



UNISUL

UNIVERSIDADE DO SUL DE SANTA CATARINA

HIGOR LOPES SILVA

ALOCAÇÃO DE INVESTIMENTOS ENTRE RENDA FIXA E VARIÁVEL NO BRASIL
UTILIZANDO MODELO DE MARKOWITZ ENTRE OS ANOS 1999 E 2016

PALHOÇA

2017

HIGOR LOPES SILVA

ALOCAÇÃO DE INVESTIMENTOS ENTRE RENDA FIXA E VARIÁVEL NO BRASIL
UTILIZANDO MODELO DE MARKOWITZ ENTRE OS ANOS 1999 E 2016

Projeto de pesquisa apresentado ao Curso de graduação em Ciências Econômicas, da Universidade do Sul de Santa Catarina, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel.

ORIENTADOR: PROF. JOÃO ANTOLINO MONTEIRO

PALHOÇA

2017

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	3
1.1	EXPOSIÇÃO DO TEMA E DO PROBLEMA.....	3
1.2	OBJETIVOS.....	5
1.2.1	<i>Objetivo geral</i>	5
1.2.2	<i>Objetivos específicos</i>	6
1.3	JUSTIFICATIVA	6
1.4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	7
1.4.1	<i>Dados reais referentes à renda fixa</i>	7
1.4.2	<i>Dados reais referentes à renda variável</i>	8
1.4.3	<i>Cálculo das proporções da carteira</i>	9
1.4.4	<i>Evolução da carteira</i>	11
2	REFERENCIAL TEÓRICO	12
2.1	CONCEITO DE RISCO.....	12
2.2	MODELO DE MARKOWITZ	13
2.2.1	<i>Regras de comportamento do investidor</i>	13
2.2.2	<i>Retorno Esperado da Carteira</i>	14
2.2.3	<i>Variância da Carteira</i>	14
2.2.4	<i>Fronteira eficiente</i>	15
2.3	DIVERSIFICAÇÃO	16
3	RESULTADOS	17
3.1	PROPORÇÕES PARA VARIÂNCIA MÍNIMA.....	17
3.1.1	<i>Dados IPCA</i>	17
3.1.2	<i>Dados IBOV</i>	18
3.1.3	<i>Cálculo das proporções para variância mínima</i>	18
3.2	SIMULAÇÃO	24
4	CONSIDERAÇÕES FINAIS	25
5	REFERÊNCIAS	27

1 INTRODUÇÃO

O presente projeto tem por objetivo apresentar a alocação entre investimentos de renda fixa e renda variável no mercado brasileiro utilizando o modelo desenvolvido por Markowitz para a menor variância de uma carteira, com o objetivo de determinar quais podem ser as proporções entre essas duas classes de investimentos numa carteira de investimentos.

Para isso, foi desenvolvido um teste que simula a operação de uma carteira de investimentos a partir de Junho de 1999, início da política de metas de inflação no Brasil, onde é calculado, mês a mês, a proporção entre renda fixa e renda variável baseado na teoria de portfólio desenvolvida por Harry Markowitz em 1952.

1.1 EXPOSIÇÃO DO TEMA E DO PROBLEMA

Tradicionalmente, tem-se como um dos conceitos básicos que definem a economia a necessidade de alocar recursos escassos. Essa consciência de que os recursos são limitados leva à necessidade de os indivíduos estarem sempre tendo que realizar escolhas, muitas vezes excludentes, entre possíveis maneiras de alocação dos seus recursos. A literatura econômica comumente utiliza o termo em inglês *trade-off* para denominar esse processo de escolha dentro dos eventos econômicos. Essa ideia permeia todas os assuntos estudados nas ciências econômicas e nas finanças isso não é diferente.

Em finanças o *trade-off* clássico é colocado entre o risco e o retorno esperado dos investimentos. Isso porque o que se observa é uma relação direta entre risco e retorno, ou seja, para esperar maiores retornos deve-se estar disposto a aceitar maiores riscos no investimento. Transportando essa ideia para as finanças pessoais, os investidores diariamente têm a oportunidade de tomar uma decisão entre alocar seus recursos em ativos de baixos risco e retorno esperado, e com essas características no Brasil existem

os ativos classificados como de renda fixa (Títulos Federais, CDBs, LCAs,, LCIs e etc), ou alocar seus recursos em ativos de altos níveis de risco e retorno esperado, e nessa classe, popularmente, tem-se os ativos de renda variável (Ações, Fundos de Ações, FII's e etc)

Nesse contexto, o Brasil apresenta uma característica peculiar. O Brasil possui historicamente elevados valores de taxas de juros reais (taxa de juros nominal descontada a inflação), no momento em que este trabalho está sendo elaborado o Brasil possui a maior taxa de juros reais do mundo (INFINITY ASSET, 2017). Essa informação é importante pois as taxas de juros nominais definidas pelo Banco Central do Brasil são a base para a remuneração dos títulos de renda fixa e tais títulos por serem, em geral, emitidos e negociados diretamente pelo governo ou grandes bancos, são a referência de risco mínimo no mercado financeiro brasileiro. Ou seja, o Brasil possui, em termos de remuneração, o melhor ativo livre de risco do mundo. Esse é um parâmetro importante na solução do trade-off entre renda fixa e variável uma vez que um ativo livre de risco com elevado rendimento exige dos ativos mais ariscados um retorno esperado maior.

Assim, o exposto acima ajuda a validar a necessidade de se estudar algum método de seleção de portfólio aplicado ao mercado brasileiro que ajude o investidor a tomar a decisão de como alocar seus investimentos. Durante o século XX foram desenvolvidos vários trabalhos sobre a seleção de portfólio com destaque para os economistas Harry M. Markowitz e William F. Sharpe que, em 1990, foram laureados com o prêmio de ciências econômicas, popularmente conhecido como o Nobel de economia, pelos seus “trabalhos pioneiros na teoria econômica financeira”.

Entre eles, Harry Markowitz teve seu trabalho premiado justamente pelo desenvolvimento da teoria de escolha de portfólio. Markowitz, em seu artigo “*Portfolio Selection*” publicado na *The Journal of Finance* em 1952, coloca que “... o investidor deve (ou deveria) considerar um retorno esperado uma coisa desejável e a variância do retorno uma coisa indesejável. Essa regra tem vários pontos de vista, como lema para, e hipótese sobre, o comportamento do investidor”. (MARKOWITZ, 1952).

O desenvolvimento da afirmação acima levou Markowitz a propor o conceito de fronteira eficiente como sendo o conjunto de carteiras que maximizam o retorno esperado

para um dado nível de risco (KAPLAN, 1998). Com isso, é possível determinar uma única configuração de carteira onde tem-se o máximo retorno para o menor nível de risco.

A proposta deste trabalho é de verificar o resultado, com dados reais do mercado brasileiro, da operação de uma carteira de investimentos composta por ativos, vinculados à renda fixa e à renda variável, onde a proporção que esses ativos devem ter na carteira será calculada mês a mês utilizando o modelo de Markowitz.

1.2 OBJETIVOS

Tomando como base o problema de pesquisa, apresentam-se, na sequência, os objetivos a serem alcançados no trabalho de conclusão de curso.

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral do trabalho de conclusão de curso é verificar o resultado, com dados reais do mercado brasileiro, da operação de uma carteira de investimentos composta por ativos, vinculados à renda fixa e à renda variável, onde a proporção que esses ativos devem ter na carteira será calculada mês a mês utilizando o modelo de Markowitz para a mínima variância entre os anos de 1999 e 2016.

1.2.2 Objetivos específicos

Fundamentar teoricamente o tema de estudo e analisar os resultados obtidos através do desenvolvimento dos seguintes objetivos específicos a serem alcançados no decorrer do trabalho:

- Coletar dados reais referentes à renda fixa (CDI e IPCA).
- Coletar dados reais referentes à renda variável (IBOV).
- Criar planilha capaz de executar o cálculo das proporções da carteira, utilizando o modelo de variância mínima proposto por Markowitz.
- Criar planilha capaz de simular a evolução da carteira obedecendo as proporções definidas pelo modelo.

1.3 JUSTIFICATIVA

A revolução da tecnologia da informação chegou, também, ao mundo financeiro, fazendo com que houvesse uma popularização das ferramentas de aplicação em renda variável no Brasil. Tal popularização vem sempre acompanhada por dúvidas e necessidade de maiores conhecimentos sobre o funcionamento dos mercados, principalmente quando se observa que se trata de aplicações com grandes oscilações, que podem ser tanto positivas quanto negativas.

Outro aspecto importante para a relevância do trabalho, que se observa nas economias mais avançadas, é que a economia parece caminhar naturalmente para a situação onde, com processos inflacionários controlados, os juros reais são cada vez menores, e até negativos. Isso faz com que os ativos livres de risco tenham desempenhos cada vez menores, levando as pessoas a assumirem maiores riscos em busca de maiores retornos.

Nesse contexto, o presente trabalho pretende cumprir papel importante em analisar os resultados em matéria de grande interesse para pessoas que buscam realizar

investimentos de maneira mais eficiente e com foco no longo prazo, buscando retornos coerentes com os riscos financeiros assumidos.

1.4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Segundo colocado por Rauhen (2002), optou-se por uma pesquisa aplicada, onde utiliza-se variáveis qualitativas e quantitativas tendo como objetivo primordial a descrição das características da população pesquisada. Com isso em mente, aplicou-se a seguinte estrutura de trabalho para o desenvolvimento do projeto:

- a) Definição e coleta de dados para renda fixa e variável
- b) Programação de planilha para cálculo das proporções de Markowitz
- c) Programação de planilha para simulação de carteira baseada nas proporções de Markowitz.

1.4.1 Dados reais referentes à renda fixa.

No Brasil, a taxa de juros nominal básica de referência é a taxa SELIC, que tem sua definição dada pelo Banco Central do Brasil como a taxa média ajustada dos financiamentos diários apurados no Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (Selic) para títulos federais (BACEN, 2017). Porém, até meados dos anos 2000, a negociação de títulos federais por pessoas físicas somente era possível indiretamente, por meio de fundos de renda fixa que, por cobrarem elevadas taxas de administração, especialmente em aplicações de baixo valor, reduziam a atratividade e acessibilidade desse tipo de investimento. Assim, o mercado brasileiro, historicamente, utilizou-se de uma taxa de juros alternativa à SELIC como parâmetro de juros básico para a remuneração da renda fixa, tal taxa é denominada CDI (Certificado de Depósito Interbancário).

O CDI, portanto, calculado e divulgado pela CETIP, é apurado com base nas operações de emissão de Depósitos Interfinanceiros pré-fixados, pactuadas por um dia útil, entre os bancos brasileiros. Na prática o CDI é lastreado pela Taxa SELIC pois os títulos públicos federais são a principal garantia apresentada pelos bancos para realização dos depósitos interbancários.

Na dinâmica de determinação da taxa SELIC, conduzida pelo COPOM (Comitê de Política Monetária), o parâmetro mais relevante na definição da taxa de juros para a economia brasileira é a inflação, medida oficialmente pelo governo através do IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo). Isso porque, em 22 de Junho de 1999, o governo brasileiro publicou o decreto 3.088 que estabelece a sistemática de "metas para a inflação" como diretriz para fixação do regime de política monetária. Ou seja, como os objetivos do Copom são implementar a política monetária, definir a meta da Taxa Selic e seu eventual viés, e analisar o Relatório de Inflação, a partir dessa data, o principal objetivo da política monetária é definir taxas de juros que mantenham a inflação dentro das metas definidas.

Portanto, levando-se em consideração a relevância do estabelecimento da política de metas e com o intuito de delimitar um intervalo de tempo para a análise, é considerado os dados diários do CDI e mensais da Inflação a partir de Junho de 1999 como dados referentes ao desempenho da renda fixa brasileira. Tais dados são públicos e disponíveis nas páginas na internet da CETIP e IBGE respectivamente.

1.4.2 Dados reais referentes à renda variável.

Para os dados de renda variável, historicamente, o Brasil possui o índice IBOVESPA como principal índice do mercado de renda variável. O IBOVESPA foi constituído em 02 de Janeiro de 1968 e é um índice com o objetivo de ser o indicador do desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade do mercado de ações brasileiro, além disso, é um índice de ações de retorno total, procurando refletir não apenas as variações nos preços dos ativos

integrantes do índice no tempo, mas também o impacto que a distribuição de proventos por parte das companhias emissoras desses ativos teria no retorno do índice (BM&FBOVESPA, 2017).

Dessa forma, para termos o mesmo horizonte de tempo estabelecido pela renda fixa, é utilizado os dados das cotações diárias de fechamento do IBOV a partir de Junho de 1999 como parâmetro da renda variável brasileira. Tais dados são públicos e disponíveis na página da internet da BM&FBovespa, bem como em outros sites especializados como o Yahoo Finanças, que já disponibiliza as cotações no formato de planilha editável.

1.4.3 Cálculo das proporções da carteira

Uma vez coletados os dados, conforme fontes descritas nos itens anteriores, é criada planilha para cálculo, mês a mês, das proporções que uma carteira, dividida entre renda fixa, vinculada ao desempenho da inflação, e renda variável, vinculada ao desempenho do IBOV, deveria ter para atender à condição de variância mínima do modelo de Markowitz.

Para tal, utilizamos a ideia de que:

Markowitz mostra que a análise de carteiras inicia-se com a análise de títulos individuais e termina com a obtenção da carteira eficiente que melhor atenda aos objetivos do investidor. Partindo desse ponto, constrói-se a fronteira eficiente das carteiras e, entre essas, seleciona-se aquela que satisfaz melhor o investidor em relação ao retorno esperado e risco. (TAMBOSI, 2015, p. 103).

Inicialmente, foi realizado estudo simplificado sobre as variâncias dos dados levantados para o CDI e IBOV, isso porque o modelo prevê a utilização da variância como medida de risco e, para que haja diversificação, é necessário que as variâncias tenham ordens de grandeza semelhantes e a covariância seja próximo de zero ou negativa.

A Tabela 1 apresenta os resultados do cálculo das variâncias médias entre 1999 e 2016 para o CDI, IPCA e IBOV. O CDI apresenta valores de variância e covariância com o IBOV da ordem de 10^{-6} , bem menores que os valores apresentados pelo IPCA. Dessa forma, o CDI, apesar de ser o índice que efetivamente remunera a renda fixa

brasileira, foi descartado como parâmetro direto de cálculo no modelo de Markowitz por direcionar a carteira sempre para a alocação total em renda fixa.

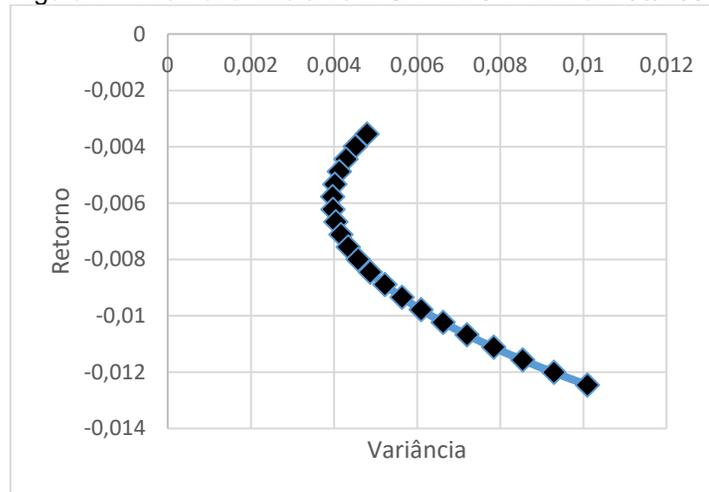
Tabela 1– Variâncias e Covariâncias Médias

	Variância Média	Covariância Média
		IBOV
CDI	1,37198E-06	-2,39585E-06
IPCA	3,82448E-03	4,76449E-05
IBOV	5,02856E-03	-

Assim, para cada mês, a partir de Junho de 1999, calcula-se a variação mensal do IPCA, a variação mensal do IBOV, o retorno médio do IPCA e do IBOV, para um período de 12 meses, a variância individual do IPCA e IBOV e a covariância entre IPCA e IBOV, também para um período de 12 meses. Todos os cálculos são realizados no programa Microsoft Excel utilizando-se as fórmulas de média(), var.p() e covariação().

Após os cálculos dessas informações para os ativos individuais, é calculado a variância e o retorno da carteira composta por dois ativos, utilizando as formulas propostas por Markowitz (1952), para cada par de proporção entre 0 e 100%. De modo que, para cada mês, tenhamos a fronteira eficiente de Markowitz, conforme exemplificado na Figura 1 para o mês de março de 2001.

Figura 1 – Fronteira Eficiente IPCA x IBOV 12m em 03/2001



Na Figura 1, em março de 2001, o IPCA e IBOV apresentam, respectivamente, variância de 0,004790735 e 0,010097102, porém a combinação de 75% do IPCA e 25% do IBOV apresentam a variância mínima de 0,003967513.

Com isso, a planilha é capaz de determinar qual a proporção entre os ativos para que a carteira tenha a menor variância associada à variação do IPCA e IBOV.

1.4.4 Evolução da carteira

De posse das proporções calculadas para a variância mínima, é desenvolvida planilha capaz de acompanhar a evolução de carteira hipotética que simule as operações de ajustes das proporções dos ativos de acordo com os pontos de variância mínima calculado na etapa anterior.

A planilha assume a proporção em IPCA como a proporção de renda fixa na carteira e o desempenho é remunerado pelo CDI. Para a renda variável a proporção e desempenho é remunerado através da variação do IBOV. Importante também é determinar impostos e taxas, como imposto de renda e corretagens, que são aplicados às operações da carteira para verificar seu resultado líquido.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O referencial teórico deste trabalho será desenvolvido em torno das teorias modernas de seleção de portfólio, em especial, o trabalho apresentado por Harry Markowitz em 1952 através do pioneiro artigo *Portfolio Selection*. Schiroky (2007) coloca que esse artigo “foi o primeiro passo para a moderna teoria do portfólio e análise de investimentos”.

2.1 CONCEITO DE RISCO

Uma definição simples de risco dada por Weston e Brigham (2000, apud GONÇALVES JUNIOR, PAMPLONA, MONTEVECHI, 2002) é a que considera o risco como uma possibilidade de que algum acontecimento desfavorável venha a ocorrer, um perigo. Em finanças as medidas de variância são classicamente utilizadas para quantificar o risco, considerando que o investidor possui um retorno esperado para o investimento, as variações em torno dessa expectativa podem ser consideradas como um risco ao investimento.

Segundo Lustosa (1982, apud DA SILVA, TAMBOSI FILHO, 2000) a principal contribuição de Markowitz foi tornar mais operacional o conceito de risco e combiná-lo, na análise econômica, com o Teorema de Utilidade Esperada de Von Neumann e Morgensten. Markowitz (1952) faz isso justamente lançando as premissas de utilização dos conceitos estatísticos de média, como retorno esperado, e variância, como risco, de uma carteira de investimentos com mais de um ativo.

2.2 MODELO DE MARKOWITZ

2.2.1 Regras de comportamento do investidor

Markowitz inicia sua teoria no artigo *Portfolio Selection* discutindo algumas regras relativas ao comportamento do investidor no processo de seleção de carteiras de investimento. A primeira delas é que “o investidor deve (ou deveria) maximizar o retorno esperado” (Markowitz, 1952), em seguida ele considera a regra de que “o investidor deve (ou deveria) considerar o retorno esperado uma coisa desejável e a variância do retorno uma coisa indesejável” (MARKOWITZ, 1952).

Acontece que tais regras são excludentes entre si, uma vez que a primeira conduz à não diversificação do portfolio em busca de um maior retorno e, com isso, para a segunda regra, não há modificação na variância do portfolio, conforme explicitado na afirmação a seguir: “o portfolio com máximo retorno esperado não necessariamente tem a mínima variância. Há uma taxa em que os investidores podem esperar maiores retornos assumindo maiores variâncias, ou reduzindo variância abrindo mão de retorno esperado” (MARKOWITZ, 1952). A partir disso, o trabalho parte para a definição dos termos estatísticos capazes de possibilitar o estudo da relação entre retorno e variância de uma carteira.

Essas regras de comportamento e interpretações são simples e importantes, pois, são as bases da expectativa de comportamento racional e lógico por parte do investidor (primeira regra) e da teoria de controle de risco por meio da diversificação da carteira (segunda regra).

2.2.2 Retorno Esperado da Carteira

Markowitz (1952) define uma carteira de investimentos como sendo a combinação linear (ou soma ponderada) de n ativos randômicos, onde tem-se que o retorno da carteira pode ser medido como:

$$R = \alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2 + \dots + \alpha_n R_n$$

sendo $\alpha_n = k_n$ e $\sum_1^n \alpha_n = 1$.

Como os valores de α_n são constantes e R é uma equação linear, a média de R ou o valor esperado $E(R)$ é dado por:

$$E(R) = \alpha_1 E(R_1) + \alpha_2 E(R_2) + \dots + \alpha_n E(R_n)$$

2.2.3 Variância da Carteira

Para a variância da carteira o cálculo não é tão simples. A variância de uma variável aleatória X é definida como:

$$Var(X) = \sigma^2 = E(X - E(X))^2$$

Porém, a variância de duas variáveis aleatórias combinadas linearmente não possui a mesma propriedade do retorno esperado, ou seja:

$$Var(X_1 + X_2) \neq Var(X_1) + Var(X_2)$$

Assim, para calcular a variância de R , devemos primeiro definir o conceito de covariância, como sendo:

$$cov(X_1, X_2) = E\{[X_1 - E(X_1)][X_2 - E(X_2)]\}$$

onde $cov(X_1, X_1) = var(X_1)$.

Dessa forma, a variância de R , na verdade, é o cálculo da covariância da soma ponderada $\alpha_1 R_1 + \alpha_2 R_2 + \dots + \alpha_n R_n$. Que pode ser representada pela equação abaixo:

$$Var(R) = \sigma^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 Var(R_i) + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=2}^n \alpha_i \alpha_j cov(R_i, R_j)$$

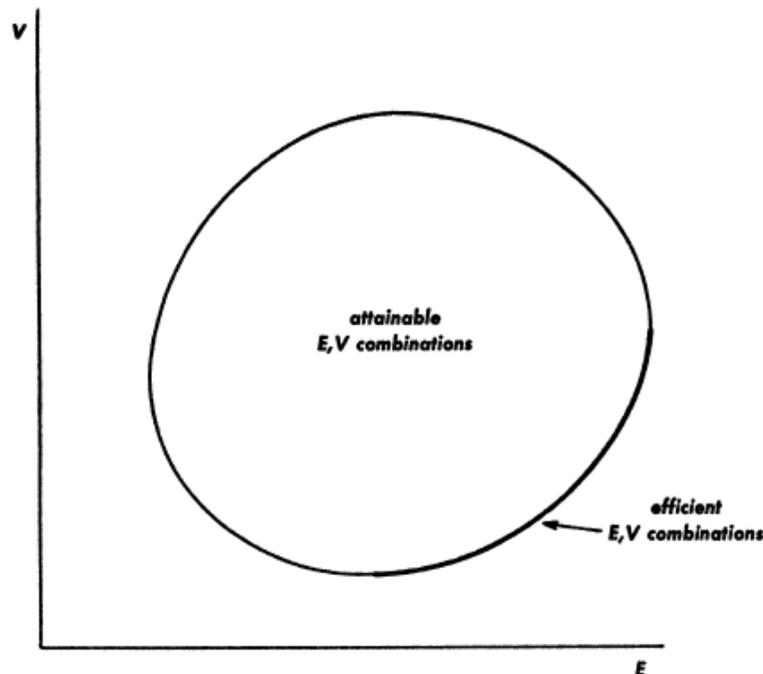
2.2.4 Fronteira eficiente

Uma vez definidos os conceitos de retorno esperado e variância para uma carteira, bem como as regras de comportamento do investidor, retornamos ao desenvolvimento do modelo de Markowitz como sendo a interpretação matemática para o problema de maximizar o retorno com a minimização do risco de um portfólio.

Assim, Markowitz (1952) coloca que o investidor tem uma série de combinações entre $E(R)$ e $\sigma^2(R)$ dependentes da sua escolha durante a montagem do portfólio, ou seja, dependente de $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$, onde $\sum_1^n \alpha_n = 1$ e $\alpha_n \geq 0$. A conclusão seguinte é de que há um conjunto finito de pares $E(R)$ e $\sigma^2(R)$ onde o investidor pode escolher (ou deveria) uma combinação eficiente, ou seja, uma combinação que tenha a mínima variância para um dado retorno esperado, ou o máximo retorno para uma dada variância.

A esse conjunto de combinações é dado do nome de fronteira eficiente e ele é graficamente mostrado por Markowitz (1952) na Figura 2 abaixo.

Figura 2 – Fronteira eficiente de Markowitz.



Fonte: MARKOWITZ, 1952.

Analisando a Figura 2, podemos facilmente ver que há apenas um portfolio em que há a variância mínima, bem como apenas uma combinação de ativos com o retorno esperado máximo e as combinações que se situam entre esses pontos são as carteiras da fronteira eficiente.

2.3 DIVERSIFICAÇÃO

Um conceito importante derivado do modelo proposto por Markowitz é a comprovação da diversificação como maneira de diminuir os riscos associados. Isso porque a variância de uma soma ponderada sempre será menor que a soma individual das variâncias dos ativos que a compõem. O que pode ser deduzido da propriedade de que $cov(X_1, X_1) = var(X_1)$.

Mesmo quando consideramos ativos com variações iguais, o que não se verifica na realidade, a variância da carteira será igual à variância de um deles, logo, quando as variações entre eles forem diferentes, haverá uma covariância que permitirá a redução do risco. Com isso, conseguiu-se demonstrar matematicamente que a diversificação realmente reduz o risco dos investimentos, mas não sem abrir mão do retorno esperado da carteira total.

O trabalho de Markowitz (1952), no artigo Portfolio Selection, prossegue demonstrando geometricamente a obtenção e as características da fronteira eficiente para uma carteira de três ativos, porém, para o presente trabalho, o exposto acima é o arcabouço teórico suficiente para prosseguimos com o trabalho de analisar a proposta de se utilizar dos dados sobre a inflação e bolsa para determinar uma proporção de alocação entre renda fixa e variável no mercado brasileiro.

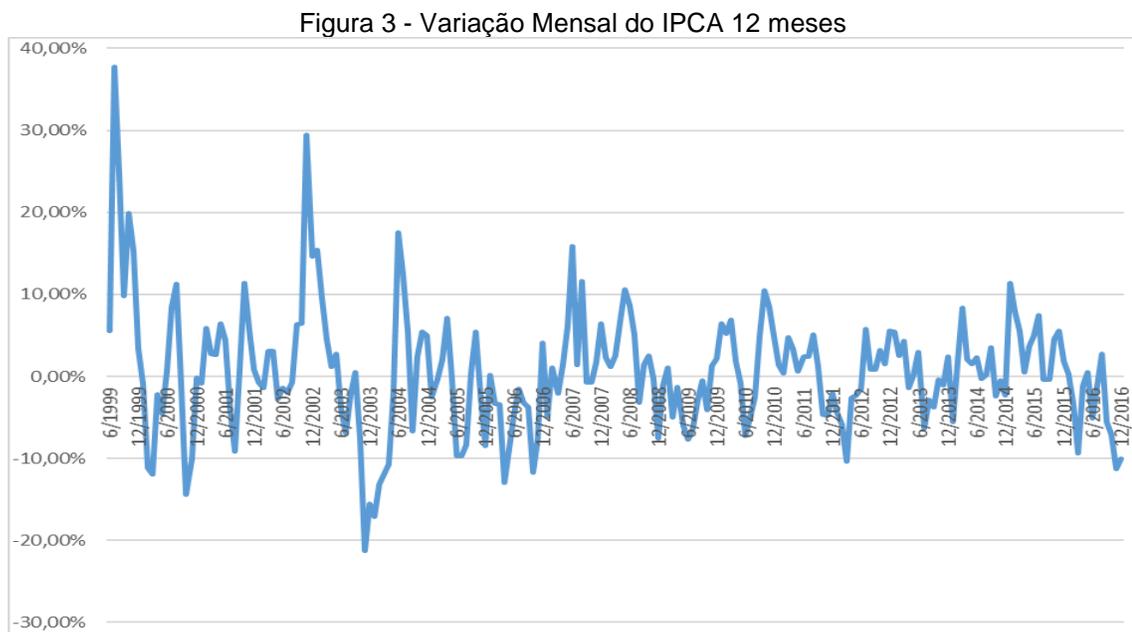
3 RESULTADOS

3.1 PROPORÇÕES PARA VARIÂNCIA MÍNIMA

3.1.1 Dados IPCA

Conforme metodologia proposta, a programação da planilha para o cálculo das proporções de variância mínima inicia-se com o levantamento dos dados do IPCA acumulado nos 12 meses anteriores, entre junho de 1999 e dezembro de 2016. A utilização de dados anualizados para o IPCA, em detrimento de dados mensais, mostrou-se mais adequada em função da variação mensal do IPCA 12 meses possuir a mesma ordem de grandeza que a variação mensal do IBOV, conforme explicitado na Tabela 1.

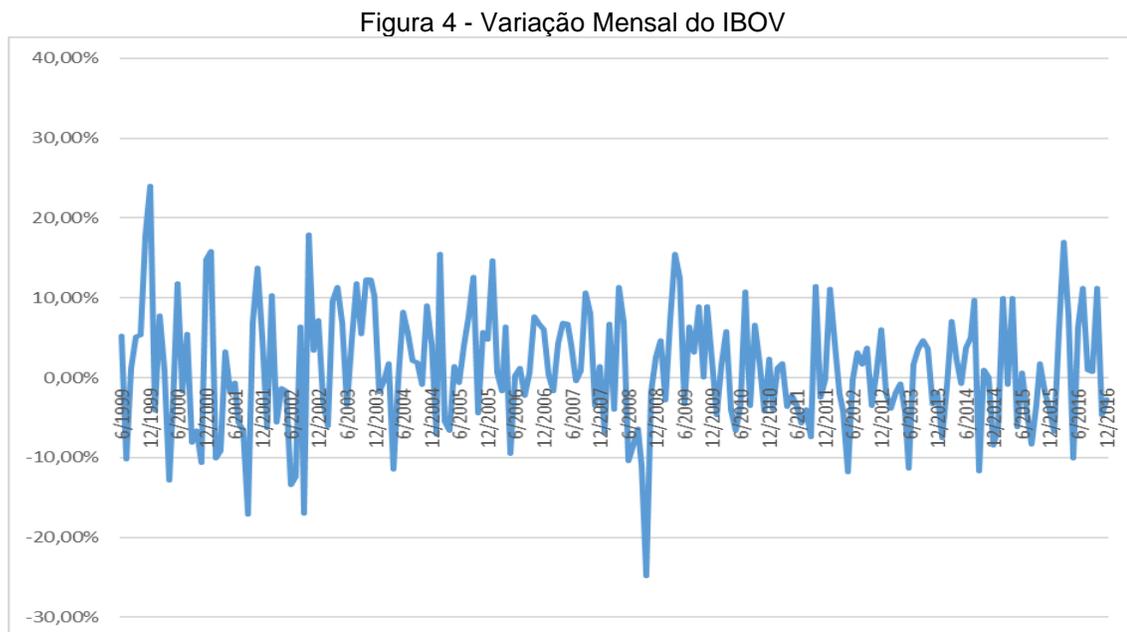
Os dados foram então tratados para se obter a variação mensal do IPCA 12 meses ao longo do período definido em 1.4.1, os mesmos podem ser visualizados na Figura 3.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

3.1.2 Dados IBOV

Para o IBOV realizou-se também o levantamento de dados para o mesmo período do IPCA 12 meses. Neste caso considerou-se a variação mensal direta do IBOV, que é apresentada graficamente na Figura 4.



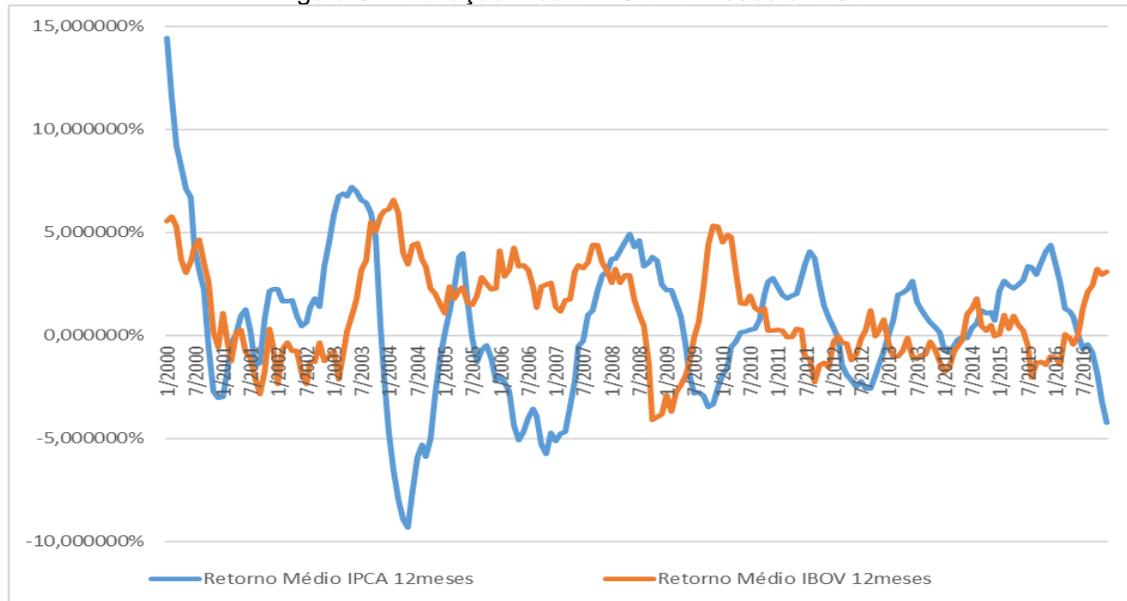
Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

3.1.3 Cálculo das proporções para variância mínima

3.1.3.1 Variação média

De posse dos dados de variação mensal do IPCA 12 meses e IBOV, Figura 3 e Figura 4, e visando o cálculo das proporções para variância mínima proposto por Markowitz, Figura 2, foi calculado a média móvel de 12 períodos da variação mensal do IPCA 12 meses e IBOV. Os resultados são mostrados na Figura 5.

Figura 5 – Variação média IPCA 12 meses e IBOV

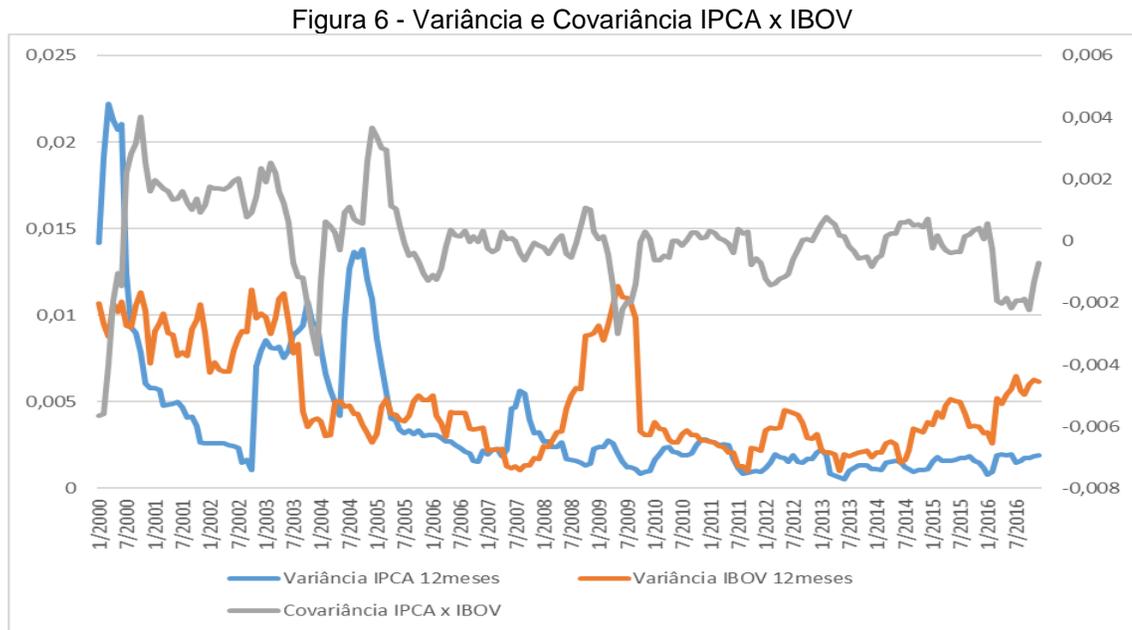


Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

3.1.3.2 Variâncias individuais e covariância

Após a obtenção da variação média de 12 períodos foi efetuado o cálculo da variância para IPCA 12 meses e IBOV, e a covariância entre IPCA 12 meses e IBOV, considerando sempre o mesmo período de 12 meses. Para tal, utilizou-se as fórmulas pré-programadas no programa Microsoft Excel 2016 “vap.p” e “covariação.p”. Os resultados estão evidenciados na Figura 6.

Inicialmente já é possível visualizar na Figura 6 um comportamento importante da relação entre o IPCA 12 meses e IBOV: sua correlação (e covariância) próxima de zero ou negativa em grande parte do tempo após 07/2005. Que, segundo a teoria proposta por Markowitz (1952), é necessária ao objetivo de buscar possuir uma carteira diversificada e com variância menor que a variância individual dos ativos.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

3.1.3.3 Variância da carteira

Em seguida, trabalhando os dados de variação média, variância individual e covariância dos ativos, foi calculada a variância da carteira. Para tal, foi utilizada a fórmula apresentada por Markowitz (1952) para a variância de uma soma ponderada, apresentada no item 2.2.3. A Figura 7 apresenta um *print* da planilha utilizada no cálculo das variâncias, evidenciando a fórmula de Markowitz para a variância da carteira.

Figura 7 - Planilha de cálculo das variâncias

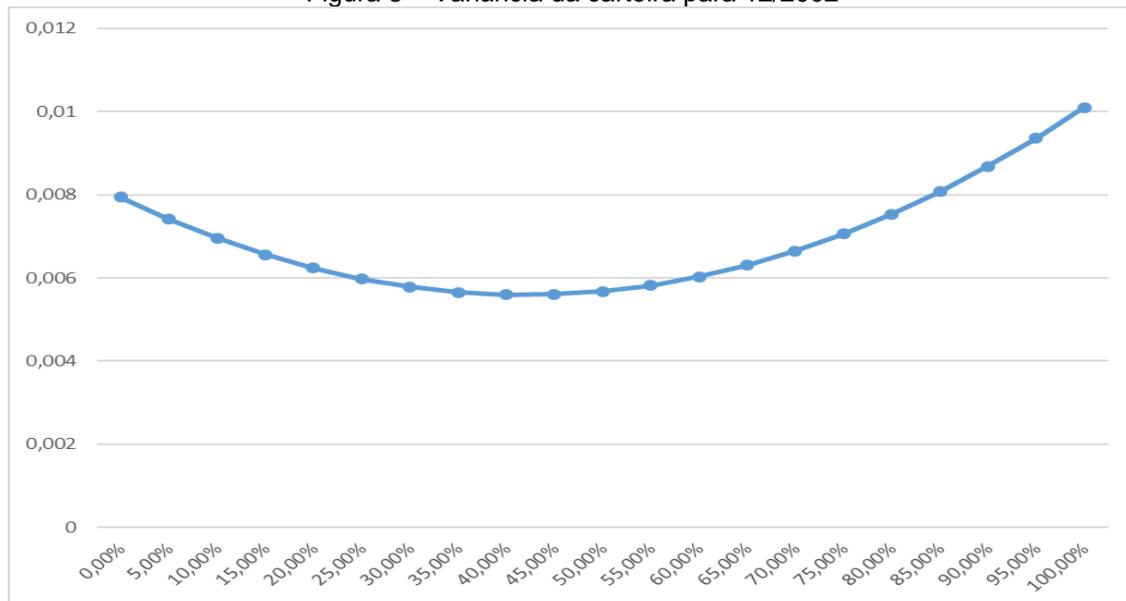
LUCROVENC =SEERRO(((O\$2*2)*\$J12)+(O\$3*2)*\$K12)+(2*O\$2*O\$3*\$L12;" ")

	A	B	C	H	I	J	K	L	O	P	Q	R	S	T
1														
2					Período de Análise	12 meses	IPCA	100,00%	95,00%	90,00%	85,00%	80,00%	75,00%	
3							IBOV	0,00%	5,00%	10,00%	15,00%	20,00%	25,00%	
4	Mês/Ao	Varição Mensal do IPCA 12m	Varição Mensal IBOV	Retorno Médio IPCA 12meses	Retorno Médio IBOV 12meses	Variância IPCA 12meses	Variância IBOV 12meses	Covariância IPCA x IBOV	Variância da Carteira					
5	6/1999	5,578003%	5,21%											
6	7/1999	37,739728%	-10,19%											
7	8/1999	24,615455%	1,18%											
8	9/1999	9,870719%	5,12%											
9	10/1999	18,889395%	5,35%											
10	11/1999	15,366098%	17,77%											
11	12/1999	3,714087%	24,04%											
12	1/2000	-0,363548%	-4,12%	14,432450%	5,545207%	0,014202539	0,010650361	-0,00564631	3*(L12;"")	0,01230802	0,01053417	0,00306107	0,00710887	0,00653706
13	2/2000	-1,194103%	7,16%	11,505055%	5,794833%	0,01970658	0,00359605	-0,00555043	0,01910666	0,01614101	0,01457031	0,01253854	0,01025711	0,00825192
14	3/2000	-11,340593%	0,91%	9,232443%	5,302844%	0,02219063	0,00577325	-0,00339302	0,02219063	0,0196116	0,01733631	0,01520614	0,01327065	0,01123963
15	4/2000	-2,146232%	-12,81%	8,198062%	3,656691%	0,02123431	0,01069129	-0,00192254	0,02123431	0,01900805	0,01636065	0,01509209	0,0134024	0,01183955
16	5/2000	-4,562517%	-3,74%	7,134660%	3,040365%	0,02070864	0,01021819	-0,0010414	0,02070864	0,01861616	0,01668873	0,01492635	0,01332901	0,01183672
17	6/2000	0,667687%	11,84%	6,725373%	3,532733%	0,021020247	0,01079374	-0,0014643	0,02102025	0,01885859	0,01687065	0,01505644	0,01345934	0,01184316
18	7/2000	8,426214%	-1,63%	4,262506%	4,306050%	0,018471692	0,00930869	0,002197342	0,01847169	0,01445205	0,01053532	0,00757372	0,00503522	0,00440384
19	8/2000	11,913900%	5,42%	-3,741823%	4,653625%	0,003275195	0,00300321	0,002622485	0,00327519	0,00866375	0,00816627	0,00763337	0,00712503	0,00661627
20	9/2000	-1,093762%	-8,18%	2,259171%	3,551228%	0,008970732	0,0105524	0,003162721	0,00897073	0,00842233	0,00794111	0,00752528	0,00711544	0,00683958
21	10/2000	-14,398419%	-6,66%	-0,537015%	2,550421%	0,007878972	0,01123444	0,004030618	0,00787897	0,00752132	0,00722042	0,00687443	0,00648412	0,00614331
22	11/2000	-10,006137%	-10,63%	-2,711366%	0,184021%	0,006046178	0,01025152	0,002533059	0,00604618	0,00572352	0,00545635	0,00524643	0,00503011	0,00483934
23	12/2000	-0,174225%	14,84%	-3,007161%	-0,562834%	0,00515244	0,00123839	0,00161618	0,00515241	0,005239026	0,00504105	0,00475279	0,00450147	0,00431111
24	1/2001	-0,878022%	9,62%	-2,389533%	1,078754%	0,005185596	0,00390086	0,00385961	0,00518559	0,00453101	0,00515121	0,00488618	0,00463532	0,00445643
25	2/2001	5,894395%	-10,08%	-1,575498%	-0,408325%	0,005662379	0,00354577	0,001806826	0,00566238	0,00532386	0,00502341	0,00478104	0,00453674	0,00447051
26	3/2001	2,703284%	-3,14%	-0,355176%	-1,245787%	0,004780735	0,0100871	0,001711052	0,00478074	0,00451143	0,00428346	0,00414882	0,00401075	0,00386751
27	4/2001	2,62718%	3,32%	0,042636%	0,038412%	0,004822314	0,00897666	0,001598668	0,00482231	0,00452645	0,0042836	0,00404376	0,00385633	0,00367311
28	5/2001	6,453440%	-1,80%	0,960455%	0,260301%	0,004803609	0,00888143	0,00135536	0,00480361	0,00451457	0,0043011	0,00406352	0,00382687	0,00361412
29	6/2001	4,400095%	-0,61%	1,27148%	-0,177460%	0,004391811	0,00764295	0,001370902	0,00439181	0,00445449	0,00436674	0,00412954	0,00393392	0,00380025
30	7/2001	-4,032494%	-5,54%	0,232632%	-1,102915%	0,00469187	0,00783455	0,001598276	0,00469187	0,004440584	0,00416645	0,00397371	0,00382763	0,00372819
31	8/2001	-3,144433%	-6,54%	-1,471539%	-2,107825%	0,004110888	0,00763422	0,001257116	0,00411089	0,00384859	0,00363244	0,00346245	0,00333861	0,00326093
32	9/2001	0,823636%	-17,17%	-1,310811%	-2,857114%	0,004151284	0,00316177	0,000899095	0,00415128	0,003864435	0,00363339	0,00346021	0,003343	0,00328237
33	10/2001	11,360190%	6,85%	0,835823%	-1,730838%	0,003600693	0,00370022	0,001367925	0,003600693	0,003403395	0,00325969	0,00316685	0,00310025	0,00304467
34	11/2001	5,78710%	13,79%	2,162444%	0,303187%	0,00252587	0,0106336	0,00083754	0,00252587	0,00259386	0,00242291	0,00235802	0,00224216	0,00219041
35	12/2001	0,850180%	5,00%	2,318112%	-0,416730%	0,00263111	0,0088847	0,00075647	0,00263111	0,00244931	0,0024026	0,00234678	0,00224526	0,00219793

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Assim, para cada mês (linhas) e para cada par de proporções (colunas), variando de 5 em 5 pontos percentuais, de 0% a 100%, foi calculado a variância da soma ponderada, de modo que se obteve 21 valores de variância que, plotados, apresentam um comportamento quadrático, como pode ser visto na Figura 8 um exemplo para o mês de dezembro de 2002.

Figura 8 – Variância da carteira para 12/2002



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Pela Figura 8 fica então evidente a possibilidade de se obter, mês a mês, quais a proporções entre IPCA e IBOV que apresentam variância mínima nesta carteira teórica entre IPCA 12 meses e IBOV. No exemplo o ponto de variância mínima está na proporção de 40% em IBOV e 60% em IPCA.

3.1.3.4 Proporções para variância mínima

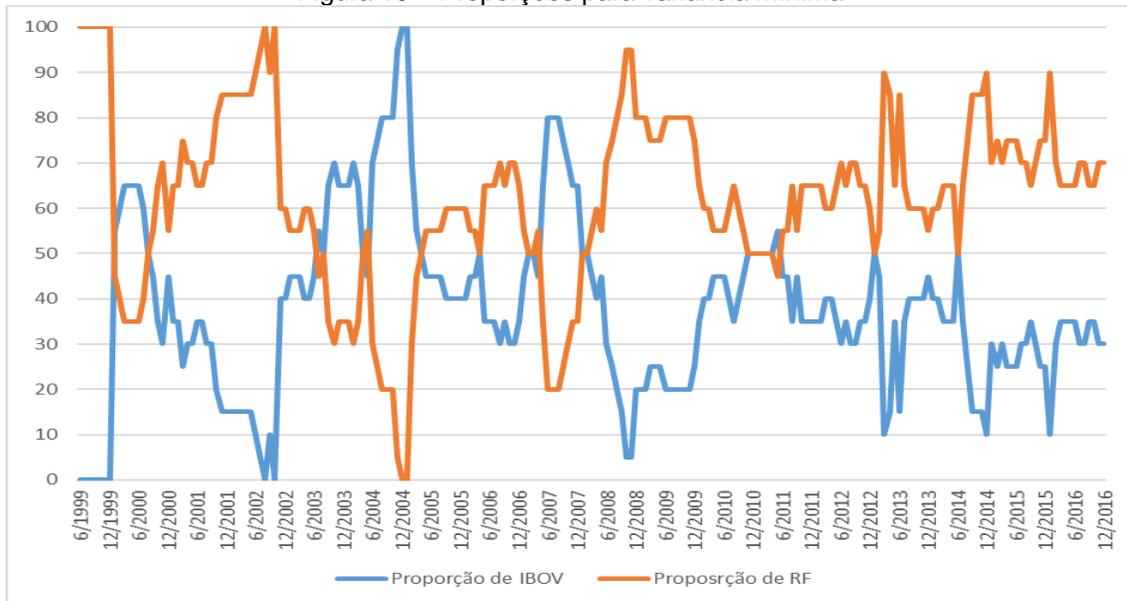
Finalmente, uma vez levantados os dados capazes de plotar a Figura 8 para cada mês, foi identificado quais as combinações de carteira que correspondem à variância mínima em cada um dos meses analisados. Os resultados são as proporções entre IPCA e IBOV que minimizam a variância para cada mês, baseado num período de 12 meses. A Figura 9 apresenta um *print* de resultado do cálculo para alguns meses e a Figura 10 apresenta graficamente os resultados das proporções calculadas.

Figura 9 – Print planilha de cálculo das variâncias mínimas

	CU	CV	CW	CX	CY	CZ	DA	DB	DC	DD	DE	DF	DG	DH	DI	DJ	DK	DL	DM	DN	DO	DP
1																						
2		100,00%	35,00%	30,00%	85,00%	80,00%	75,00%	70,00%	65,00%	60,00%	55,00%	50,00%	45,00%	40,00%	35,00%	30,00%	25,00%	20,00%	15,00%	10,00%	5,00%	0,00%
3		0,00%	5,00%	10,00%	15,00%	20,00%	25,00%	30,00%	35,00%	40,00%	45,00%	50,00%	55,00%	60,00%	65,00%	70,00%	75,00%	80,00%	85,00%	90,00%	95,00%	100,00%
4	Variância Mínima da Carteira																					
	Proporção para variância mínima																					
90	0,001147513									40												
91	0,001151252									40												
92	0,001144532									40												
93	0,001301461									40												
94	0,001442375									40												
95	0,001161268										45											
96	0,001204382										45											
97	0,001322675											50										
98	0,001827192								35													
99	0,001661852								35													
90	0,001584283								35													
91	0,001576882								30													
92	0,001245383								35													
93	0,001135793								30													
94	0,00104843								30													
95	0,001486877								35													
96	0,00031543										45											
97	0,00032777											50										
98	0,000390343											50										
99	0,001176157										45											
100	0,000525315															65						
101	0,000396353																				80	
102	0,000395833																				80	
103	0,000766856																				80	
104	0,000848355																				75	
105	0,000877198																					
106	0,001101426																					
107	0,001063182																					
108	0,001176314																					
109	0,00106373																					
110	0,001166081																					

Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

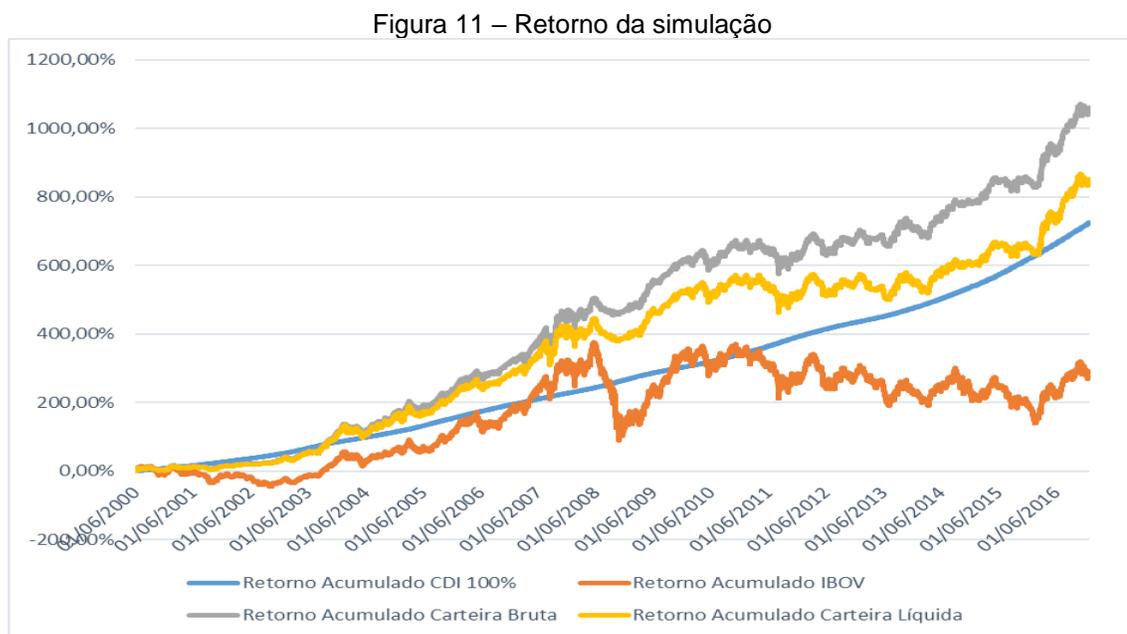
Figura 10 – Proporções para variância mínima



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

3.2 SIMULAÇÃO

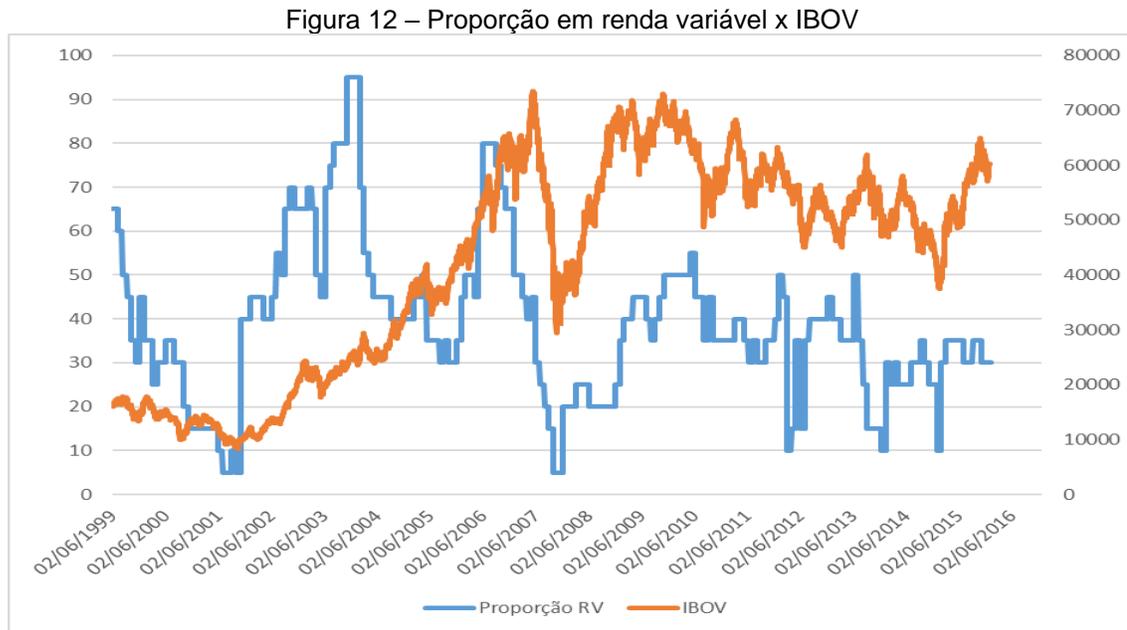
Seguindo a metodologia proposta, a seguir exibimos o resultado da simulação desenvolvida para aplicação no mercado brasileiro das proporções calculadas para a variância mínima entre IPCA e IBOV. Nesse ponto, o cálculo do retorno da aplicação em renda fixa é realizado utilizando-se os dados do CDI e a renda variável o IBOV. A cada início de mês é simulado uma operação de compra e venda, ou vice-versa, entre CDI e IBOV de modo a se adequar à proporção calculada. O resultado acumulado ao longo do tempo é mostrado na Figura 11.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

Outro resultado relevante da simulação foi o comportamento da carteira em momentos de maior volatilidade do IBOV, como pode ser visto na Figura 12. O modelo propõe uma grande redução na posição em ações entre 2004 e 2005, enquanto o mercado de ações ainda está com retornos altamente positivos até meados de 2008. Por outro lado, o método propõe redução semelhante em 2007, protegendo da grande queda

no mercado ocorrida em 2008 em função da crise financeira mundial, que trouxe grande volatilidade aos mercados.



Fonte: Elaborado pelo autor, 2017.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados exibidos acima mostram que o trabalho atingiu os objetivos específicos propostos no item 1.2.2, que foram a coleta dos dados referentes ao CDI, IPCA e IBOV durante o período proposto e elaboração de planilhas capazes de calcular as proporções entre renda fixa e variável utilizando o modelo de variância mínima e simular a evolução da carteira obedecendo as proporções definidas pelo modelo.

Considerando a aplicação em renda fixa um ativo livre de risco no Brasil, a estratégia teve resultado positivo, uma vez que a carteira líquida (descontada de imposto de renda e taxas de corretagem) apresenta retornos superiores à renda fixa e bem superiores à renda variável. Conforme pode ser verificado da Figura 11, a carteira bruta atingiu valorização superior a 1000%, a carteira líquida próxima de 800%, 100% do CDI acumulou algo em torno de 700% e o IBOV próximo a 300%.

Nos termos colocados por Markowitz (1952), as carteiras calculadas corresponderam a uma das expectativas de carteiras eficientes, ao superar o retorno individualizado dos ativos isolados que compõe a carteira e por evitar o ativo de maior volatilidade em momentos de grandes crises nos mercados. Esse comportamento deve-se à característica quadrática da variância, já que o cálculo da variância é o desvio em relação à média ao quadrado, portanto não é capaz de distinguir se o desvio é acima ou abaixo da média. Com isso, grandes desvios acima ou abaixo da média geram grandes variâncias e o modelo direciona para o ativo com menor variância.

Como proposta de continuidade à exploração do tema, pode-se considerar a aplicação da metodologia e ferramentas desenvolvidas neste trabalho utilizando dados históricos de inflação esperada (*ex-ante*). O objetivo desta abordagem seria adequar os tempos dos dados fonte, inflação e IBOV, ao fato de o investimento em renda variável ser relacionado às expectativas de rendimentos futuros das empresas listadas na bolsa e a inflação, como a utilizada neste trabalho, ser a variação de preços passados. Por isso, a inflação esperada parece ser um parâmetro adequado para a comparação com o IBOV.

5 REFERÊNCIAS

BANCO CENTRAL DO BRASIL – BACEN. **Conceito de taxa SELIC**; Disponível em <http://www.bcb.gov.br/htms/selic/conceito_taxaselic.asp>. Acesso em 14 de Março de 2017.

_____. **Definição e histórico do COPOM**; Disponível em <<http://www.bcb.gov.br/htms/copom/a-hist.asp>>. Acesso em 14 de Março de 2017.

BM&FBOVESPA; **Metodologia do Índice Bovespa**; Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-bovespa-ibovespa.htm>; Acesso em 14 de Março de 2017.

DA SILVA, W. V.; TAMBOSI Filho, E. **Composição ótima de ativos em uma carteira de investimentos: uma aplicação prática usando Markowitz**. Revista de Negócios. Vol. 5 No 4. Blumenau, 2000. Disponível em: <<http://proxy.furb.br/ojs/index.php/rn/article/view/389>>.

GONÇALVES JUNIOR, C.; PAMPLONA, E. de O.; MONTEVECHI, J. A. B. **Seleção de carteiras através do modelo de Markowitz para pequenos investidores (com o uso de Planilhas eletrônicas)**. IX Simpep, Bauru, SP, 2002.

INFINITY ASSET, **Ranking Mundial de Juros Reais – Fev/17**. Disponível em: <<http://moneyou.com.br/wp-content/uploads/2017/02/rankingdejurosreais210217.pdf>>. Acesso em 12 de Março de 2017.

KAPLAN, P. D. **Asset Allocation Models Using the Markowitz Approach**. Disponível em: <<http://corporate.morningstar.com/cf/documents/MethodologyDocuments/IBBAssociates/MarkowitzApproach.pdf>>. Acesso em 12 de Março de 2017.

MARKOWITZ, H. M.; **Portfolio Selection**. The Journal Finance. New York, The American Finance Association, 7 (1): p. 77-91, Mar, 1952.

RAUEN, Fábio Jose. **Roteiro de investigação científica**. Tubarão: Ed. Unisul, 2002

SCHIROKY, M. M. **Seleção de carteira através do modelo de Markowitz**. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/bitstream/handle/10183/103194/000590336.pdf?sequenc e=1>>. Acesso em 15 de Abril de 2017.

TAMBOSI Filho, E.; **Mercado de capitais e bolsa de valores**: livro didático / Elmo Tambosi Filho , Claudio Alvin Zanini Pinter; Palhoça: UnisulVirtual, 2015.