o primeiro bolo. Qual operação possibilita a determinação do valor de uma parte quando o todo e a outra parte são conhecidos (Ilustração 49)?

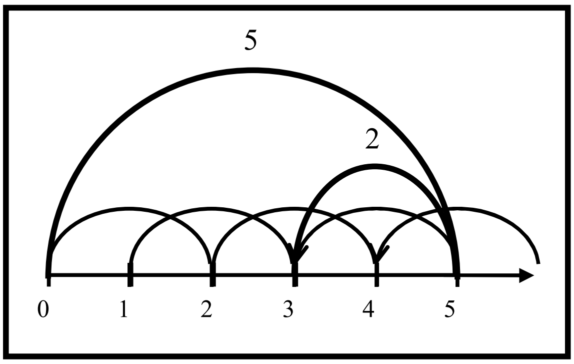
Ilustração 49 – Expressão singular da relação universal



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

Com base na análise do esquema (Ilustração 49), constatamos que a operação a ser realizada é a de subtração: 5 – 2 = ___, que pode ser desenvolvida na reta numérica (Ilustração 50):

Ilustração 50 – Operacionalização na reta numérica



Fonte: Elaboração nossa, 2016.

A partir do valor do todo (5), percorremos duas unidades em direção ao zero. O ponto de chegada do segundo arco (em direção ao zero) consiste no resultado da operação (3). Portanto, 5 – 2 = 3.[19] No processo de ensino e aprendizagem, a calculadora pode ser introduzida. Este instrumento produzido historicamente pela humanidade realiza tanto adição como subtração, mas não determina a operação por conta própria. Quem faz isso é o ser humano que o opera. Com a calculadora, é possível constatar que o resultado das operações é o mesmo daquele obtido na reta numérica. Com isso, desenvolvemos a utilização correta da calculadora.

Enfim, chegamos a uma das possibilidades de respostas singulares ao problema inicial vivenciado por Toquinho (Ilustração 31). Ou seja: se o pote, quando cheio, continha 5 xícaras de farinha e Toquinho retirou 2 para fazer o primeiro bolo, restaram 3 xícaras para o segundo.

Eis o concreto ponto de chegada, "concretizar o saber teórico requer transformá-lo em teoria desenvolvida mediante a dedução e explicação das manifestações particulares do sistema através de sua base geral" (DAVÝDOV, 1982, p. 361, tradução nossa). Tomamos como ponto de partida o contexto geral no qual se inseria o problema desencadeador, vivenciado por Toquinho. Na sequência, percorremos um processo de abstração e generalização que possibilitou a dedução e explicação de três manifestações particulares a partir da relação universal. As particularidades mediaram a reflexão sobre algumas das possíveis situações singulares que o problema desencadeador compreende. A interpretação da singularidade foi mediada pela relação universal e a resolução aritmética foi realizada na reta numérica. Esta, enquanto concreto ponto de chegada, constitui-se em ponto de partida para o estudo de outros conceitos como, por exemplo, números decimais e fracionários, adição, multiplicação, divisão, equação, entre outros.

3.3 SÍNTESE

No presente capítulo, reproduzimos, em síntese, alguns elementos do movimento de abstração e generalização que norteiam o conteúdo teórico e o método correspondente para organização de um ensino fundamentado na Teoria Histórico-Cultural, a partir de um diálogo entre a Atividade Orientadora de Ensino e a proposição davydoviana.

[19] Para o estudo da operacionalização no algoritmo sugerimos a leitura de Silveira (2015).

O ponto de partida foi a revelação dos dados que constituem a relação universal para interpretação e resolução de problemas sobre adição e subtração no contexto geral. Posteriormente, revelamos a conexão interna dos mesmos, o que gerou a relação universal parte-todo. O modelo, expresso geométrica e algebricamente, reflete o problema dado de início. Porém, não só em sua aparência imediatamente dada no plano objetal, mas em sua essência abstrata.

A partir dessa relação, foi possível a reflexão sobre os casos singulares e determinação das operações correspondentes: adição para os casos em que as partes são conhecidas, sendo necessário determinar o todo, e subtração quando o todo é conhecido e uma das partes é desconhecida.

Dado o exposto, cumpre-nos manifestar que a produção deste estudo proporcionou momentos de reflexão, alicerçados no desejo de compreender a objetivação dos fundamentos da Teoria Histórico-Cultural no modo de organização do ensino de Matemática, com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico dos estudantes.

4 SÍNTESE

Saio deste semestre com muitas perguntas, mas feliz em saber que têm pessoas preocupadas com a qualidade do ensino em nosso país ($A_{23}C_2$).

Inicialmente, em nossos estudos na literatura sobre o ensino de Matemática no curso de Licenciatura em Pedagogia, verificamos que, pesquisadores (CURI, 2004; OLIVEIRA; OLIVEIRA, 2013) têm constatado que os (as) acadêmicos (as), nesta área de ensino, concluem os cursos de formação sem conhecimentos sobre o conteúdo ("o que ensinar") e o método ("como ensinar") de ensino e aprendizagem dos conceitos. Além disso, o conteúdo e o método, para o ensino de Matemática, são organizados com ênfase nos princípios da Teoria do Pensamento Empírico (ROSA, 2012; BRUNELLI, 2012; HOBOLD, 2014; GALDINO, 2016). Estas constatações suscitaram algumas reflexões: se essas deficiências de conteúdo e método se fundamentam em conhecimentos empíricos, além de não dominarem o pensamento conceitual empírico, o que fica para seus futuros estudantes? Se os (as) acadêmicos (as) não possuem o pensamento conceitual teórico formado, como podem formar esse pensamento nos seus futuros estudantes?

Nesse sentido, elaboramos o objetivo geral e delimitamos, a partir dos objetivos específicos:

Objetivo geral: investigamos, com base na Teoria Histórico-Cultural, as manifestações de aprendizagem das acadêmicas sobre o modo de organização do ensino referente à interpretação e resolução de problemas de subtração, no âmbito das disciplinas que discutem o ensino de Matemática em três cursos de Pedagogia.

Objetivos específicos consistiram em, investigar: a) o conhecimento inicial das acadêmicas sobre o conteúdo e o método referente ao modo de organização do ensino de interpretação e resolução de problema; b) o tipo de pensamento contemplado; c) os elementos teóricos que as acadêmicas dos três cursos de Pedagogia incluíram em suas produções a partir das reflexões realizadas nas disciplinas; d) limites e possibilidades do modo de organização do ensino e; e) a organização de um modo geral para o ensino de conceito de subtração com vistas ao desenvolvimento do pensamento teórico.

Investigamos no contexto da zona de desenvolvimento atual e proximal das acadêmicas. O que nos permitiu investigar esses objetivos foram as respostas apresentadas aos instrumentos I e II, por nós elaborados. Por meio das respostas, mediada pela observação da intervenção didática realizada pelos professores das disciplinas nas três universidades, inferimos sobre o conhecimento inicial e atual das acadêmicas, no qual sintetizamos no quadro 3 a seguir:

Quadro 3 – Síntese do conhecimento inicial e atual das acadêmicas dos três cursos

Conhecimento inicial apresentado no primeiro dia de aula ao instrumento I	**Categorias de análise, a partir da unidade de análise revelada (Procedimento de análise do problema; Determinação da operação e; Procedimento de Cálculo):**	**Conhecimento atual apresentado após a intervenção didática realizada pelos professores ao instrumento I e II:**
Vários problemas singulares semelhantes	⇦ **Ponto de partida** ⇨	Caráter geral
Reflexo das características externas	⇦ **Experimento objetal** ⇨	Reflexo das relações internas
Comparação e separação do indício comum	⇦ **Processo de generalização** ⇨	Mediatizada por elementos algébricos e geométricos
Designação do indício comum pela palavra	⇦ **Processo de abstração** ⇨	Modelo universal
Por meio do experimento objetal	⇦ **Cálculo** ⇨	Na reta numérica
Obtido a partir da contagem discreta	⇦ **Resultado** ⇨	Na reta numérica
Elementos consequentes da Teoria do pensamento Empírico		**Elementos consequentes da Proposição davydoviana.**

Fonte: Elaboração nossa, 2017.

Conforme apresentado no quadro 3, concluímos que as acadêmicas contemplaram, no primeiro dia de aula, elementos típicos da Teoria do pensamento Empírico. Além disso, após a interferência didática, realizada pelos professores, as acadêmicas apresentaram elementos teóricos em seus modos de organização do ensino, embora alguns indícios da Teoria do pensamento Empírico tenham permanecido.

No que se refere aos limites, concluímos que, dentro dos limites estabelecidos pela carga horária dos três cursos de Pedagogia, a aprendizagem, fundamentada na Teoria Histórico-Cultural, possibilitou que as acadêmicas se apropriassem e incluíssem alguns elementos teóricos conceituais no modo de organização do ensino. Constatamos que a carga horária destinada à disciplina de Matemática é um dos fatores que, de certa forma, condicionam o modo de desenvolvimento das aulas e limitam os sistemas conceituais abordados, com o agravante no que diz respeito ao nível de desenvolvimento inicial das acadêmicas, visto que este obstaculiza a formação do modo de organização de ensino em nível teórico.

Contudo, a intervenção didática desenvolvida pelos três professores colocou-as em movimento de aprendizagem e, portanto, de desenvolvimento do pensamento em nível superior ao inicial. A mediação didática, desenvolvida na zona de desenvolvimento proximal, possibilitou a mudança de qualidade, pois a diferença entre as compreensões iniciais e as finais foi expressiva.

Enquanto possibilidades, o capítulo três trata-se de uma elaboração nossa de um modo geral de organização para o ensino de conceito de subtração numa perspectiva davydoviana, conforme síntese no quadro 4, a seguir:

Quadro 4 – Síntese do modo geral organização para o ensino de interpretação e resolução de problemas

	Movimento de redução do concreto ao abstrato	Movimento de ascensão do abstrato ao concreto
Primeira ação: Transformação dos dados da tarefa de estudo com a finalidade de revelar a relação universal do objeto	- Problema desencadeador (geral); - Experimento objetal; - Revelação dos dados que compõe o problema desencadeador; - Análise dos dados; - Introdução de elementos geométricos: segmentos e arcos; - Introdução de elementos algébricos.	
Segunda ação: Modelação da relação universal na forma objetal, gráfica e literal	- Modelação da relação universal: objetal, gráfica e literal; - Abstração máxima do modelo universal (relação universal modelada – o fio condutor)	
Terceira ação: Transformação do modelo da relação universal para o estudo de suas propriedades em forma pura		- Transformação do modelo universal; - Obtenção das particularidades (particular)
Quarta ação: Resolução de um sistema de tarefas singulares que podem ser resolvidas a partir das transformações do modelo		- Resolução de problemas singulares mediado pelas particularidades; - Expressão singular da relação universal; - Operacionalização dos problemas singulares, na reta numérica.

Fonte: Elaboração nossa, 2017.

As quatro ações são mediatizadas pelas ações de controle e avaliação por meio da resolução de tarefas relacionadas a essência universal do conceito. Apoiando-se nas palavras de Galeano que abrem a dissertação, em que compartilhamos que a utopia serve para que não deixemos de caminhar, refletimos: quais são os rastros que o trabalho deixa para essa trajetória utópica que nos coloca no movimento de continuidade? Em outras palavras: que perguntas emergem desse trabalho? Qual problema essa pesquisa sugere para investigações futuras? Utopia... Nesse sentido, a partir dos resultados da pesquisa e da elaboração de um modo de organização do ensino (capítulo 3), como se daria o processo de objetivação, em sala de aula, desta organização de ensino pelos professores? Com isso, esta pesquisa nos suscita investigar os limites e possibilidades desse modo de organização do ensino pelos professores, ou ainda, investigar as consequências desse ensino na apropriação pelas crianças.

Enfim, finalizamos esta dissertação com a constatação de que para contemplar generalizações e abstrações teóricas, no modo de organização do ensino, é necessário, também, o domínio dos fundamentos teóricos no que se refere ao conteúdo e o método por parte do professor. E, assim como $A_{23}C_2$ (epígrafe), *concluo o Mestrado com muitas perguntas, mas feliz em saber que há pessoas preocupadas com a qualidade do ensino e que faço parte desse coletivo.*

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. B; LIMA, M. G. Formação inicial de professores e o curso de pedagogia: reflexões sobre a formação Matemática. **Ciência &Educação**, São Paulo, v. 18, n. 2, p. 451-468, 2012.

ARAÚJO, L. B. de C. A questão do método em Marx e Lukács: o desafio da reprodução ideal de um processo real. IN: 25ª REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. De 29 de setembro a 2 de outubro de 2002, Caxambu. **Anais...** Caxambu, 2002.

BAZARIAN, J. **O problema da verdade.** 4. ed. São Paulo: Alfa-Ômega, 1994. p. 51-102.

BERNARDES, M. E. M.; MOURA, M. O. de. Mediações simbólicas na atividade pedagógica. **Educação e Pesquisa** (USP. Impresso), v. 35, p. 463-478, 2009.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

______. Resolução do Conselho Nacional de Educação CNE/CP 1/2006. **Diário Oficial da União**, Brasília, 16 de maio de 2006. Seção 1, p. 11.

BRUNELLI, J. B. **Projeto ou atividade de ensino e de aprendizagem?** Expressões da implantação da Proposta Curricular do Estado de Santa Catarina. 2012. 128 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2012.

COSTA, J. M. C. da. **Tratado de arithmetica**. Lisboa: Imprensa Nacional, 1866.

CRESTANI, S. **Organização do ensino de Matemática na perspectiva do desenvolvimento do pensamento teórico:** uma reflexão a partir do conceito de divisão. 2016. 123 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.

CURI, E. Formação de professores polivalentes: uma análise de conhecimentos para ensinar Matemática e de crenças e atitudes que interferem na constituição desses conhecimentos. 2004. 278 f. Tese (Doutorado)-Pontifícia Universidade Católica, São Paulo, 2004.

______. A formação matemática de professores dos anos iniciais do ensino fundamental face às novas demandas brasileiras. **Revista Iberoamericana de Educación (Online)**, Publicação Eletrônica pela OEI, v. 37/4, p. 01-09, 2006. Disponível em: <http://rieoei.org/1117.htm>. Acesso em: 4 out. 2015.

CURY, H. N. Análise de erros em cálculo diferencial e integral: resultados de investigações em cursos de engenharia. IN: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENSINO DE ENGENHARIA, 31, 2003, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: IME, 2003. CD-ROM, p. 1-10.

DALMOLIN, B. A. S. **A tricotomização entre aritmética, álgebra e geometria nos erros**

apresentados por estudantes da disciplina de cálculo diferencial integral I. 2015. 105 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2015.

DAMAZIO, A.; ROSA, J. E.; EUZÉBIO, J. S. O ensino do conceito de número em diferentes perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 14, p. 209-231, 2012.

DAVÍDOV, V. V. Análisis de los principios didácticos de la escuela tradicional y posibles principios de enseñanza en el futuro próximo. In: SHUARE, M. **La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS.** Moscú: Progreso, p. 143-155, 1987.

______. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico:** investigación teórica y experimental. Trad. Marta Shuare. Moscú: Editorial Progreso, 1988.

______. O que é a atividade de estudo. **Revista Escola inicial**. n. 7, 1999.

DAVÝDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza.** 3. ed. Habana: Editorial Pueblo y Educación, 1982.

DUARTE, N. A anatomia do homem é a chave da anatomia do macaco: A dialética em Vigotski e em Marx e a questão do saber objetivo na educação escolar. **Educação & Sociedade**, ano XXI, n. 71, 2000.

FERNANDES, D. Brasil avança em conhecimento básico de Matemática, mas continua atrás no ranking. **BBC Brasil:** fev. 2016. Disponível em: <http://www.bbc.com/portuguese/noticias/2016/02/160209_ocde_alunos_baixa_performance_pai_df>. Acesso em: 07 ago. 2016.

FREITAS, R. A. M. da M.; LIMONTA, S. V. A Educação Científica da Criança: contribuições da teoria do ensino desenvolvimental. **Linhas Críticas**, Brasília, v. 18, p. 47-68, 2012.

GALDINO, A. P. S. **O conhecimento matemático de estudantes do 3º ano do ensino fundamental sobre o conceito de multiplicação:** um estudo com base na Teoria Histórico-Cultural. 2016. 110 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2016.

GALPERIN, P.; ZAPORÓZHETS A.; ELKONIN, D. Los problemas de la formación de conocimientos y capacidades en los escolares y los nuevos métodos de enseñanza en la escuela. In: SUARE, M. **La psicología Evolutiva y pedagógica en la URSS.** Moscú, Progreso, 1987. p. 300-316.

GARZELLA, F. C. **A disciplina de Cálculo I:** a análise das relações entre as práticas pedagógicas do professor e seus impactos nos alunos. 2013. 275 f. Tese (Doutorado)-Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2013.

GATTI, B. A.; BARRETO, E. S. S. **Professores do Brasil:** impasses e desafios. Brasília: UNESCO, 2009.

GOMES, M. G. Obstáculos epistemológicos, obstáculos didáticos e o conhecimento matemático nos cursos de formação de professores das séries iniciais do ensino fundamental. **Contrapontos**, Itajaí, ano 2, n. 6, p. 423-437, set./dez. 2002.

HOBOLD, E. S. F. **Proposições para o Ensino da tabuada com base nas Lógicas Formal e Dialética.** 2014. 199 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2014.

KALMYKOVA, Z. I. Pressupostos psicológicos para uma melhor aprendizagem da resolução de problemas aritméticos. In: LURIA, A. R. et al. **Pedagogia e Psicologia II.** Lisboa: Estampa, 1991. p. 9 - 26.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LEFEBVRE, H. **Lógica Formal e Lógica Dialética**. Tradução de Carlos Nelson Coutinho. 5. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1991.

LEMOS, L. V. **A atividade do professor e a matemática no ensino fundamental:** uma análise sócio histórica de sua estrutura e conteúdo. 2014. 154 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2014.

LEÓN, G. A. F. **L. S. Vygotski em la educación superior contemporánea:** perspectivas de aplicación. 2. ed. La Habana: Palcogra, 2004.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, p. 5-24, 2004. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1413-24782004000300002&script=sci_abstract&tlng=pt>. Acesso em: ago. 2013.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. M. Vasily Vasilyevich Davydov: A escola e a formação do pensamento teórico- científico. In: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Orgs.). **O Ensino desenvolvimental:** vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2013. p. 315- 350.

MADEIRA, S. C. **Prática:** Uma leitura histórico-crítica e proposições davydovianas para o conceito de multiplicação. 2012. 168 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2012.

MARTINELI, T. A. P.; LOPES, S. M. A. Vasili v. Davidov: a concepção materialista histórica e dialética como método de análise da psicologia contemporânea. **Cadernos da Pedagogia,** v. 01, 2009. Disponível em: <www.cadernosdapedagogia.ufscar.br/index.php/cp/article/view/.../72>. Acesso em: 03 de nov. 2011.

MARTINS, M. F. As dimensões ontológicas, axiológicas e gnosiológicas de uma "Filosofia da transformação": o materialismo histórico e dialético. In: ______. **Marx, Gramsci e o**

conhecimento; ruptura ou continuidade? São Paulo: Autores Associados; Unisal, 2008. p. 11-159.

MATOS, C. F. **Resolução de problemas davydovianos sobre adição e subtração por estudantes brasileiros do sexto ano do ensino fundamental.** 2013. 168 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Universidade do Extremo Sul Catarinense, Criciúma, 2013.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino:** as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

MORETTI, V. D. O problema lógico-histórico, aprendizagem conceitual e formação de professores de Matemática. **Poiésis - Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação**, [S.l.], v. 8, p. 29-44, mar. 2014. ISSN 2179-2534. Disponível em: <http://www.portaldeperiodicos.unisul.br/index.php/Poiesis/article/view/1737>. Acesso em: 02 ago. 2016. doi:http://dx.doi.org/10.19177/prppge.v8e0201429-44.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Rio Claro, UNESP, v. 12, p. 29-43, 1996.

______. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A.; CARVALHO, A (Orgs.). **Ensinar a ensinar:** didática para a escola. São Paulo: Editora Pioneira, 2001. p. 143-161.

MOURA, M. O.; SFORNI, M. S. de F.; ARAÚJO, E. S. Objetivação e apropriação de conhecimentos na atividade orientadora de ensino. **Teoria e prática da Educação**. v. 14, n. 1, p. 39-50, jan./abr. 2011.

MOYA, P. T. **Princípios para a organização do ensino de matemática no primeiro ano do ensino fundamental.** 2015. 167 f. Dissertação (Mestrado em Educação)– Universidade Estadual de Maringá, Maringá, 2015.

NASCIMENTO, C. P. A organização de pesquisas em psicologia e educação na teoria histórico-cultural: o ensino e a formação do pensamento teórico. IN: X CONGRESSO NACIONAL DE PSICOLOGIA ESCOLAR E EDUCACIONAL – CONPE, 2011, **Anais...** Maringá, 2011.

OLIVEIRA, G. M.; OLIVEIRA A. T. C. C. A matemática na formação inicial de professores dos anos iniciais: reflexões a partir de uma análise de teses e dissertações defendidas entre 2005 e 2010 no Brasil. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife-PE, v. 4, n. 1, 2013.

OLIVEIRA, M. K. Organização conceitual e escolarização. In: OLIVEIRA, M. B. de; OLIVEIRA, M. K. (Orgs.). **Investigações cognitivas:** conceitos, linguagem e cultura. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999. p. 81- 99.

PASQUALINI, J. C.; MARTINS, L. M. Dialética singular-particular-universal: implicações do método materialista dialético para a psicologia. **Psicologia& Sociedade**, v. 27, n. 2, p. 362-371.

PASSOS, C. L. B. Formação matemática de professores dos anos iniciais. In: XI

ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2013, Curitiba. **Anais...** Guarapuava: SBEM/PR, 2013. v. 1. p. 1-13.

PEREIRA FILHO, A. D. **Análise de erros produzidos por estudantes de um curso de Engenharia Civil na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral I**. 2012. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)-Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2012.

RADFORD, L.; SABENA, C. The Question of Method in a Vygotskian Semiotic Approach. In: BIKNER-AHSBAHS, A.; KNIPPING, C.; PRESMEG, N. (Eds.), **Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education**. New York: Springer, 2015. p. 157-182.

REPKIN, V. V. O ensino desenvolvente e a atividade de estudo. **Ensino em Re-vista**, v. 21, n. 1, p. 85-99, jan./jun.2014.

RIBEIRO, F. D. **A aprendizagem da docência de ensino e no estágio:** contribuições da teoria da atividade. 2011. 196 f. Tese (Doutorado em Educação)- Universidade de São Paulo, Faculdade de Educação, São Paulo, 2011.

ROSA, J. E. da. **Proposições de Davydovy para o ensino de Matemática no primeiro ano escolar:** inter-relações dos sistemas de sistema de significações numéricas. 2012. 244 f. Tese (Doutorado em Educação)-Universidade Federal do Paraná, 2012.

______. Formação matemática no contexto do curso de pedagogia a partir dos fundamentos da teoria histórico-cultural. 2447-2808. In: 37ª REUNIÃO NACIONAL DA ANPED, 2015, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis, 2015.

______. O ensino de Matemática. In: SCHLICKMANN, Maria Sirlene Pereira (Org.). **Áreas do conhecimento: Diálogos em articulação.** Palhoça: Editora da Unisul Virtual, 2016. p. 184 – 202.

ROSA, J. E. et al. As Significações Algébricas, Geométricas e Aritméticas no Processo de Elaboração do Sistema Conceitual Numérico à Luz da Teoria Histórico-Cultural. ISSN: 1983-3156. **Educação Matemática Pesquisa (Online)**, v. 11, p. 329-350, 2009. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/1803>. Acesso em: 11 fev. 2016.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A.; ALVES, E. S. B. Adição e subtração em Davydov. **Boletim GEPEM/Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática**, Rio de Janeiro, n. 63, p. 61-75, jul./dez. 2013.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A.; CRESTANI, S. Os conceitos de divisão e multiplicação nas proposições de ensino elaboradas por Davydov e seus colaboradores. **Educação Matemática Pesquisa (Online)**, v. 16, p. 167-187, 2014. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/15761>. Acesso em: 24 set. 2015.

ROSA, J. E. da; DAMAZIO, A.; DORIGON, J. C. G. Proposição de Davýdov e colaboradores para introdução ao ensino do conceito de equação. **Revista Iberoamericana de Educacion Matemática- UNIÓN**, Madri, v. 31, n. 45, p.76-95, mar. 2016. Disponível em: <http://www.fisem.org/www/union/revistas/2016/45/45_articulo04.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2016.

RUBINSTEIN, S. L. **El ser y la consciencia.** Montevideo: Ediciones Pueblos Unidos, 1960.

______. **O desarrolo de La psicologia:** principios y métodos. Habana: Editorial Puéblos y Educación, 1978.

SANTA CATARINA, Secretaria de Estado da Educação e do Desporto. **Proposta Curricular de Santa Catarina**. Florianópolis: GOGEM, 1998.

SAVIANI, D. **Escola e Democracia**. São Paulo: Autores Associados, 1983.

SFORNI, M. S. de F. Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade. IN: 26ª REUNIÃO ANUAL DA ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO. Caxambu: ANPED, 2003. **Anais...** Caxambu, 2003.

SFORNI, M. S. de F.; GALUCH, M. T. B. Aprendizagem conceitual nas séries iniciais do ensino fundamental. **Educar**, Curitiba, Editora UFPR, n. 28, p. 217-229, 2006.

SHARDAKOV, M. N. **Desarrollo del pensamiento en el escolar**. La Habana. Editorial de Libros para la Educación, 1978.

SILVA, M. M. **Estágio Supervisionado:** o planejamento compartilhado como organizador da atividade docente. 2014. 246 f. Dissertação (Mestrado em Educação Ciências e Matemática)-Universidade Estadual de Goiás, Goiânia, 2014.

SILVEIRA, G. M. **Unidade entre lógico e histórico no movimento conceitual do sistema de numeração proposta por Davýdov e colaboradores para o ensino das operações da adição e subtração.** 2015. 188 f. Dissertação (Mestrado em Educação)-Universidade do Sul de Santa Catarina, Tubarão, 2015.

SOUSA, V. G. de. **Realidade e possibilidades da prática docente em matemática nos anos iniciais:** um estudo mediado pelas proposições davydovianas. 2014. 221 f. Tese (Doutorado em Educação)-Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2014.

STERNIN, A. O. O singular, o particular e o universal. In: ROSENTAL, M. M.; STRAKS, G. M. **Categorías del Materialismo Dialéctico**. Tradução de Adolfo Sanchez Vazquez e Wenceslao Roces. México: Grijalbo, 1960. p. 257-297.

TALIZINA, N. F. **La formación de la actividad cognoscitiva de los escolares.** Moscú: Editorial Progresso, 1987.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem.** Tradução de: Paulo Bezerra. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VYGOTSKI, L. S. **Obras Escogidas II**: Incluye Pensamiento y Lenguaje, Conferencias sobre Psicología. Madrid: Visor Distribuciones, 1993.

______. **Obras Escogidas III**: Incluye Problemas Del Desarrollo de la Psique. Madrid: Visor Distribuciones, 1995.

WIELEWSKI, G. D. **Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas:** uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii. 2005. 407 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática)-Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

ZANARDI, M. C.; LIMA, J. C. **Analise de Erros na Disciplina Cálculo Diferencial e Integral II do Curso de Engenharia Mecânica Noturno da FEG/UNESP**. São Paulo, 2008.

ZANKOV, L. **La enseñanza y el desarrollo**. Investigación pedagógica experimental. Moscú: Editorial Progreso, 1984.

ГОРБОВ С. Ф.; МИКУЛИНА Г. Г.; САВЕЛЬЕВА О. В. Обучение математике. 1 класс: Пособие для учителей начальной школы (Система Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова). 2-е ида, перераб. - М.:ВИТА-ПРЕССб 2008. [GORBOV, S. F.; MIKULINA, G. G.; SAVIELIEV, O. V. **Ensino de Matemática. 1 ano:** livro do professor do ensino fundamental (Sistema do D.B. Elkonin – V.V. Davidov). 2. ed. redigida, Moscou, Vita-Press, 2008].

ДАВЫДОВ, В. В. О. et al. Математика, 1-Kjiacc. Mockba: Mпрос - Аргус, 2012. [Davidov, V.V. **Matemática, 1ª série**. Livro didático e de exercícios para os estudantes da primeira série. Moscou: MIROS, Argus, 2012].

ANEXO

ANEXO A – Carta de informação sobre a pesquisa e Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

CARTA DE INFORMAÇÃO SOBRE A PESQUISA E TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Universidade do Sul de Santa Catarina – UNISUL
Programa de Pós-graduação em Educação - Mestrado

Tubarão, __ de _____de 2015.

Ao (à)________________________, __________________ do curso de Pedagogia da _____________________________

Prezado (a) _____________ (a),
Vimos, por meio desta, apresentar o projeto de pesquisa intitulado, provisoriamente, por "Aprendizagem da docência sobre conteúdo e método para o ensino de resolução de problemas". Gostaríamos de realizar a coleta de dados nesta instituição de ensino. Mais especificamente, na disciplina de ___________________, ministrada pelo (a) Profª__________________, do curso de Pedagogia, durante o segundo semestre de 2015.
Na sequência, faremos uma breve apresentação do que consiste a pesquisa, os procedimentos metodológicos e a participação do professor e estudantes na pesquisa, para sua apreciação. Desde já, agradecemos a atenção.

Título provisório do Projeto de Pesquisa: "Aprendizagem da docência sobre conteúdo e método para o ensino de resolução de problemas"
Pesquisadora: Mestranda Cristina Felipe de Matos
Problema desencadeador: Quais as contribuições das disciplinas, referentes à Educação Matemática, oferecidas por três cursos de Pedagogia, localizadas no sul do Estado de Santa Catarina, para a aprendizagem da docência sobre o conteúdo e método para o ensino de resolução de problemas de adição e subtração?
Objetivo Geral: Investigar os limites e possibilidades da aprendizagem da docência sobre conteúdo e método para o ensino de resolução de problemas, no contexto de três cursos de Pedagogia que desenvolvem suas aulas, referentes ao ensino de Matemática, com base na Teoria Histórico-Cultural.

A pesquisa abarcará diferentes instrumentos e momentos de coleta dos dados. Os instrumentos serão: diário de campo, gravador, filmadora, máquina fotográfica e produções escritas realizadas pelas estudantes nos três momentos distintos de apreensão, mas interconectados:
1. Primeiro momento – início do segundo semestre letivo – Na primeira aula da referida disciplina, a pesquisadora apresentará uma Situação Desencadeadora de Aprendizagem aos estudantes para que estes resolvam, sem interferência da pesquisadora e do professor da disciplina. O objetivo é analisar a compreensão inicial dos estudantes sobre o conteúdo e o método adotado para resolução de problemas de adição e subtração.

2. Segundo momento – meados do semestre letivo: Após o desenvolvimento com os estudantes pelo professor e/ou pesquisadora dos pressupostos da Teoria Histórico-Cultural referentes à organização de ensino para resolução de problemas sobre adição e subtração, a pesquisadora proporá novamente o desenvolvimento da mesma Situação Desencadeadora de Aprendizagem para os estudantes resolverem. O objetivo é analisar, a partir da aprendizagem docente, a compreensão dos estudantes sobre o conteúdo e o método adotado para resolução de problemas de adição e subtração.
3. Terceiro momento – meados do semestre letivo: As produções realizadas pelos estudantes no primeiro e segundo momento serão devolvidas aos mesmos para que realizem uma análise comparativa e a registrem por escrito. O objetivo deste momento é analisar as reflexões dos estudantes, sobre seu próprio desenvolvimento, a partir da análise comparativa entre a produção inicial e final.
Do primeiro ao quinto momento, a pesquisadora acompanhará todo o processo de ensino e aprendizagem desenvolvido na disciplina ________________________. Para tanto, a pesquisadora portará, em todos os momentos, de diário de campo, gravador e máquina fotográfica. E, constará fixo em determinado local na sala, uma filmadora.
Assim, as aulas serão gravadas e filmadas para que não se perca momentos que podem ser cruciais para a coleta de dados. Posteriormente, as gravações e filmagens serão transcritas para o formato de diário de campo, contendo toda a trajetória das aulas (intervenções pedagógicas, falas das estudantes, etc.).
O interesse pela filmagem e fotografia, nesta pesquisa, não se dá pelo uso de imagem do (a) estudante e professor. Apenas – reforçamos – 'para que não se perca momentos que podem ser cruciais para a coleta de dados'.
4. Quarto momento – Relatório do estágio de docência: Este momento é direcionado apenas para aqueles (as) estudantes que realizarão estágio neste segundo semestre de 2015 com foco para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática. O objetivo deste momento é analisar o conteúdo e método adotado na docência e suas conseqüências expressas nas manifestações dos estudantes da Educação Básica.
5. Quinto momento – III Seminário Interinstitucional de Educação Matemática: Os relatos apresentados neste III Seminário, pelos (as) estudantes, se constituirão em dados para análise. O objetivo deste momento é analisar as sínteses produzidas a partir das reflexões de ensino e aprendizagem, realizadas no decorrer do semestre letivo.
O material coletado terá garantia de sigilo com os nomes dos estudantes e professor resguardados, bem como a identificação da instituição, se assim o desejarem. Todos os estudantes envolvidos na pesquisa serão elucidados das finalidades do projeto e serão consultados sobre o interesse em participarem ou não. Em caso afirmativo, assinarão um termo de livre consentimento e esclarecido.
Desde já agradecemos pela colaboração, com a permissão do ingresso da pesquisadora nas dependências deste curso e o acompanhamento das aulas na referida disciplina para coleta de dados.

____

Pesquisadora
Mestranda Cristina Felipe de Matos

____

Orientadora
Prof[a]Dr[a] Josélia Euzébio da Rosa

__________________________________ Data:___/___/2015

_______________ do curso de Pedagogia
Instituição de Ensino _______