



UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA
ELIAS ALIVAN DE OLIVEIRA CURI

**USO DIDÁTICO DO GEOGEBRA:
APLICAÇÕES NO ENSINO MÉDIO**

Tubarão
2020

ELIAS ALIVAN DE OLIVEIRA CURI

**USO DIDÁTICO DO GEOGEBRA:
APLICAÇÕES NO ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Matemática - Bacharelado da Universidade do Sul de Santa Catarina, como requisito parcial à obtenção do título de Bacharel(a) em Matemática.

Orientadora: Prof. Dra. Ana Regina de Aguiar Dutra.

Coorientadora: Prof. Dra. Anelise Vieira Leal Cubas.

Tubarão

2020

ELIAS ALIVAN DE OLIVEIRA CURI

**USO DIDÁTICO DO GEOGEBRA:
APLICAÇÕES NO ENSINO MÉDIO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado à obtenção do título de Bacharel(a) em Matemática e aprovado em sua forma final pelo Curso de Graduação em Matemática da Universidade do Sul de Santa Catarina.

Tubarão, 10 de dezembro de 2020.

Professora e orientadora Ana Regina de Aguiar Dutra, Doutora.
Universidade do Sul de Santa Catarina

Professora e coorientadora Anelise Leal Vieira Cubas, Doutora.
Universidade do Sul de Santa Catarina

Professor Gabriel Cremona Parma, Doutor.
Universidade do Sul de Santa Catarina

RESUMO

O aperfeiçoamento do processo de ensino-aprendizado, com a adaptação às novas tecnologias disponíveis faz-se necessário para a contextualização das experiências vividas em sala de aula à realidade contemporânea. Nesse âmbito, existem várias propostas para a inclusão de tecnologias de ensino, tanto de forma geral quanto de forma específica, para lecionar Matemática, especialmente no Ensino Médio. Nesta pesquisa, propôs-se a aplicação do GeoGebra como ferramenta auxiliar dentro das metodologias de ensino da Matemática no Ensino Médio, através da análise de suas aplicabilidades nos conteúdos presentes na proposta curricular desta etapa, conforme preconiza a Base Nacional Comum Curricular. Ainda, foram propostas metodologias de ensino com a utilização do software, de forma a sugerir métodos para sua incorporação ao currículo. Em comparação com as metodologias tradicionais de ensino, observou-se melhorias na facilidade e capacidade de apresentação de conteúdos, além da criação de possibilidades de abordagens alternativas que permitem a representação dinâmica e interativa de conceitos e conteúdos; o que indica uma grande eficiência do software utilizado no âmbito do ensino da Matemática no Ensino Médio.

Palavras-chave: GeoGebra. Matemática. Ensino Médio.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Capa do primeiro volume da obra.....	24
Figura 2 - Capa do segundo volume da obra.	25
Figura 3 - Capa do terceiro volume da obra.	26
Figura 4 - Aplicação do GeoGebra em funções	28
Figura 5 - Família de funções quadráticas.....	29
Figura 6 - Família de funções exponenciais.	29
Figura 7 - Barra de ferramentas do GeoGebra.	29
Figura 8 - Ferramenta dinâmica mostrando a interferência do ângulo e tamanho de um triângulo retângulo no valor calculado.	30
Figura 9 - Uso do GeoGebra para visualizar Teorema de Tales e Semelhança de triângulos..	31
Figura 10 - Ferramenta dinâmica mostrando a circunferência trigonométrica.	32
Figura 11 - GeoGebra na representação de sistemas lineares.	32
Figura 12 - Polígono regular inscrito.....	33
Figura 13 - Ilustração da Janela de Visualização, Janela de Álgebra (esquerda) e Campo de Entrada (embaixo).	34
Figura 14 - Equação dinâmica de uma circunferência.	34
Figura 15 - Representação gráfica das fórmulas do seno e cosseno da soma de dois ângulos.	35

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Porcentagem de uso por ferramenta tecnológica.	16
Gráfico 2 - Porcentagem das respostas dos alunos à afirmação “gosto de usar o GeoGebra”. ..	20
Gráfico 3 - Porcentagem das respostas dos alunos à afirmação “prefiro aprender Matemática com o GeoGebra”.	20

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Respostas sobre as principais dificuldades encontradas para o uso do Laboratório de Informática como recurso pedagógico.....	18
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Conteúdos selecionados para abordagem.....	23
---	----

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	9
1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA.....	9
1.2 PROBLEMATIZAÇÃO	9
1.3 JUSTIFICATIVAS	10
1.4 OBJETIVOS	11
1.4.1 Objetivo Geral	11
1.4.2 Objetivos Específicos.....	12
1.5 TIPO DA PESQUISA.....	12
1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	14
2.1 GEOGEBRA PARA O ENSINO-APRENDIZADO.....	14
2.2 USO DE FERRAMENTAS DIGITAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA	15
2.3 USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA.....	17
2.4 EFEITOS DO GEOGEBRA NO DESENVOLVIMENTO DOS ESTUDANTES.....	19
3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	22
3.1 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS	22
3.1.1 Primeiro ano do Ensino Médio	23
3.1.2 Segundo ano do Ensino Médio	24
3.1.3 Terceiro ano do Ensino Médio	25
3.2 RESULTADOS OBTIDOS	26
3.2.1 Primeiro ano do Ensino Médio	27
3.2.2 Segundo ano do Ensino Médio	31
3.2.3 Terceiro ano do Ensino Médio	33
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	36
REFERÊNCIAS	37

1 INTRODUÇÃO

Esta seção trata do tema abordado e sua delimitação, além de apresentar a problematização dentro da qual o estudo se contextualiza e a justificativa e objetivos deste.

1.1 TEMA E DELIMITAÇÃO DO TEMA

Exploração dos usos e aplicações do GeoGebra como ferramenta didática para o ensino da Matemática no Ensino Médio em Escolas Públicas.

Devido à pandemia do COVID-19, contexto no qual se inseriu a realização desse trabalho, não foi possível investigar a aplicação prática do GeoGebra em uma situação de ensino real, limitando o campo de pesquisa à área teórica.

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO

A inserção da tecnologia no ambiente escolar tem sido cada vez mais explorada nos últimos anos, visto que o constante desenvolvimento tecnológico e científico permite a adaptação dos procedimentos de outras áreas (da docência, inclusive) de modo a expandir os seus potenciais e torna-los mais eficientes e eficazes.

No entanto, esse paradigma “técnico-educacional” se provou incrivelmente difícil de ser superado, posto que as instituições escolares e o sistema educacional, em geral, estão pautados em uma visão conservadora, não sendo muito abertos à inclusão da tecnologia, como mostram os experimentos de Vaillant, Zidán e Biagas (2020, p.728-729, tradução nossa): “Constatou-se uma escassa orientação dos professores de Matemática à promoção de um trabalho pedagógico na aula apoiado pela tecnologia. 71% dos professores relevados manifestam uma baixa predisposição para o trabalho com tecnologia digital com seus alunos.”

Além disso, os alunos cada vez mais perdem o interesse pela obtenção do conhecimento, principalmente no nível de Ensino Médio, visto que o acesso livre a uma vasta e crescente quantidade de informações leva a um uso inadequado da tecnologia, onde dados são lidos, porém não são assimilados, não gerando conhecimento ou aprendizado e fazendo com que os aparatos tecnológicos sejam um meio de desinformação e distração.

Todavia, vários estudos recentes atestam a eficácia da tecnologia como ferramenta didática em todas as áreas do conhecimento, especialmente a da Matemática, visto que os computadores possuem uma capacidade de cálculo e representação gráfica muito elevada e rápida, proporcionando meios de interpretar e visualizar problemas, soluções e métodos de maneira inteligível, entre outras funcionalidades, como é evidenciado por Sousa (2018), que destaca o relato de um dos professores que participaram de seu experimento, onde o professor encontrava problemas com uma turma desmotivada e, após realizar uma atividade simples com o uso do celular, os resultados foram positivos e mostraram aumento na motivação e interesse dos alunos.

Cabe, dentro deste contexto, citar o software livre GeoGebra, que, conforme define o próprio site do GeoGebra, organização responsável pelo aplicativo: “é um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne Geometria, Álgebra, Planilha de Cálculo, Gráficos, Probabilidade, Estatística e Cálculos Simbólicos em um único pacote fácil de se usar” (HOHENWARTEN, 20-). Ainda, de acordo com os estudos de Arbain e Shukor (2015, p. 211, tradução nossa): “[...] GeoGebra é muito útil na sala de aula e mais eficiente que o método de ensino tradicional”.

Seria possível, então, aplicar o GeoGebra como ferramenta didática dentro do contexto do ensino da Matemática no Ensino Médio? E, em caso afirmativo, quais os conteúdos passíveis de auxílio deste software e como seria feito esse processo?

1.3 JUSTIFICATIVAS

Os alunos do Ensino Médio, principalmente no que diz respeito aos conteúdos de Matemática, além de apresentarem bastante dificuldade na absorção e na interpretação de dados e informações, ainda mostram grande desinteresse pelo processo de aprendizado, em grande parte devido ao fato de o método convencional de ensino, ainda utilizado amplamente,

não ser atrativo para eles, visto que agem apenas passivamente neste, sem participação relevante e sem utilizar as ferramentas que têm à disposição.

Ainda, essa metodologia “arcaica” não se deve a indisponibilidade de recursos, ou à falta de verba, mas sim à ausência de propostas de utilização que sejam simples e de fácil aplicação por parte dos professores, que, em sua maioria, não possuem conhecimentos avançados para manusear softwares mais complexos.

Ademais, a adaptação e evolução do sistema e dos métodos de ensino é de extrema importância para a formação plena dos alunos, visto que estes, posteriormente, devem ser capazes de utilizar as ferramentas à sua disposição para agir, quaisquer que sejam as áreas nas quais vão atuar, sendo que essas modificações na metodologia de ensino trazem benefícios não apenas para os alunos, que aprenderão melhor e com mais facilidade os conteúdos lecionados, mas também para os professores, que terão uma ferramenta para auxiliá-los a explicar e mostrar melhor suas ideias e conhecimentos.

Corroborando esse conceito, há vários estudos, como o de Sousa (2018) e o de Caligaris, Schivo e Romiti (2015) que comprovam a eficiência do GeoGebra como ferramenta de ensino e destacam o grande escopo de suas aplicações. No entanto, nenhum deles trabalha a sua aplicação voltada especificamente para o Ensino Médio, que é um dos níveis de ensino mais preocupantes em relação ao desinteresse quanto ao aprendizado.

Portanto, cabe a exploração e proposta de usos e métodos de aplicação de softwares livres, como o GeoGebra, visto que este possui uma interface agradável e simples, para o ensino da Matemática no Ensino Médio.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 Objetivo Geral

Refletir usos e aplicações do GeoGebra como ferramenta didática para o ensino da Matemática no Ensino Médio.

1.4.2 Objetivos Específicos

Identificar a aplicação de tecnologias digitais em sala de aula;
Explorar sobre aplicações do GeoGebra como ferramenta didática;
Analisar a aplicabilidade do GeoGebra para a docência;
Analisar a eficácia do GeoGebra para a docência;
Propor metodologias de ensino com a inclusão do GeoGebra para o Ensino Médio.

1.5 TIPO DA PESQUISA

Este trabalho é uma pesquisa aplicada descritiva e bibliográfica, embasada na análise de dados qualitativos.

Os dados para a análise e criação de propostas foram obtidos a partir do estudo de bibliografias, do próprio software e da BNCC (Base Nacional Comum Curricular) do Ensino Médio.

Para a seleção, foi analisado a aplicabilidade das metodologias em todos seus aspectos (tempo, facilidade, recursos...) e a relevância e contribuição da inserção da tecnologia para o processo de ensino-aprendizado.

Para a obtenção dos dados da amostra, foram utilizadas bases de dados virtuais, que permitiram o acesso ao GeoGebra, à BNCC e a obras de outros pesquisadores que serviram de embasamento teórico para a análise e proposição de aplicações.

A bibliografia coletada foi analisada e selecionada criteriosamente, de modo a contemplar de forma abrangente a tecnologia do ponto de vista educacional e servir de alicerce para a criação de metodologias que utilizem o GeoGebra no Ensino Médio.

Os critérios para a seleção de dados (obras) foram: relação do tema com a inserção da tecnologia em sala de aula; relevância da abordagem para a docência da Matemática; e aplicabilidade do método.

Já para os conteúdos da BNCC, foram observados: possibilidade de uso de CAS (Computer Algebra System), isto é, assistência computadorizada; e relevância do GeoGebra para o conteúdo.

Os dados serão considerados do ponto de vista qualitativo, sendo analisados como embasamento para a demonstração da eficiência e validade dos métodos a serem propostos, também sendo considerados os procedimentos utilizados pelos autores consultados para guiar a tomada de decisão quanto aos aspectos das metodologias propostas.

1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

Este trabalho é composto de quatro capítulos, cada um abordando um aspecto diferente da pesquisa.

O Capítulo 1 trata da temática do trabalho, sua problematização, seus objetivos, justificativa, delimitação, tipo de pesquisa e estrutura.

O Capítulo 2 consiste em uma análise das obras utilizadas como referencial teórico, feita de acordo com os temas abordados e sua relevância para o cumprimento dos objetivos propostos.

No Capítulo 3, estão os resultados dessa análise, juntamente com as propostas de aplicação do GeoGebra para cada ano do Ensino Médio, assim como uma avaliação das consequências que essas mudanças podem trazer, seguidas, posteriormente pelas conclusões obtidas a partir do estudo como um todo.

Já no Capítulo 4, são realizadas conclusões sobre os resultados abordados no decorrer da pesquisa, além de serem revistos os objetivos do trabalho e propor espaços para a realização de trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Esta seção apresenta os referenciais teóricos utilizados como base para o desenvolvimento do trabalho e como fonte de informações sobre o tópico.

2.1 GEOGEBRA PARA O ENSINO-APRENDIZADO

Um estudo feito por Mthethwa et al. (2020) relata e analisa os resultados e procedimentos de um experimento realizado com alunos de uma zona rural de alto nível de pobreza da África do Sul, onde foram formados um grupo experimental e um de controle, sendo que o primeiro estudou e desenvolveu atividades com o uso do GeoGebra, enquanto o segundo utilizou o método convencional.

Esse estudo demonstra a eficácia do GeoGebra, principalmente devido à sua acessibilidade, visto que não exige recursos e é um software gratuito, o que é enfatizado pelo fato de o estudo ser realizado em uma zona de alta pobreza, como destacam os autores:

A diferença nas pontuações mostradas nos valores médios dos grupos proveu aos pesquisadores uma razão para justificar o uso continuado do GeoGebra para ensinar geometria Euclidiana nas escolas rurais, em vez de limitá-lo a classes urbanas e suburbanas mais desenvolvidas. (MTHETHWA et al., 2020, p. 8, tradução nossa).

Ainda, o estudo em questão provou a fácil aplicabilidade do GeoGebra, visto que nem o professor, nem os alunos haviam tido contato prévio com o programa e, mesmo assim, a sua utilização não apenas facilitou o aprendizado dos alunos, como também aprimorou a percepção do professor sobre os conteúdos que lecionava previamente do método convencional, já que o programa permitiu a visualização dinâmica dos teoremas e conceitos, influenciando também a participação ativa dos alunos e interação entre eles, como o professor que participou do experimento relata:

Eles (os alunos) até arriscaram experimentar ideias independentemente [...]. Nunca vi meus alunos tão colaborativos, comunicativos e inquisitivos. Pude ver como a natureza dinâmica do GeoGebra permitiu a eles conectar ideias entre os conceitos verbais e as figuras e construir o seu entendimento. Estou animado com meus estudantes. [...]. Porém, eu confesso que também estou animado comigo mesmo e com o potencial de ambos meu aprendizado e minha docência. (MTHETHWA et al., 2020, p. 6-7, tradução nossa).

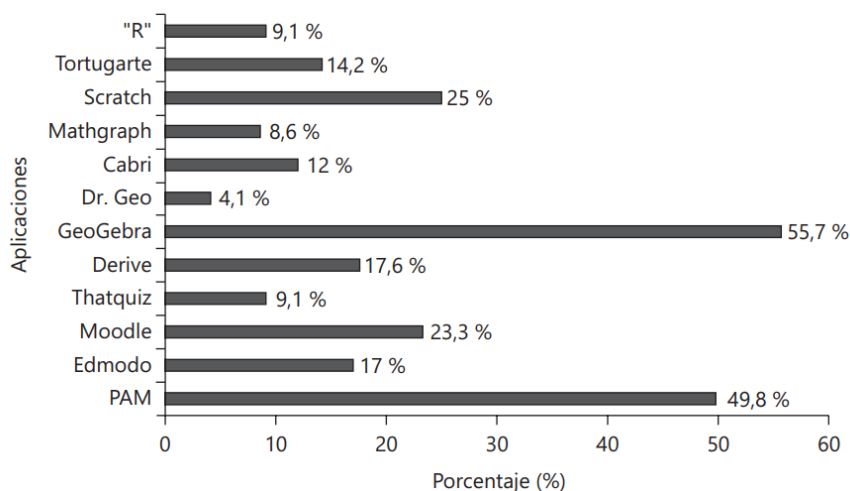
2.2 USO DE FERRAMENTAS DIGITAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Existem várias ferramentas digitais capazes de auxiliar no ensino da Matemática, entretanto, enquanto a maioria é voltada para lógicas de programação, o GeoGebra é direcionado à usabilidade e à ambientação gráfica (ESGUERRA-PRIETO; GONZÁLEZ-GARZÓN; ACOSTA-LOPÉZ, 2018).

Um estudo feito no sistema de ensino do Uruguai para averiguar os aspectos do uso de tecnologia no ensino da Matemática feito por Vaillant, Zidán e Biagas (2020) engloba vários aspectos de sua aplicação, como a frequência de utilização de ferramentas tecnológicas, nomes das ferramentas utilizadas, características dos profissionais estudados, entre outros.

Esse estudo se demonstra muito útil para a construção de um perfil de profissional que seja capaz de aplicar ferramentas digitais no exercício da docência da Matemática, além de demonstrar também a eficiência do GeoGebra em comparação a outras ferramentas similares, posto que, dado suas características singulares (facilidade de uso, interatividade, aplicabilidade vasta...) esta é a ferramenta de uso mais ocorrente, como mostrado no Gráfico 1.

Gráfico 1 - Porcentagem de uso por ferramenta tecnológica.



Fonte: VAILLANT; ZIDÁN; BIAGAS, 2020, p. 726.

Ainda, através desse estudo, é possível determinar a partir de análises estatísticas, os fatores responsáveis pela escassa aplicação da tecnologia em sala de aula, como destacam Vaillant, Zidán e Biagas (2020, p. 733, tradução nossa):

Ainda que a idade não seja um fator que influencie no uso de tecnologia pelos professores de Matemática participantes do estudo, foi constatado que outros fatores, como possuir um título de pedagogia para o nível onde atuam ou a experiência profissional como professores de nível secundário são elementos que contribuem para aumentar a efetividade do uso das TIC na Educação Básica.

Sendo assim, essa obra se torna importante tanto para a análise da aplicação do GeoGebra em sala de aula, posto que determina o perfil profissional no qual os professores devem, preferencialmente, se enquadrar para ter-se um aumento na eficácia de sua aplicação, quanto para a constatação da eficiência do GeoGebra em comparação às demais ferramentas disponíveis.

Ainda, como ressalta Valdés, Mendieta e Martínez (2019, p.107, tradução nossa):

O GeoGebra é um elemento mediador entre o aluno e o conhecimento matemático, objeto de estudo, esta relação pode descrever-se mediante a tríade aluno-GeoGebra-conteúdo. Este não é apenas um recurso didático para aplicar ou comprovar o aprendido, senão também, para descobrir novos conhecimentos sob a orientação do professor, o qual é um objetivo alcançável no ensino da Matemática.

2.3 USO DO GEOGEBRA NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Um trabalho elaborado por Sousa (2018) aborda a aplicação de um processo de formação continuada de docentes visando à preparação para a utilização do GeoGebra dentro da sala de aula como ferramenta didática, proporcionando aos professores o conhecimento necessário para tal e coletando anotações, observações e informações sobre o processo, tanto do ponto de vista do condutor do experimento (autor) como do ponto de vista dos docentes, através de questionários e entrevistas.

Essa obra, além de exemplificar aplicações do GeoGebra na Educação Básica, através dos “encontros” propostos pelo autor, ainda reúne e analisa as impressões dos professores e sua predisposição à capacitação voltada para a integração da tecnologia na didática, fornecendo, ainda, as opiniões dos professores quanto aos fatores limitantes e obstáculos à essa adaptação do sistema de ensino e criando uma ideia de como é a realidade das instituições escolares, quais e como devem ser aplicados os procedimentos preparatórios para a utilização do GeoGebra para o ensino da Matemática.

Cada professor encontra uma dificuldade específica em relação à aplicação do GeoGebra em sala de aula, porém esses obstáculos, no geral se referem à falta de incentivo ou de profissional qualificado para orientá-los e/ou auxiliá-los no processo e, ainda, à falta de qualificação para tal, como é evidenciado pelas respostas dos professores entrevistados pelo autor com relação às dificuldades encontradas para o uso do Laboratório de Informática como recurso pedagógico que constam no Quadro 1.

Quadro 1 - Respostas sobre as principais dificuldades encontradas para o uso do Laboratório de Informática como recurso pedagógico.

P1	Falta de Conhecimentos.
P2	Nunca usei, não sei as dificuldades.
P3	É não saber manusear, por falta de cursos.
P4	Ter internet no momento, com condição de acessar. Como fazer para que todos os alunos participem.
P5	A falta de profissionais (monitores) da área de informática; A falta de cooperação dos alunos.
P6	Não ter uma pessoa (profissional) capacitado e que esteja sempre pronto; a internet ruim e computadores sem manutenção.
P7	As dificuldades são o próprio laboratório na escola em atividade e permanência.
P8	A falta de apoio pedagógico e de um especialista.

Fonte: SOUSA, 2018, p. 60.

Ainda, foi abordado a impressão dos professores quanto à relação professor-aluno frente à presença da tecnologia no ambiente de ensino-aprendizado, visto que esse choque de visões quanto à tecnologia costuma trazer à tona adversidades nas interações entre professores e alunos, fato enfatizado pelos professores e pelo autor:

[...] o professor P2 afirmou em relação aos alunos que “eles não têm medo de mexer”, enquanto P3 indicou que “eles têm assim uma facilidade incrível”, já P5 afirmou que “os professores precisam ter muita humildade”, explicando que os alunos conhecem mais sobre tecnologias que os professores e que isso às vezes pode causar alguns problemas, dificultando o uso das tecnologias em sala de aula. (SOUSA, 2018, p. 62-63).

Caligaris, Schivo e Romiti (2015) tratam da proposição de aplicações do GeoGebra para lecionar conceitos iniciais de Cálculo Diferencial e Integral, como a definição de limites, derivadas e integrais, fazendo uso do dinamismo visual do aplicativo para incentivar e aprimorar a assimilação do conteúdo por parte dos estudantes, posto que a

maioria tem dificuldade com esse aprendizado por não conseguirem visualizar o significado dos teoremas e fórmulas.

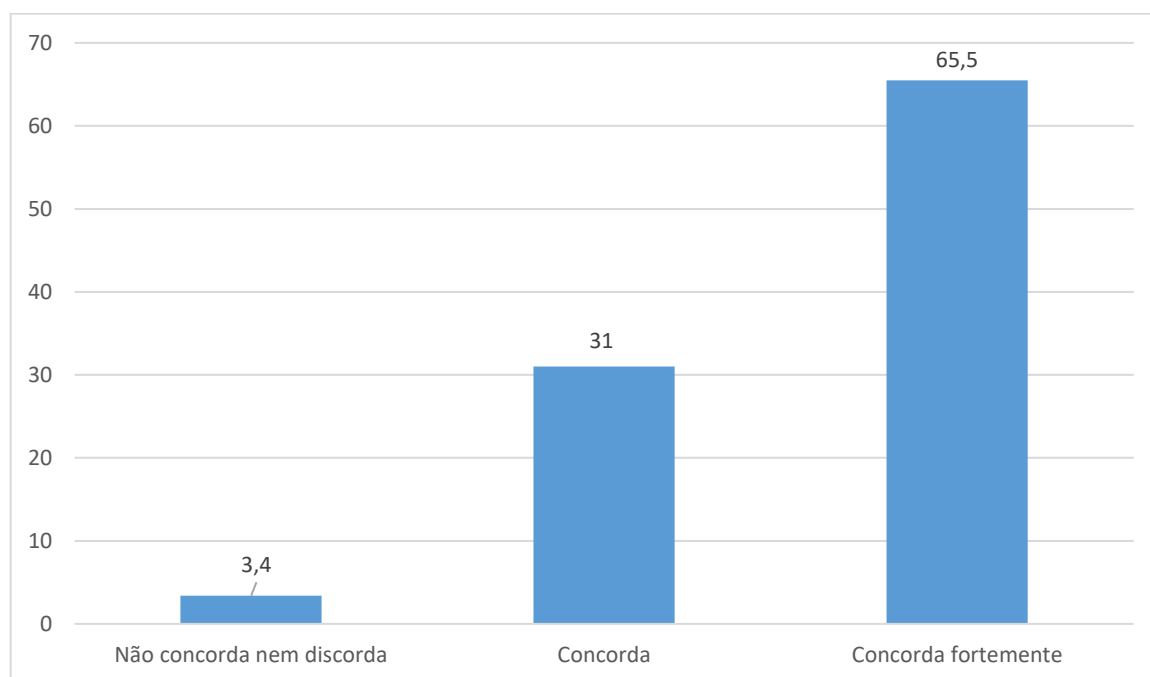
Diferentemente de outras obras mais comuns, esse trabalho estuda a aplicação do GeoGebra no Ensino Superior, ponto de vista muito importante para analisar a aplicabilidade do GeoGebra com tópicos mais complexos e não apenas de Geometria Euclidiana, visto que algumas dificuldades encontradas pelos alunos na disciplina de Cálculo I são, virtualmente, as mesma encontradas por alunos do Ensino Médio em outros conteúdos, como destacam os autores: “Os gráficos em livros, assim como no quadro negro, são estáticos e requerem que a imaginação dos estudantes seja treinada adequadamente” (CALIGARIS; SCHIVO; ROMITI, 2015, p. 1188). Essa limitação encontrada pelos métodos convencionais diminui o potencial de assimilação da maioria dos alunos, gerando lacunas no aprendizado que poderiam ser facilmente evitadas com o uso de aplicativos que permitem a visualização dinâmica dos conceitos, como o GeoGebra.

2.4 EFEITOS DO GEOGEBRA NO DESENVOLVIMENTO DOS ESTUDANTES

A pesquisa de Arbain e Shukor (2015) é um experimento realizado na Malásia, consistindo de um estudo estatístico entre o desenvolvimento durante o aprendizado de um determinado conteúdo de dois grupos: um de alunos que utilizaram o GeoGebra para auxiliá-los (grupo experimental); e outro que aprendeu do modo convencional (grupo de controle).

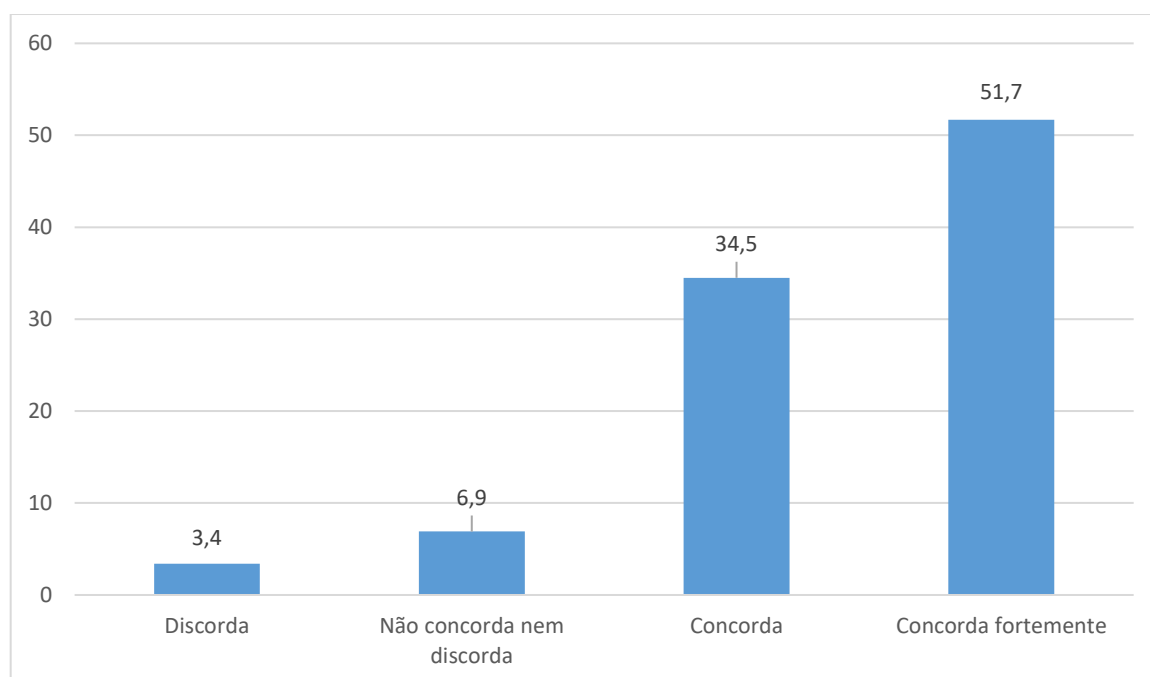
Essa análise e questionários contribuem para formar uma imagem da recepção dos alunos, em geral, quanto ao uso da tecnologia para ensinar Matemática, como pode ser percebido pelas respostas dos alunos do grupo experimental que são mostradas nos Gráfico 2 e 3.

Gráfico 2 - Porcentagem das respostas dos alunos à afirmação “gosto de usar o GeoGebra”.



Fonte: ARBAIN e SHUKOR, 2015, p. 213, tradução nossa.

Gráfico 3 - Porcentagem das respostas dos alunos à afirmação “prefiro aprender Matemática com o GeoGebra”.



Fonte: ARBAIN e SHUKOR, 2015, p. 213, tradução nossa.

A partir dessa investigação, pode-se perceber que os alunos, no geral, estão abertos à utilização de ferramentas digitais, mais especificamente, o GeoGebra, para auxiliar no ensino da Matemática, como enfatizam os autores:

Os estudantes podem se beneficiar com o GeoGebra para aprender Matemática, porque eles podem interagir com a tecnologia. Estudantes do século XXI conhecem de computadores e as oportunidades de aprender usando apoio tecnológico atrairá mais atenção.” (ARBAIN e SHUKOR, 2015, p. 214, tradução nossa).

Sendo assim, cabe trabalhar de forma embasada nessas conclusões, para visar uma melhor integração do GeoGebra no ambiente educacional, contribuindo de forma multidirecional para a relação professor-tecnologia-aluno.

3 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Esta seção trata das análises envolvidas na realização da obra e seus consequentes resultados com suas respectivas discussões.

3.1 COLETA E ANÁLISE DOS DADOS

Do ponto de vista educacional, tem-se como base primária para trabalhos referentes à organização curricular do ensino do Nível Básico a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) que descreve habilidades e competências relacionadas as áreas do conhecimento trabalhadas nessa etapa.

No entanto, a BNCC do Ensino Médio, diferentemente da do Ensino Fundamental, não traz uma separação anual ou programação de conteúdos, sendo o currículo flexibilizado quanto à ordenação dos conteúdos e permitido sua reordenação em concordância com as habilidades e competências propostas pelo documento, permitindo a cada escola trabalhar de forma diferente (BRASIL, 2017).

Sendo assim, para a estruturação dos conteúdos e posterior aplicação do software GeoGebra de forma incorporada à programação, adotou-se como referência os livros didáticos da coleção “Matemática: Contexto & Aplicações” (DANTE, 2016) que propõe uma divisão estruturada dos conteúdos em concordância com a BNCC, proporcionando não apenas uma organização curricular, mas também exercícios e formas de abordagem para cada conteúdo.

Ainda, para a seleção dos conteúdos a serem analisados, dentro dos sugeridos pelo livro didático supracitado, observou-se a influência do software GeoGebra sobre eles e se sua incorporação à metodologia de ensino seria benéfica ou prejudicial a eficácia e eficiência desta, isto é, se os benefícios advindos da utilização do software compensariam pelo esforço empenhado em sua utilização (adaptação dos alunos/professores, dificuldade na execução da tarefa com o software, entre outros).

Observa-se que, apesar de o livro didático utilizado estruturar uma sequência didática fragmentada anualmente, a análise das aplicações foi agrupada por afinidade de conteúdos em cada ano, ou seja, dentro da programação de um mesmo ano do Ensino Médio,

os conteúdos selecionados não são abordados obedecendo à risca a ordem elaborada pelo autor do livro, conforme mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 - Conteúdos selecionados para abordagem.

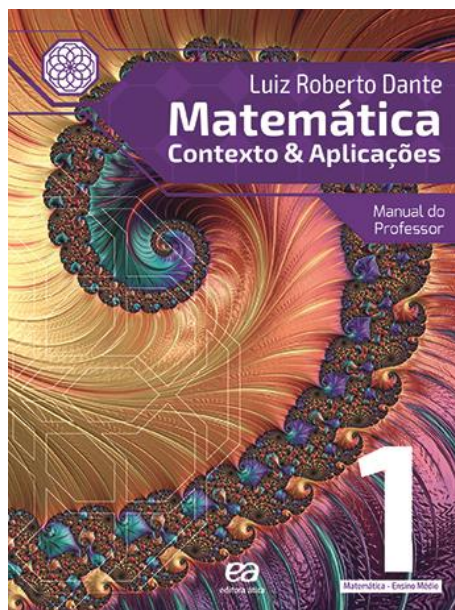
Série	Conteúdos Selecionados	Capítulos do livro (do volume referente à série)
1º	Funções e seu tipos (afim, quadrática...)	2 a 6
	Trigonometria no triângulo retângulo	8
2º	Trigonometria	1 a 3
	Sistemas Lineares	5
	Geometria Plana	6
3º	Geometria Analítica	4 a 6
	Trigonometria	10

Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

3.1.1 Primeiro ano do Ensino Médio

Posto que a proposta de conteúdos desta etapa é composta basicamente dos conteúdos de Funções e Trigonometria, então o GeoGebra é aplicável de forma contribuinte em qualquer conteúdo do livro didático (Figura 1), com exceção de Conjuntos e Sequências, nos quais sua utilização gera mais dificuldades que benefícios a menos que se tenha domínio do software, o que foge à abordagem proposta.

Figura 1 - Capa do primeiro volume da obra.

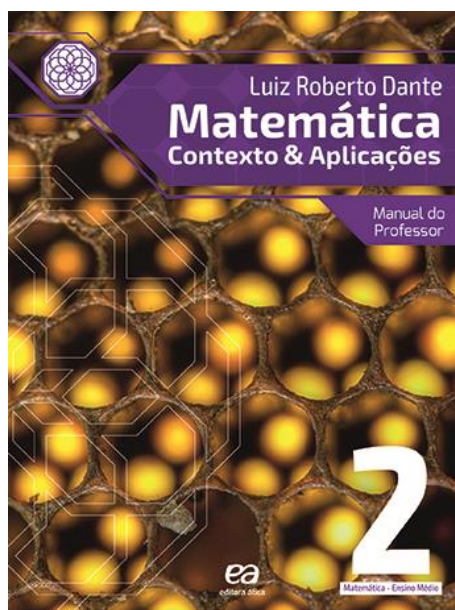


Fonte: DANTE, v.1, 2017.

3.1.2 Segundo ano do Ensino Médio

Para o segundo ano, cujo livro é mostrado na Figura 2, recomenda-se a aplicação do GeoGebra nos conteúdos de Trigonometria e Geometria Plana, assim como o de Sistemas Lineares, nos quais o potencial gráfico do software é aproveitado de maneira intuitiva, simples e rápida, não sendo necessário conhecimentos aprofundados sobre este.

Figura 2 - Capa do segundo volume da obra.

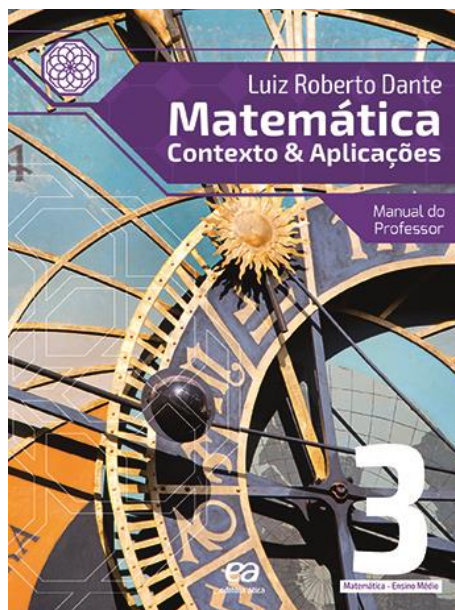


Fonte: DANTE, v. 2, 2017.

3.1.3 Terceiro ano do Ensino Médio

Visto que o GeoGebra tem suas principais funcionalidades voltadas para a Geometria, os temas do livro didático (Figura 3) que mais se alinham com a proposta são a Geometria Analítica e a Trigonometria, já que o GeoGebra é uma ferramenta gráfica muito poderosa nesses âmbitos.

Figura 3 - Capa do terceiro volume da obra.



Fonte: DANTE, v. 3, 2017.

3.2 RESULTADOS OBTIDOS

A partir da seleção de conteúdos de acordo com os critérios estabelecidos, propõem-se exemplos de metodologias de ensino e resolução de problemas assistidos pelo GeoGebra, de forma a exemplificar e comparar a eficiência dos métodos tradicionais (sem auxílio de software gráfico) à das metodologias com a inclusão do GeoGebra, posto que, conforme mostram os estudos de Zengin, Furkan e Kutluca (2012, p. 187, tradução nossa):

[...] a instrução assistida por computador como um suplemento para a instrução construtivista é mais efetiva do que o método de ensino construtivista. [Existe um] impacto positivo em utilizar softwares de aprendizado matemático, assim, melhorando o aprendizado e compreensão dos estudantes. Após este estudo, é descoberta uma diferença entre os [...] dois grupos e essa diferença é estatisticamente significativa a favor do grupo que utilizou o GeoGebra.

Assim, divide-se por conteúdo e série (vide Tabela 2) as aplicações do GeoGebra, de forma a seguir a estrutura proposta previamente e padronizar a comparação.

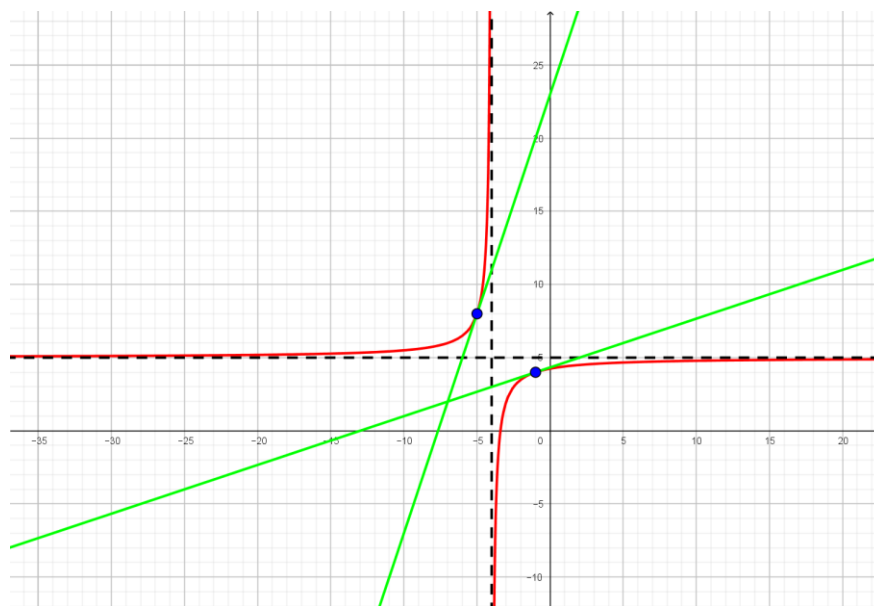
3.2.1 Primeiro ano do Ensino Médio

Para o conteúdo de funções e seus tipos, devido à vasta aplicabilidade do GeoGebra nesse quesito, o autor do livro didático utilizado propõe ao final de cada capítulo a aplicação do software, no entanto, vale a sua aplicação não apenas como método de constatação e confirmação de resultados, mas também como ferramenta de ensino, sendo assim, sugere-se a utilização deste de maneira similar à sugerida pelo autor, porém durante a abordagem do conteúdo, não após esta.

Então, para a abordagem do conteúdo de Funções (se referindo à definição do conceito e elementos de funções, não ao conteúdo todo), recomenda-se a utilização do software para mostrar de forma gráfica e interativa, preferencialmente com a participação dos alunos em metodologias ativas, os conceitos de Coordenadas Cartesianas; Gráfico de Funções; Domínio, Contradomínio e Imagem; Funções Crescentes e Decrescentes; Máximo e Mínimo; Injetividade, Sobrejetividade e Bijetividade, sendo utilizado o GeoGebra para criar exemplos interativos com sugestões dos próprios alunos. Além disso, vale utilizar funções fora do âmbito do Ensino Médio para que os alunos vejam que esses conceitos gerais se aplicam a qualquer função, por mais complexa que seja; e, ainda, que existem inúmeros outros tipos de função além das estudadas nessa etapa.

Um exemplo dessa aplicação é a utilização da Figura 4, que retrata o gráfico de uma função racional, que não se enquadra nos tipos estudados mostrando suas assíntotas vertical (refletindo um valor que não se encontra no seu domínio) e horizontal (refletindo um valor que não se encontra na sua imagem), assim como a tangente em dois pontos (representando que a função é crescente nesses pontos. Ainda, é possível identificar interseções com os eixos cartesianos e também identificação de máximos e mínimos com outras funções (Figura 4).

Figura 4 - Aplicação do GeoGebra em funções

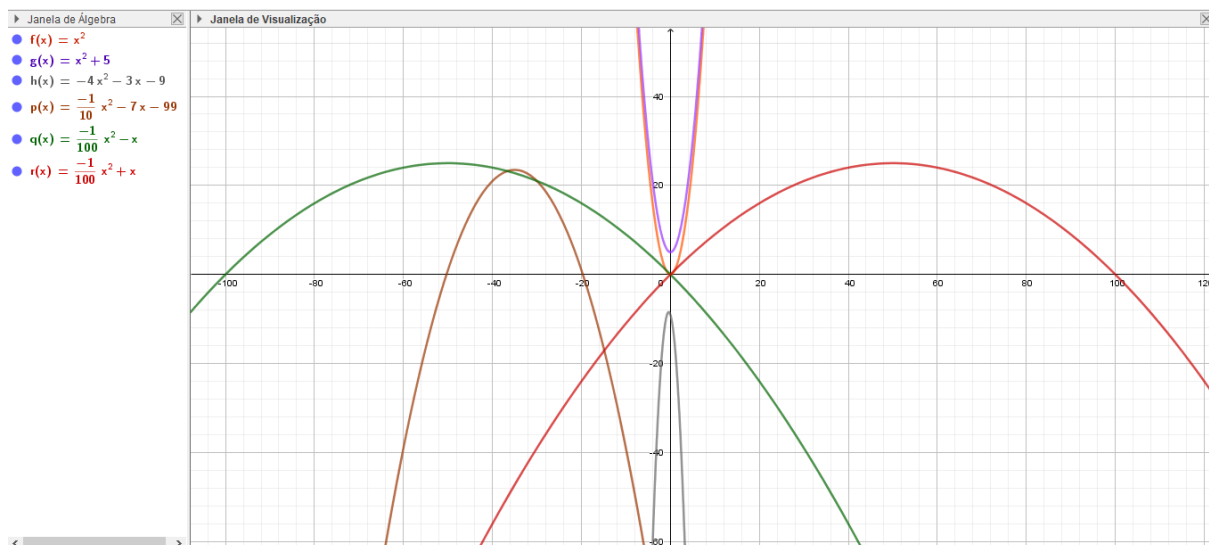


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Dentro do contexto dos tipos de funções, posto que esses tipos, na verdade são famílias de funções que podem ser determinadas com certos parâmetros (como, por exemplo, a e b nas funções afins e a , b e c nas funções quadráticas), vale a utilização da ferramenta “Controle Deslizante” do GeoGebra para permitir a variação desses parâmetros de forma dinâmica, analisando o que ocorre para diferentes valores destes, especialmente quanto aos sinais deles (nulo, positivo e negativo), permitindo aos alunos visualizar a influência de cada um sobre os aspectos gráficos das funções e sobre seus domínios e imagens, assim como analisar as interseções com os eixos, entre outros elementos.

O GeoGebra, nesse contexto também pode ser utilizado para tornar mais intuitiva a dedução de fórmulas relativas ao cálculo de raízes, pontos extremos e interseções, assim como analisar graficamente a veracidade delas, de forma complementar às explicações do livro didático e do professor, como mostram as Figuras 5 e 6.

Figura 5 - Família de funções quadráticas.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

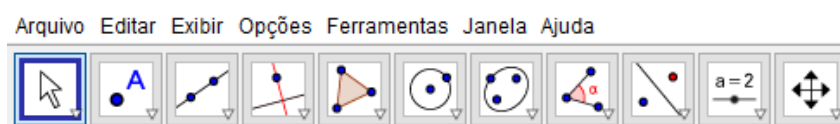
Figura 6 - Família de funções exponenciais.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Já no âmbito do conteúdo de Trigonometria no triângulo retângulo, são úteis as ferramentas interativas de Geometria Plana do GeoGebra, encontradas na barra de ferramentas do programa, como mostra a Figura 7 e as ferramentas dinâmicas do programa.

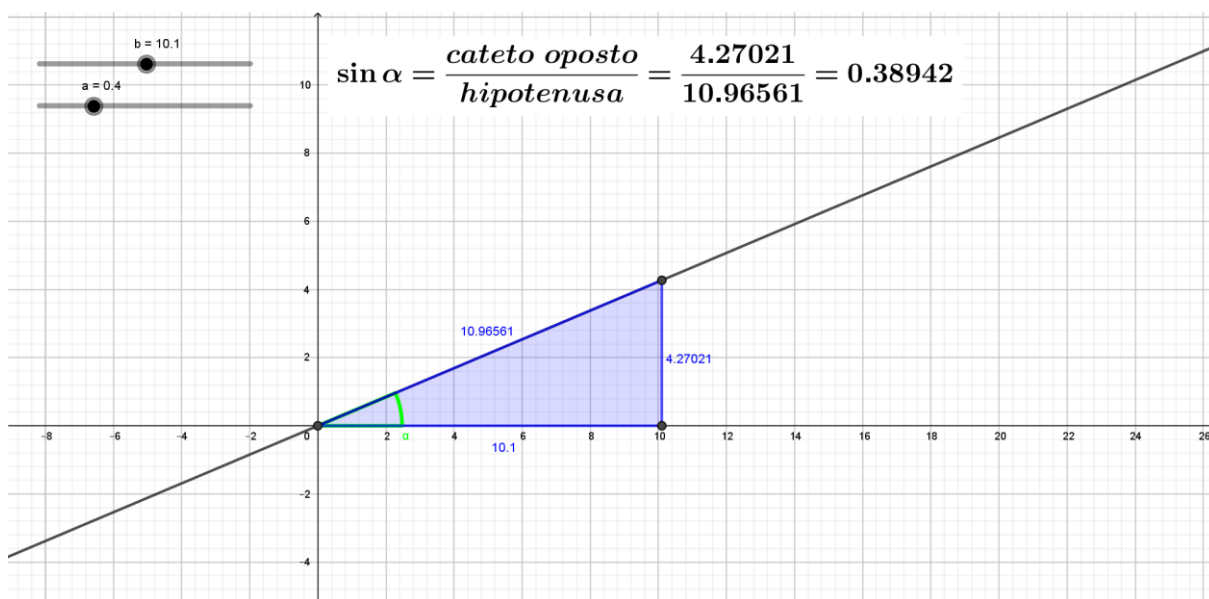
Figura 7 - Barra de ferramentas do GeoGebra.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Por exemplo, no conteúdo de relações trigonométricas no triângulo retângulo, pode-se utilizar construções dinâmicas para mostrar que o seno, cosseno e tangente dependem apenas do ângulo, mas não do tamanho do triângulo retângulo que está sendo abordado, como é mostrado na Figura 8.

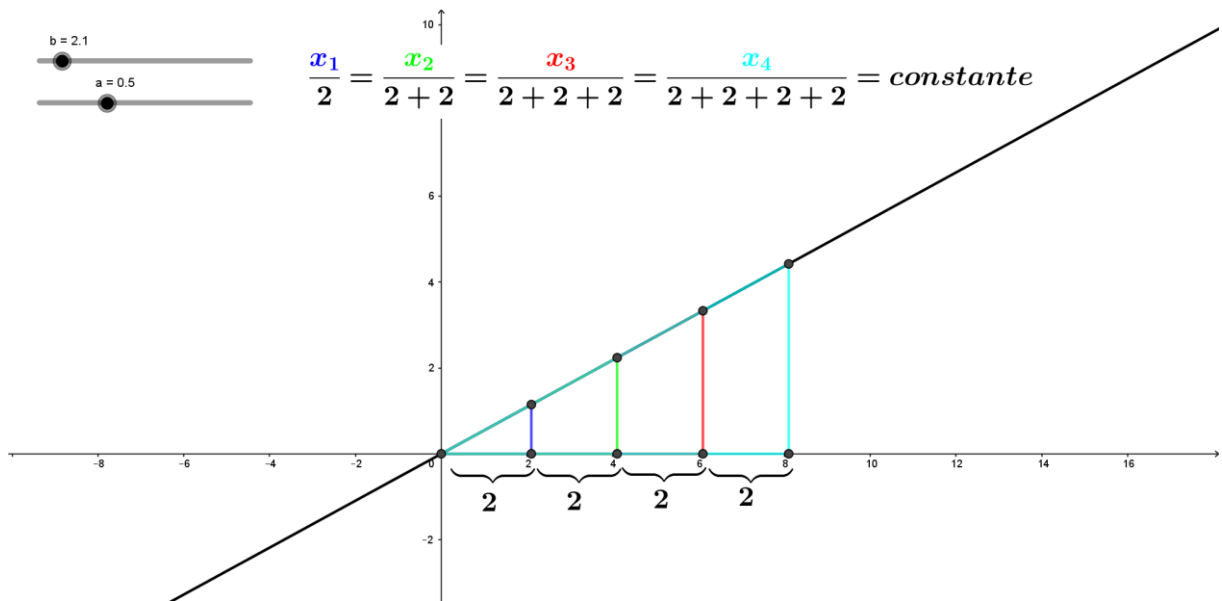
Figura 8 - Ferramenta dinâmica mostrando a interferência do ângulo e tamanho de um triângulo retângulo no valor calculado.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Ainda, para o conteúdo de Teorema de Tales e Semelhança de triângulos, podem ser utilizadas as mesmas ferramentas, com a adição de elementos dinâmicos (controles deslizantes e textos dinâmicos) e cores para mostrar constantes de proporcionalidade, entre outros, como mostra a Figura 9.

Figura 9 - Uso do GeoGebra para visualizar Teorema de Tales e Semelhança de triângulos.

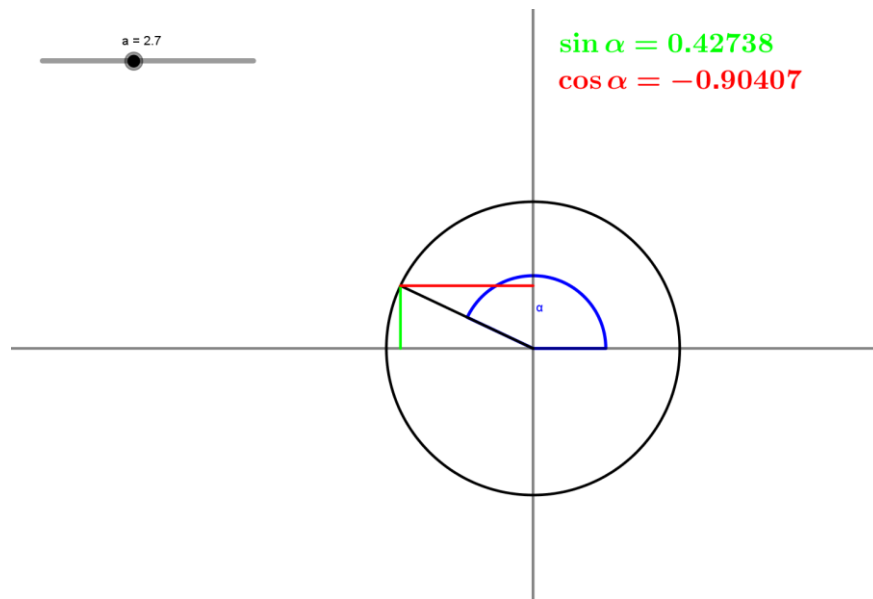


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

3.2.2 Segundo ano do Ensino Médio

Para o conteúdo de Trigonometria, é proposto a utilização de ferramentas dinâmicas de Geometria Plana para explicação de conteúdos como Lei dos Senos, Lei dos Cossenos, Conceitos trigonométricos (graus, radianos, circunferência trigonométrica, etc.), como mostra a Figura 10.

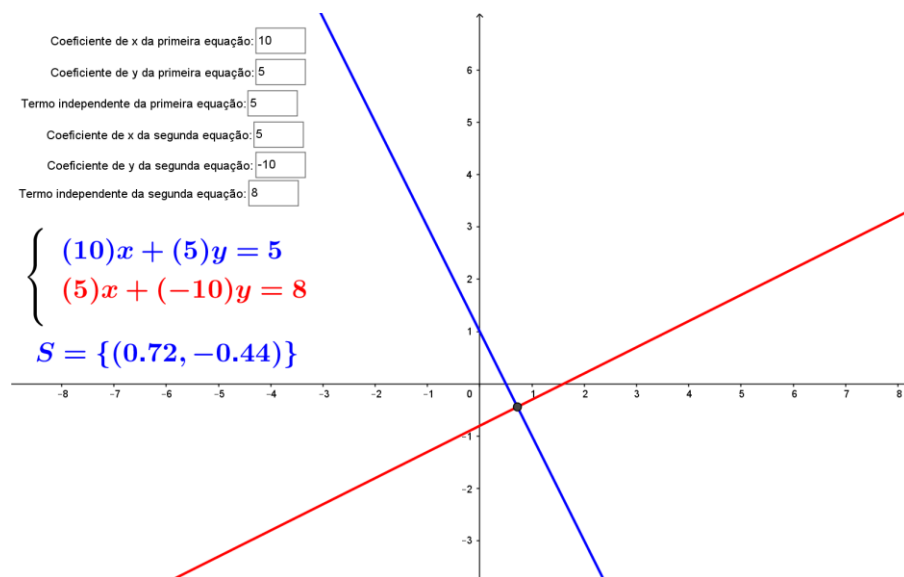
Figura 10 - Ferramenta dinâmica mostrando a circunferência trigonométrica.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Ainda, para o conteúdo de Sistemas Lineares, pode-se fazer uma ferramenta interativa de resolução e representação gráfica de sistemas lineares, que permite aos alunos visualizar o potencial das ferramentas tecnológicas na solução de problemas matemáticos e também ajude-os a entender a representação gráfica de sistemas lineares como um conjunto de retas em um espaço (no caso de sistemas de duas equações, esse espaço seria $\mathbb{R}^2$), como é mostrado na Figura 11.

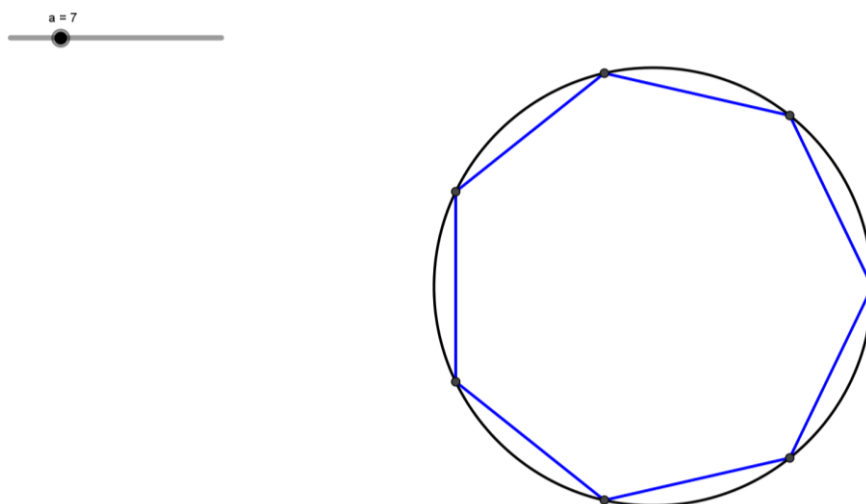
Figura 11 - GeoGebra na representação de sistemas lineares.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Para conteúdos de Geometria Plana, como o estudo de polígonos regulares inscritos e áreas, vale também a utilização de ferramentas dinâmicas que permitam visualizar múltiplos casos de polígonos regulares inscritos, assim como realizar cálculos ou mostrar a variação de uma grandeza específica em função de outras de maneira dinâmica (como a variação da área de um polígono regular inscrito em uma circunferência e sua relação com a área do círculo descrito pela circunferência quando se aumenta o número de lados), como pode-se observar na Figura 12.

Figura 12 - Polígono regular inscrito.

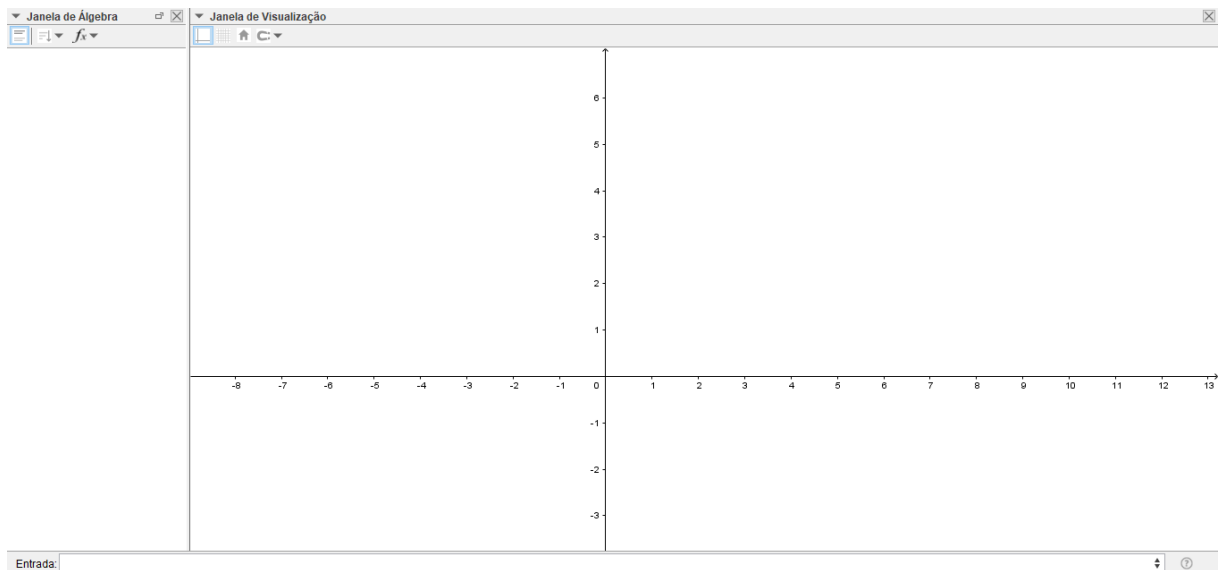


Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

3.2.3 Terceiro ano do Ensino Médio

Visto que a Geometria Analítica é uma das aplicações principais do GeoGebra, como é evidenciado pela interação entre o Campo de Entrada, a Janela de Visualização e a Janela de Álgebra, que permitem a inserção de equações e sua representação gráfica, além da possibilidade da manipulação interativa e dinâmica destes elementos (Figura 13).

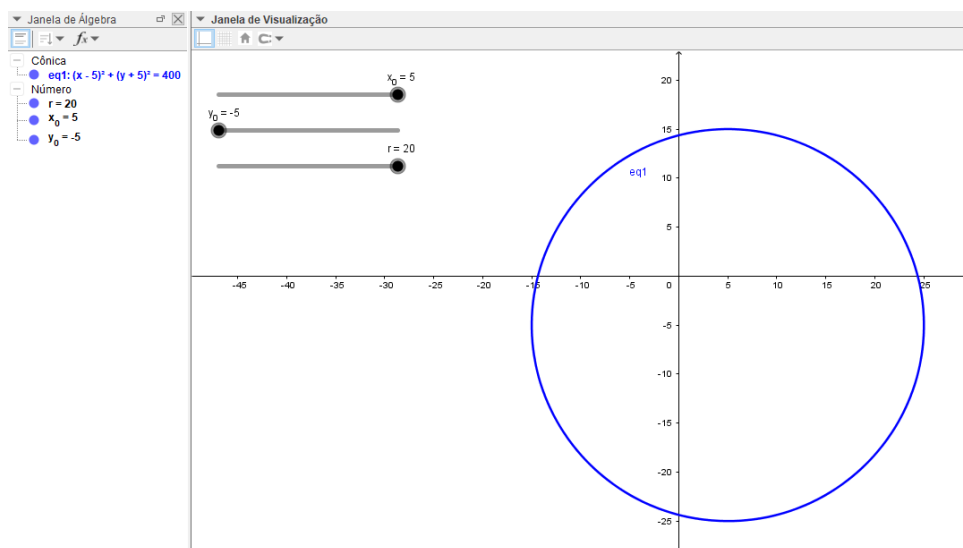
Figura 13 - Ilustração da Janela de Visualização, Janela de Álgebra (esquerda) e Campo de Entrada (embaixo).



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Então, utilizando-se dessas funcionalidades do software, recomenda-se a utilização dessas ferramentas durante a explicação dos conteúdos relativos à Geometria Analítica, para permitir aos alunos visualizar os conceitos de forma gráfica e fácil, como por exemplo, a equivalência entre as formas de representação de uma equação ou a influência dos coeficientes da equação de uma circunferência na sua representação gráfica, como mostra a Figura 14.

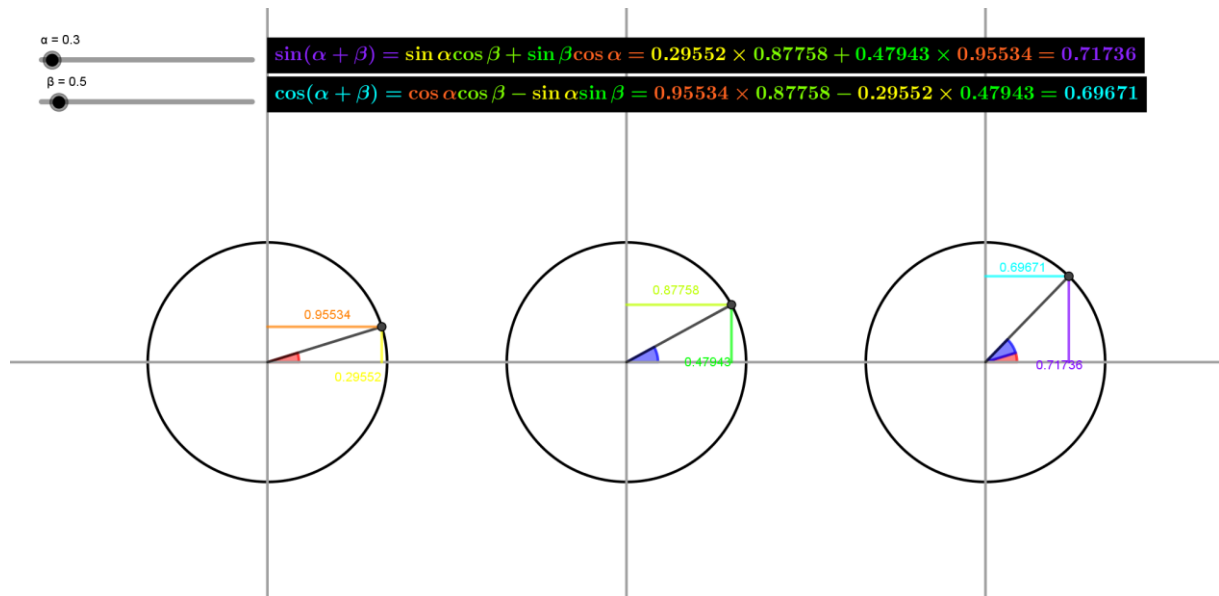
Figura 14 - Equação dinâmica de uma circunferência.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

Já para os conteúdos de Trigonometria, recomenda-se a utilização de materiais interativos para mostrar de forma interativa as fórmulas e relações trigonométricas, a fim de entendê-las e constatar-las de forma visual, como exemplifica a Figura 15.

Figura 15 - Representação gráfica das fórmulas do seno e cosseno da soma de dois ângulos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2020.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A associação do GeoGebra com os métodos de ensino tradicionais, sugere um aumento da facilidade da explicação e absorção dos conteúdos, graças à sua abrangência de áreas da Matemática e sua vastidão de funcionalidades, em junção com suas ferramentas dinâmicas e interativas, de forma que, com a realização do presente estudo é possível explorar as aplicações do GeoGebra no ensino da Matemática através de propostas metodológicas que incorporam seu uso ao currículo do Ensino Médio.

Ainda, devido ao dinamismo possibilitado pelo software, os alunos podem não apenas entender o que um elemento influencia em um certo conceito (como um coeficiente em uma equação de uma função), mas também perceber visualmente o que ocorre como resultado de sua alteração e quais as relações existentes entre elementos em um determinado conjunto, o que ressalta a aplicabilidade do software como ferramenta didática.

Ademais, é possível visualizar de maneira simples e eficaz conteúdos desde Geometria Plana e Trigonometria até Geometria Analítica e Sistemas Lineares utilizando uma interface simples e, mais importante ainda, que permita a participação ativa dos alunos no processo de ensino-aprendizado, fazendo com que este seja executado de forma mais eficaz, cumprindo melhor sua proposta.

Entretanto, dado que a teoria, embora sirva de base para a prática, apresenta diferenças significativas em relação a esta e é difícil prever a aceitação dos e adaptação dos alunos com relação ao uso do software, propõe-se, a partir deste estudo, a elaboração de um currículo que integre as tecnologias, mais especificamente o GeoGebra, no ensino da Matemática, visto que este possibilita um melhor desenvolvimento das habilidades e competências descritas pela Base Nacional Comum Curricular e, conseqüentemente, um melhor desempenho e absorção dos conteúdos pelos alunos, de forma a tornar a experiência em sala de aula uma atividade ativa, interativa e visual, em contraste com os métodos comumente usados, que se constituem em uma metodologia de cunho passivo, monótono e abstrato, prejudicando a eficácia do processo de ensino-aprendizado.

REFERÊNCIAS

AIZIKOVITSH-UDI, Einav; RADAKOVIC, Nenad. Teaching probability by using geogebra dynamic tool and implementing critical thinking skills (em inglês). **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 46, p. 4943-4947, 2012. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042812021003>>. Acesso em: 27 set. 2020.

AMADO, Nélia; SANCHEZ, Juan; PINTO, Jorge. A utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. **BOLEMA - Boletim de Educação Matemática**, v. 29, n. 52, p. 637-657, ago. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-636X2015000200012&lang=pt>. Acesso em: 27 set. 2020.

ARBAIN, Nazihatulhasanah; SHUKOR, Nurbiha A. The Effects of GeoGebra on Students Achievement (em inglês). **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 172, p. 208-214, jan. 2015. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815003936>>. Acesso em: 02 set. 2020.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**: Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518-versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 27 set. 2020.

CALIGARIS, Marta G.; SCHIVO, María E.; ROMITI, María R. Calculus & GeoGebra, na interesting partnership (em inglês). **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 174, p. 1183-1188, fev. 2015. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042815007879>>. Acesso em: 02 set. 2020.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: Contexto & Aplicações**. Obra em 3 v., 3 ed. São Paulo: Ática, 2016.

ESGUERRA-PRIETO, Brayan; GONZÁLEZ-GARZÓN, Natalia; ACOSTA-LÓPEZ, Alberto. Mathematical software tools for teaching of complex numbers (em inglês). **Revista Facultad de Ingeniería**, v. 27, n. 48, p. 79-89, ago. 2018. Disponível em: <http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-11292018000200079&lang=pt>. Acesso em: 27 set. 2020.

HOHENWARTEN, Markus. **GeoGebra**. [S.l.], [20-]. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/>>. Acesso em: 10 dez. 2020.

MTHETHWA, Mthembeni et al. GeoGebra for learning and teaching: A parallel investigation (em inglês). **South African Journal of Education**, v. 40, n. 2, p. 1-12, mai. 2020. Disponível em: <http://www.scielo.org.za/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0256-01002020000200008&lang=pt>. Acesso em: 02 set. 2020.

REIS, Zerrin A.; OZDEMIR, Sebnem. Using Geogebra as an information technology tool: parabola teaching (em inglês). **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 9, p. 565-572, 2010. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042810023037>>. Acesso em: 27 set. 2020.

SAHA, Royati A.; AYUB, Ahmad F. M.; TARMIZI, Rohani A. The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning (em inglês). **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 8, p. 686-693, 2010. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042810022007>>. Acesso em: 27 set. 2020.

SOUSA, Jakson Ferreira. **Uso do Geogebra no Ensino da Matemática**. 2018. 156f. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Curso de Pós-graduação stricto sensu em Ensino, Universidade do Vale do Taquari, Lajeado, 2020. Disponível em: <<https://www.univates.br/bdu/bitstream/10737/2482/1/2018JaksonFerreiradeSousa.pdf>>. Acesso em: 02 set. 2020.

VAILLANT, Denise; ZIDÁN, Eduardo R.; BIAGAS, Gustavo B. **Uso de plataformas y herramientas digitales para la Enseñanza de la Matemática (em espanhol)**. 2020. Disponível em: <https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0104-40362020000300718&lang=pt>. Acesso em: 02 set. 2020.

VALDÉS, Eloy A.; MENDIETA, Juan F. M.; MARTÍNEZ, Jorge L. S. El Geogebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática em la Secundaria Básica haciendo matemática (em espanhol). **Revista Conrado**, v. 15, n. 70, p. 102-108, dez. 2019. Disponível em: <http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1990-86442019000500102&lang=pt>. Acesso em: 27 set. 2020.

ZENGİN, Yilmaz; FURKAN, Hasan; KUTLUCA, Tamer. The effect of dynamic mathematics software geogebra on student achievement in teaching of trigonometry (em inglês). **Procedia - Social and Behavioral Sciences**, v. 31, p. 183-187, 2012. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1877042811029673>>. Acesso em: 27 set. 2020.